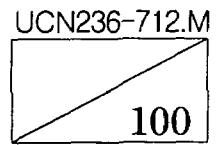


GOVP 12009150



# 초탄성체 고무류 기계부품의 변형해석 및 설계기술 개발

1999. 9

한국기계연구원

과 학 기 술 부

## 배 포 선

사본번호	부 수	배 포 처
1/100 - 5/100	5	과학기술부
6/100 - 10/100	5	평화산업주식회사
11/100 - 12/100	2	한국기계연구원 영구보존용
13/100 - 97/100	85	한국기계연구원 기계구조그룹
98/100 - 100/100	3	한국기계연구원 연구관리실

## 제 출 문

과학기술부 장관 귀하

본 보고서를 “초탄성체 고무류 기계부품의 변형해석 및 설계기술 개발” 과제의  
보고서로 제출합니다.

1999. 9. 20.

연구기관명 : 한국기계연구원

연구책임자 : 김 완 두

참여연구원 : 이 학 주

우 창 수

한 승 우

박 현 성

김 경 식

조 성 도 성

김 창 옥

참여기업 : (주)평화산업

참여연구원 : 홍 상 표

신 현 일

장 경 수

박 창 주

류 경 민

최 창 호

강 화 중

위탁연구기관 (I) : 강원대학교

위탁연구책임자 : 김 현 영

위탁연구기관 (II) : 원광대학교

위탁연구책임자 : 천 길 정

# 여 백

# 요 약 문

## I. 제목 및 연구기간

- 초탄성체 고무류 기계부품의 변형해석 및 설계기술 개발
- 1996. 11. 21. ~ 1999. 9. 20.

## II. 연구개발의 필요성 및 연구 목표

고무 부품에 대한 기술 개발 및 연구 활동은 고무 합성, 물성 개량 등 주로 화공 및 재료적 측면만을 위주로 진행되어 온 실정이었으며 이로 인하여 여러 가지 금속 재료 부품은 물론이고 복합재 및 기타 플라스틱 제품의 개발 시에도 적용되고 있는 CAE 기술이 잘 적용되지 못하고 있는 분야이다. 최근 고무 역학에 관한 이론 정립, 고무 물성 data의 축적 및 비선형 대변형 유한요소해석 프로그램의 개발 등을 통하여 설계 기술 고도화를 위한 연구가 진행됨에 따라 각종 자동차 및 철도 차량의 방진고무 부품 개발에 CAE 기술이 적용되어 가고 있는 추세이다.

본 연구에서는, 세계 4위의 고무 소비국 임에도 불구하고 고신뢰성, 고품질화 및 CAE 달성을 측면에서 극히 낙후되어 있는 기술 분야인 고무류 기계부품 기술의 고도화를 위한 원천요소기술인 설계기술을 확보하는데 있다. 이를 위하여 고무부품 설계 Data 확보를 위한 물성 시험법을 정립하고 고무부품 해석용 전용 유한요소코드를 개발하고자 하며, 나아가 고무부품의 피로설계 시스템을 구축하고자 한다.

연도별 연구개발 목표는 다음과 같다.

1차년도 ('96)	- 초탄성 FEA 정식화 및 기본 해석코드 개발 - 고무 재료 및 부품 시험 결과 Data Base 구축 - 고무 재료 정특성 시험 시편 및 시험법 개선
2차년도 ('97)	- 2D 해석코드개발 및 접촉 알고리즘 개발 - 시험 시편 및 시험법 정립 - 고무마찰특성시험기 개발
3차년도 ('98)	- 초탄성 3차원 해석 코드 개발 - 고무 부품 피로수명 설계 시스템 구축 - 고무재료 시험 규격 확립 (소재 및 부품의 Data Base 구축) - 고무 마찰 · 마모 특성 평가

### III. 연구수행 내용 및 범위

	연구내용	연 구 범 위
1 차 년 도	고무물성평가 및 시험법 정립	<ul style="list-style-type: none"> <li>- 인장, 압축 및 전단시험, 피로시험 시편 형상 결정</li> <li>- 고무물성 정리를 위한 DBMS 구축</li> </ul>
	고무부품 해석 및 설계	<ul style="list-style-type: none"> <li>- 자동차 고무부품 FEA, 시험 결과 검증</li> <li>- 피로내구수명시험 및 평가</li> </ul>
	초탄성 FEA 정식화 및 기본 해석코드 개발	<ul style="list-style-type: none"> <li>- 초탄성 문제 정식화, 2D Free Mesh 생성기 개발</li> <li>- 평면응력 문제의 FEA 코드 개발 및 검증</li> </ul>
2 차 년 도	고무물성시험 및 Data Base 구축	<ul style="list-style-type: none"> <li>- 비선형 FEA를 고무 재료시험편 설계</li> <li>- 6종류 고무 비선형 재료상수 결정</li> </ul>
	고무부품 유한요소해석 및 피로수명 평가	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Strut Insulator, T/M Mount, Lower Arm Bush 등</li> <li>- 하중: 변위, 변형률, 응력 관계 산출, 취약부위 예측</li> <li>- 고무부품의 피로수명시험 (<math>P-N</math>, <math>\epsilon-N</math>, <math>\sigma-N</math> 선도 작성)</li> </ul>
	2차원 해석코드개발 및 접촉 알고리즘 개발	<ul style="list-style-type: none"> <li>- 2D 평면 변형, 축대칭 문제 해석 코드 개발</li> <li>- 2D 후처리기 및 강체/변형체 접촉 알고리즘 개발</li> </ul>
3 차 년 도	고무마찰특성시기 개발	<ul style="list-style-type: none"> <li>- 개념설계 및 제원 결정 (0~30 rpm, 하중 25 kg, 온도 120°C)</li> </ul>
	고무 재료시험 규격 확립	<ul style="list-style-type: none"> <li>- 고무 재료시험 오차 해석</li> </ul>
	고무 소재 및 부품의 Data Base 시스템 구축	<ul style="list-style-type: none"> <li>- 고무 재료시험, 부품시험, 커브피팅 Data (Data Base 시스템과 연계)</li> </ul>
	고무 부품 피로수명 설계시스템 구축	<ul style="list-style-type: none"> <li>- 시편과 부품의 피로수명 영향인자 추출</li> <li>- 고무부품의 피로수명 예측, 시험 및 검증</li> </ul>
3 차 년 도	3D 해석코드개발 및 접촉 알고리즘 개발	<ul style="list-style-type: none"> <li>- 2D 프로그램 Debugging</li> <li>- 3D 비선형 유한요소 코드 정식화 및 코딩</li> </ul>
	고무 마찰·마모 특성 평가	<ul style="list-style-type: none"> <li>- 고무의 마찰·마모 특성 시험 및 평가</li> </ul>

#### IV. 연구개발 결과 및 활용 계획

본 연구과제의 수행으로 얻어진 주요 결과는 다음과 같다.

- 1) 고무 재료의 비선형 특성을 나타내는 재료상수 결정 방법과 재료시험 방법을 정립하였으며, 각 시편의 형상과 실험 오차를 유한요소해석과 실제 시험을 통하여 분석·검토하였다.
- 2) 자동차 방진고무에 주로 사용되는 6가지 다른 고무 재료에 대한 재료시험을 실시하여 비선형 상수를 결정하였으며, 고무 부품에 대한 각종 특성 값과 함께 일반 PC에서 사용할 수 있는 범용 DBMS 이용한 고무 부품 설계자에게 필수적인 실용적인 Data Base를 구축하였다.
- 3) 고무 재료 및 부품의 피로수명 평가를 위한 장구형 시험편을 설계하였으며, 유한요소해석과 피로시험을 통하여 하중-수명, 변형률-수명, 변형에너지-수명 관계선도를 구하여 피로수명설계를 위한 기반을 구축하였다.
- 4) 각종 자동차용 방진고무(Strut Rubber Insulator, T/M Rubber Mount, Lower Arm Bush 등)의 비선형 유한요소해석을 통하여 변형 및 강성을 예측하여 신제품 개발 시 소요되는 시간과 경비를 절감하였으며, 해석 결과는 시작품에 대한 시험 결과와 잘 일치함을 검증하였다.
- 5) 고무-고무 및 고무-금속 간의 트라이볼로지적 특성 평가를 위한 마찰·마모 시험기를 설계·제작하여 마찰계수 및 마모 특성 Data를 확보하였으며, 부품 설계 시 중요한 자료로서 활용할 수 있게 되었다.
- 6) 고무부품의 비선형/대변형 유한요소해석을 전용프로그램(전·후 처리기 및 Solver)을 PC용으로 개발하여 CAE 기술의 고도화 및 경비 절감을 꾀하였다.  
본 연구를 통해서 얻어진 성과를 통하여 고무류 기계부품의 통합 설계 시스템을 구축하기 위한 기반을 다지며 고무류 기계부품 개발에 소요되는 시간과 경비를 절감하고 개발된 제품의 품질 고도화를 꾀하여 관련 기술의 일류화를 달성하고 국제 경쟁력을 확보하는데 기여할 것으로 기대되며, 아래의 성과 활용이 예상된다.
  - 고무류 기계부품 (자동차 방진고무류)의 CAE 달성을 기반 구축
  - 국내 고무 해석·설계 기술에 관한 관심 및 인식 고조, 관련 기술 고도화
  - 자동차 및 철도차량 고무부품의 기술고도화 및 국산화에 기여
  - 고무 부품 국산화 개발에 관련된 연구과제 창출
  - 비선형 유한요소해석 기술을 활용함으로서 시작 금형 제작 비용 절감 및 신제품 개발에 적극 대응 및 개발 소요기간 단축

여 백

# SUMMARY

## I. Title and Period

- Design and Analysis of the Hyperelastic Rubber Mechanical Components
- 1996. 11. 21. ~ 1999. 9. 20.

## II. Objectives

Rubber elastomers are used extensively in many industries because of their large reversible elastic deformations, excellent damping and energy absorption characteristics, wide availability and low cost. The chemical compositions of rubber material, the configuration designs and the manufacturing processes to adjust the performance of the rubber components have been depended on the empirical and the trial-and-error methods.

Recently, the computer simulation tools which are a large deformation non-linear finite element analysis programs have been used in the prediction and evaluation of the behaviors of the non-linear rubber components. The analysis of rubber components requires special material modeling and non-linear finite element analysis tools that are quite different from those used for metallic parts.

The objectives of this project are to establish the material test method to define the non-linear properties of rubber, to develop the finite element analysis program to evaluate the performance of the rubber components, and to construct the fatigue life prediction system.

The objectives of the project of each year are followings :

1st year ('96-'97)	- formulation of hyperelastic FEA and development of basic code - establishment DB system of rubber materials and rubber components - establishment of material test methods to define rubber properties
2nd year ('97-'98)	- development of 2D FEA code and contact algorithm - design of test specimen and evaluate the test method - development of rubber friction-wear tester
3rd year ('98-'99)	- debugging of developed FEA code and formulation 3D problem - construction the fatigue life prediction system - evaluation of friction and wear properties of rubber

### III. Contents and Scope

The contents and scope of the project of each year to accomplish the objectives are followings ;

1st year ('96-'97)	<ul style="list-style-type: none"> <li>- determine the configuration of tension, compression, shear and fatigue test specimens</li> <li>- establish the DBMS system to set rubber properties</li> <li>- FEA for strut rubber insulator and verification of results by test</li> <li>- test and evaluation of fatigue life for rubber components</li> <li>- formulation of hyperelastic problem and development of 2D free mesh generator</li> <li>- development and verification of plane stress problem</li> </ul>
2nd year ('97-'98)	<ul style="list-style-type: none"> <li>- design of test specimen to evaluate rubber properties using FEA</li> <li>- determine the non-linear material constants of 6 kinds natural rubber for automotive anti-vibration components</li> <li>- FEA of T/M mount, lower arm bush and damping block etc.</li> <li>- prediction of the relationships between load and deflection, strain, stress</li> <li>- fatigue life test of strut insulator and obtain the curves of P-N, ε-N, &amp; σ-N</li> <li>- development of FEA program for 2D plane strain and axisymmetry problems of hyperelastic material</li> <li>- development of 2D post processor</li> <li>- development of rigid body and deformable body contact algorithm</li> <li>- conceptual design of rubber friction and wear tester</li> <li>- determine the specification of tester (speed : 0-30 rpm, max. load : 25 kg, max. temperature : 120°C)</li> </ul>
3rd year ('98-'99)	<ul style="list-style-type: none"> <li>- error prediction of rubber material tests</li> <li>- construction the data base system of rubber material properties and the characteristics of rubber components</li> <li>- combination the material properties and the components characteristics</li> <li>- fatigue life test using jang-gu shaped rubber specimen and component</li> <li>- evaluation the effective parameters for the prediction of fatigue life</li> <li>- prediction and verification of fatigue life of rubber components</li> <li>- debugging of the developed 2D non-linear FEA program</li> <li>- formulation and coding of 3D non-linear FEA program</li> <li>- evaluation of friction and wear properties of rubber</li> </ul>

#### **IV. Results and Recommendation**

- 1) The material modeling of hyperelastic properties of rubber was characterized by the strain energy functions and determined via the curve fitting of experimental stress-strain data from tensile, compression, and shear tests. The improvement of test methods and the error prediction of test were investigated using FEA and actual tests.
- 2) Material tests of 6 kind of natural rubber for automotive components were carried out in order to obtain the non-linear material constants. And, the useful PC based data base system was constructed with the rubber material properties and the components characteristics.
- 3) The jang-gu shaped specimen was designed and tested in order to evaluate and predict the fatigue life of rubber components. Finite element analyses and fatigue life tests of specimens and components were executed. The curves of load-life, strain-life and stress-life acquired. It was shown that the important parameters to predict fatigue life were the signed maximum strain.
- 4) The behaviors of deformations and stress distributions of automotive rubber components such as T/M mount, several bush type mounts and damping block etc. were evaluated by using commercial FEA code. And, It was shown that the results by FEA simulations were in close agreement with the real test results.
- 5) The friction and wear tester was constructed according to the conceptual design, and experiments were carried out to measure the friction and wear behaviors of the natural rubber. The effects of the various operation conditions such as loads, speeds, and temperatures on the friction and wear were analyzed.
- 6) The PC based exclusive finite element analysis program with pre/post processor for non-linear and large deformation analysis was developed. The results with this program were verified by comparing with the results of the commercial code and some known theoretical results.

The technologies developed in this project are expected to be widely used applied in design, analysis and development of several rubber components which are used in automotive, railroad, and mechanical elements etc.

여 백

## Contents

Chapter 1 Introduction .....	15
Chapter 2 Kinds and Characteristics of Rubber .....	19
2.1 Structure and Elasticity of Rubber .....	19
2.2 Kinds and Characteristics of Rubber .....	24
Chapter 3 Hyperelastic Theory and Material Test of Rubber .....	31
3.1 Hyperelastic Behavior .....	31
3.2 Strain Energy Function .....	32
3.3 Constants of Strain Energy Function .....	37
3.4 Material Test of Rubber .....	41
3.5 Design of Test Specimen Using FEA .....	52
Chapter 4 FEA of Mechanical Rubber Components .....	65
4.1 Introduction .....	65
4.2 Strut Rubber Insulator .....	66
4.3 Bush Type T/M Mount .....	70
4.4 Hydraulic Engine Mount .....	73
4.5 Other Bush Type Mount .....	78
4.6 Lower Arm A Bush .....	84
4.7 Large Displacement Analysis of Rubber Diaphragm .....	87
4.8 Diaphragm for Hydraulic Engine Mount .....	94

<b>Chapter 5 Fatigue Life Evaluation of Rubber Component .....</b>	<b>99</b>
5.1 Introduction .....	99
5.2 FEA of Component .....	100
5.3 Design and FEA of Gang-gu Shaped Specimen .....	102
5.4 Fatigue Life Test of Gang-gu Shaped Specimen .....	114
5.5 Prediction of Fatigue Life of Component .....	119
5.6 Results and Discussion .....	125
<b>Chapter 6 Data Base System of Rubber .....</b>	<b>127</b>
6.1 Introduction .....	127
6.2 Description of Data Base .....	127
6.3 Data Base System of Rubber .....	132
6.4 Results and Discussion .....	143
<b>Chapter 7 Conclusions .....</b>	<b>145</b>
<b>References .....</b>	<b>147</b>
<b>Appendix Thermal Effects on Rubber Properties</b>	
1. Thermal Degradation .....	153
2. Thermal Effect on Properties of Engine Mount .....	156
<b>Reports of Consignment Project</b>	
1. Development of Large Displacement, Non-Linear FEA Program .....	165
2. Development of Friction and Wear Tester and Evaluation Properties of Rubber .....	203

# 목 차

제 1 장 서 론 .....	15
제 2 장 고무의 종류 및 특성 .....	19
제1절 고무의 구조와 탄성 .....	19
제2절 고무의 종류 및 특성 .....	24
제 3 장 고무의 초탄성 이론 및 재료시험 .....	31
제1절 초탄성 거동 .....	31
제2절 변형률 에너지 함수 .....	32
제3절 변형률 에너지함수의 계수결정 .....	37
제4절 고무 재료 시험 .....	41
제5절 유한요소해석을 이용한 고무 재료시험 시편 설계 .....	52
제 4 장 고무류 기계부품의 유한요소 해석 .....	65
제1절 개요 .....	65
제2절 Strut Rubber Insulator .....	66
제3절 부시형 T/M 마운트 .....	70
제4절 Hydraulic Engine Mount .....	73
제5절 기타 부쉬형 방진고무 .....	78
제6절 Lower Arm A Bush .....	84
제7절 어큐뮬레이터에 사용되는 고무 다이아프램의 대변형 해석 .....	87
제8절 Hydraulic Engine Mount에 사용되는 Diaphragm .....	94

제 5 장 피로수명 평가 .....	99
제1절 서 론 .....	99
제2절 부품의 유한요소 해석 .....	100
제3절 구형 시편 형상설계 및 유한요소 해석 .....	102
제4절 구형 시험편 피로시험 .....	114
제5절 피로시험 및 강도평가 .....	119
제6절 결 론 .....	125
 제 6 장 고무데이터베이스 시스템 .....	127
제1절 서 론 .....	127
제2절 데이터베이스 일반 .....	127
제3절 고무 데이터베이스 시스템 .....	132
제4절 결과 및 고찰 .....	143
 제 7 장 결 론 .....	145
 참고문헌 .....	147
 부록 A 온도 변화에 따른 고무 특성	
1. 고무의 열노화 .....	153
2. 엔진마운트의 온도변화에 따른 특성 변화 .....	156
 위탁연구 보고서	
1. 대변형(비선형) 유한요소 코드 개발 .....	165
2. 고무류의 트라이볼로지 특성 평가 .....	203

# 제1장 서 론

## 1.1 연구의 필요성

고무는 1881년 ‘인도고’라는 명칭으로 국내에 맨 처음 소개된 이후로, 통상 신고무 소비량으로 정의되는 고무산업의 규모가 90년대에 해마다 2.7% 씩 증가하여 1997년에는 69만톤에 이르러 미국, 중국, 일본에 이어 세계 4위의 자리를 차지하고 있다[1.1].

고무 산업에 관한 제반 기술들은 경험과 시행 착오적인 방법으로 발전·전수되어 왔으며, 특히 같은 회사 내에서도 고무 배합 및 핵심 제조 공정 등에 관한 주요 기술은 몇몇 엔지니어들의 전유물로 간주되어 올 정도로 다른 산업에 비해 폐쇄적으로 기술 발전이 이루어져 왔으며 체계적인 기술 축적이 어려운 산업 분야로 알려져 있다.

고무류 기계부품은 자동차, 철도차량 뿐 아니라 미래산업 분야인 반도체, 정보통신 등 전 산업분야에 널리 활용되며, 동 부품의 특성 평가 및 설계기술 확보를 통한 품질 및 성능 향상은 곧 전체 기계 및 시스템의 기술 고도화에 꼭 필요한 핵심기술이라 할 수 있겠다.

최근 일류화를 지향하는 선진 제품의 경우 기본적인 기능 외에 저진동, 저소음화 및 작동감 향상 등을 통한 고품질·고품위·고신뢰성 달성을 위해 자동차를 비롯한 대부분의 기계제품에 고무류 부품의 사용이 날로 증가하고 있는 추세이다.

## 1.2 기술개발 현황

- 고무부품에 대한 실험적인 특성 평가 및 내구시험 등은 십 수년 전부터 타이어 업체와 자동차 방진고무 업체 및 연구소에서 일부 수행되어 오고 있으나 이들 연구는 주로 고무부품의 반복하중에 의한 변형 특성 변화와 내구수명 평가에 관한 것들로 고무설계, 제조 및 시험평가에 관한 일괄적인 체계는 아직 정립되지 못하고 있는 실정이다.

- 선진국의 경우, 오랜 경험과 축적된 Know-how를 바탕으로 요구되는 제품 특성에 맞는 부품 개발을 위한 설계기술은 상당 부분 확보된 상태이며, 고도의 해석 및 설계기술을 통한 고성능의 제품을 개발하여 각종 기계시스템에 적

용하고 있다. 또한, 각종 시험 장치를 개발하여 체계적인 고무 특성시험 및 내구성능시험을 통해 제품의 신뢰성을 확보하고 있으며, 고무 부품 설계를 위한 전문가 시스템의 전 단계로 생각할 수 있는 고무 물성 및 부품에 대한 Data Base와 전산해석 프로그램을 이용한 고무 부품 설계 전용 시스템이 구축되어 독일, 미국 및 일본의 자동차 부품 업체를 중심으로 신제품 개발 시 많이 활용하고 있음이 보고되고 있다.

· 국내의 경우 현재까지 고무부품의 설계 및 시제품 제작기술은 대부분 경험이나 시행착오적인 방법에 의존해 오고 있어 체계적인 설계, 해석, 시험기술은 아직 미비한 실정이다. 1990년대 초반에 자동차 업체에서 방진 고무 부품의 설계를 위해 상용 유한요소 해석 소프트웨어를 이용한 고무부품의 변형 거동 해석이 일부 수행되어 오고 있으나 재료의 특성화 및 프로그램의 효과적인 이용 등에 대한 이해 및 체계가 결여되어 있고 이들의 해석결과가 현업의 고무 설계에 잘 반영되지 못하고 있는 실정이다.

### 1.3 현 기술 상태의 취약성

고무 부품에 대한 기술 개발 및 연구 활동이 고무 배합, 물성 개량 등 주로 화공 및 재료적 측면만을 위주로 진행되어 온 실정이었으며, 이로 인하여 여러 가지 금속 재료 부품은 물론이고 복합재 및 기타 플라스틱 제품의 개발 시에도 적용되고 있는 CAE 기술이 잘 적용되지 못하고 있는 기술 분야이다. 최근 고무 역학에 관한 이론 정립과 고무 물성 Data의 축적 및 비선형 대변형 유한요소해석 프로그램의 활용 등을 통하여 설계 기술 고도화를 위한 연구가 진행됨에 따라 각종 자동차 및 철도차량의 방진고무 부품 개발에 CAE 기술이 적용되어 가고 있는 추세이다.

고무류 기계부품의 품질 및 기술 고도화는 내구성 및 신뢰성 확보를 통하여 달성할 수 있다. 그간 이를 위하여 주로 고무 배합과 제조 공정 개선 등 경험에 의한 시행착오적인 방법의 연구가 수행되어 왔으나, 아직 물성 평가 및 배합 성분에 관한 체계적인 Data Base 구축이 미진하고, 고무 재료의 특수한 성질인 초탄성 비선형 거동의 역학적 이해 부족과 고무 부품의 설계·해석을 위한 전용 유한요소해석 프로그램의 미비로 인하여 제품의 성능의 재현성 및 신뢰성 확보에 큰 어려움을 겪고 있는 실정이었다.

### 1.3 앞으로의 전망

고무류 기계부품의 설계·해석 및 평가에 관한 연구 개발 투자는 자동차 방진고무 업계를 중심으로 부품 설계 시스템 구축과 내구성 및 신뢰성 향상을 목적으로 진행되어 왔다. 최근에는 철도 관련 고무 부품의 국산화 개발과 정밀기계 장치의 방진·제진 기능 부품 개발에 대한 연구 개발 투자가 진행되고 있다. 그간 이 분야에 대한 국내 연구개발 투자는 다른 기술 분야에 비해 상대적으로 미비하였으나 세계 일류화를 지향하는 제품에 고무류 부품의 사용이 날로 증가하고 품질 및 성능향상에 꼭 필요한 핵심기술이므로 향후 5년간의 연구개발투자는 지속적으로 증가하리라 전망된다. 고무 물성 시험과 평가, 부품 특성 해석 및 시험, 설계 S/W 및 Data Base 구축 등 고무류 기계부품의 통합설계 시스템에 필요한 전반적인 기술을 체계화시킨다면 가까운 시일 내에 선진 고무설계기술 수준에 도달할 수 있을 것으로 사료된다[1.2, 1.3].

### 1.4 연구개발 목표

본 연구에서는, 세계 4위의 고무 소비국 임에도 불구하고 고신뢰성, 고품질화 및 CAE 달성을 측면에서 극히 낙후되어 있는 기술 분야인 고무류 기계부품 기술의 고도화를 위한 원천요소기술인 설계기술을 확보하는데 있다. 이를 위하여 본 연구에서는 고무부품 설계 Data 확보를 위한 물성 시험법을 정립하고 고무부품 해석용 전용 유한요소코드를 개발하고자 하며, 나아가 고무부품의 피로설계 시스템을 구축하고자 한다.

연도별 연구개발 목표는 다음과 같다.

1차년도 ('96)	- 초탄성 FEA 정식화 및 기본 해석코드 개발 - 고무 재료 및 부품 시험 결과 Data Base 구축 - 고무 재료 정특성 시험 시편 및 시험법 개선
2차년도 ('97)	- 2D 해석코드개발 및 접촉 알고리즘 개발 - 시험 시편 및 시험법 정립 - 고무마찰특성시험기 개발
3차년도 ('98)	- 초탄성 3차원 해석 코드 개발 - 고무 부품 피로수명 설계 시스템 구축 - 고무재료 시험 규격 확립 (소재 및 부품의 Data Base 구축) - 고무 마찰·마모 특성 평가

여 백

## 제2장 고무의 종류 및 특성

### 제1절 고무의 구조와 탄성

세상에는 여러 가지의 물질이 존재하는데 단일 원소만으로 된 것도 있고 다른 종류의 원소들이 조합되어 있는 것도 있다. 또 화합물을 무기 및 유기 화합물로 나누며 실용적인 면으로는 금속재료와 비금속 재료로 나누기도 한다.

이러한 물질들은 각각 고유의 성질을 갖고 있는데 손으로 잡아당기면 쉽게 늘어나고 손을 떼면 곧 원래의 길이로 되돌아오는 고무줄은 일반 탄성체와는 달리 변형율의 범위가 500~900%에 이르는 대변형과 탄성회복의 거동을 보이는 재료로 일반적으로 비압축성인 소재를 우리가 흔히 말하는 고무(rubber)라고 부르며 압축성 소재의 고무는 명칭을 달리하여 폼(form)이라고 부른다 [2.1].

물체에 힘을 가하여 당길 때 변형과 응력 사이에는 흑(hook)의 기본 법칙이 성립되어 응력( $\sigma$ )은 신장율( $\epsilon$ )에 비례하여  $\sigma = E \cdot \epsilon$  으로 나타낼 수 있다.

여기서 E는 정수로서 일반적으로 탄성계수(young modulus)라 하며 이 식은 이상적인 탄성체에서 성립되는 것으로 완전 탄성체란 존재하지 않지만 근사적으로 이 식을 적용하여 각종 재료의 탄성계수를 구하고 있다.

탄성계수가 낮다는 것은 재료가 유연하여 신장되기 쉽다는 것을 뜻하는데 금속은  $21,000 \text{ kg/mm}^2$ 인데 비하여 고무는  $0.2 \text{ kg/mm}^2$ 로서 플라스틱이나 섬유의  $20\sim200 \text{ kg/mm}^2$ 에 비하여도 적은 값이다.

고무의 탄성은 금속, 기타 일반 고체의 탄성과는 본질적으로 달라 금속은 변형율이 겨우 수 % 이하인데 비하여 고무는 수백 %에 달하므로 단위 면적당의 응력에 있어서도 고 신장에 의한 면적의 수축이 격심하므로 기초 공식의 적용에 무리가 있으나 재료의 성질을 이해하는데 도움이 된다[2.2, 3].

이와 같이 적은 힘으로도 크게 신장되고 또 빨리 원상태로 돌아가는 성질을 고무의 탄성이라고 한다.

## 1.1 고무의 화학구조와 신축성

고무에서 고분자 사슬 한 개에 대해 생각해 보면 Fig 2.1에서와 같이 줄기는 탄소와 탄소로 결합되어 있고 이들 탄소는 한 직선상에 나란히 있는 것이 아니고 지그재그로 되어 있다.

고무를 신장시키면 지그재그 모양을 한 분자도 점차 신장되지만 신장될 때까지는 상당한 여유가 있다. 그러나 신장됨에 따라서 분자가 형성하는 형태의 수는 신장되지 않은 때에 비하면 감소된다. 이것을 열역학적 엔트로피(entropy)의 감소라고 한다. 자연계는 엔트로피가 큰 것일수록 안정하며 신장하여 엔트로피가 감소하더라도 엔트로피가 증가되면서 회복되려는 방향으로 자연의 힘이 작용한다.

따라서, 고무는 원래의 길이로 되돌아가게 된다. 이와 같은 고무의 탄성을 일반적으로 엔트로피-탄성이라고 설명하고 있다.

고무가 될 수 있는 화학 구조상의 특징은 긴 사슬 모양의 고분자로 분자내 사슬 단위의 자유 회전성 운동이 커야한다. 또한, 분자 상호 작용이 적고 적당한 처리로 긴 사슬모양 고분자의 군데군데에 분자간의 가교가 될 수 있어야 한다[2.4].

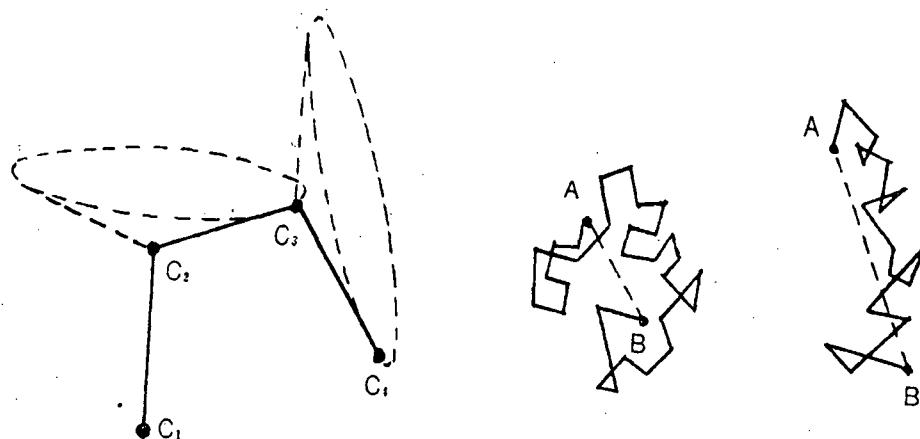


Fig 2.1 Free-rotation and deformed shape of C-C molecular chain

## 1.2 고무의 분자 배양

고무가 유연한 물성을 나타내는 첫째 조건은 결정성이 아니고 무정형(無晶形)이기 때문이다. 고분자의 결정이란 결합된 많은 분자가 규칙적으로 배열되고 또 큰 분자나 블록이 정연(整然)된 상태로 되어있는 것을 말한다. 따라서, 분자의 배열이 무질서한 무정형보다는 분자끼리 서로 접근되어 있어 분자가 열 운동을 할 수 있는 여지가 적다. 즉, 무정형 부분보다는 분자가 치밀하게 결속되어 있기 때문에 밀도도 높고 아주 단단하다.

Fig 2.2는 결정의 개념을 알기 위한 그림으로 결정성 고분자 물질, 예를 들면 결정성 플라스틱일지라도 100% 결정으로 된 것이 아니고 무정형인 비결정 영역이 어느 정도 함유하고 있다.

그래서 이와 같은 결정은 분자의 결합이 일정한 규칙성으로 되기 쉬운데 1개의 분자 사슬이 규칙성을 가지고 또 같은 분자끼리 서로 인접되어 있어야 한다. 만일 분자 사슬에 결합되어 있는 커다란 원자, 원자단이 있다면 이들의 방해로 분자 사슬이 서로 접근하기 어려우므로 결정화가 어렵다.

따라서, 고무의 성질을 나타내기 위해서는 분자의 배열이 무질서하게 되어 있고 무정형일 필요가 있다.

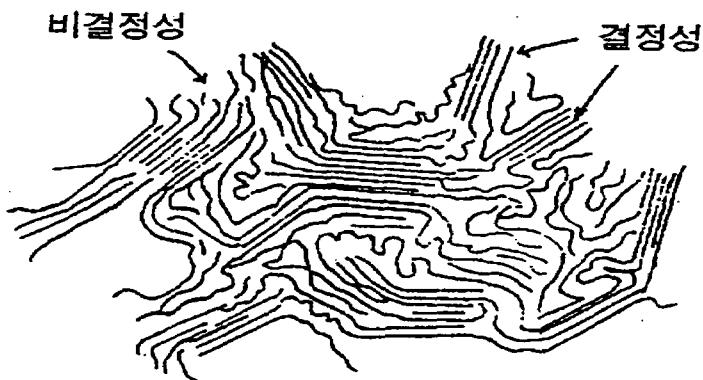


Fig. 2.2 Molecular model

### 1.3 고무의 변형

고무의 변형을 알아보기 위하여 길이  $\ell$ 의 결합 축으로 맺어진 원자(예를 들면 탄소원자)가  $n$ 개 연결되어, 활발한 마이크로 brown운동을 하고 있는 상태에 있을 때의 문자사슬의 양단 사이의 거리를 생각하면, 사슬은 마이크로 brown운동에 의해 시시각각 형태를 바꾸기 때문에, 여기에서는 통계적인 평균거리로 한다.

마이크로 brown운동을 하고 있는 직쇄 문자의 모델로서 1개의 기체분자가 다른 문자와 충돌을 반복하면서 자유자재로 방향을 바꿔서 돌아다니고 있을 때의 궤적을 생각해 보면 충돌한 후, 다음 충돌할 때까지의 기체분자의 비행 거리의 2승 평균의 평방근을  $\ell$ 로 한다.

$n$ 회 충돌을 반복한 후에, 그 문자가 최초의 위치로부터 거리  $r$  및  $r+dr$ 의 구(球)형상의 테두리 속에 존재하고 있을 확률  $W(r)dr$ 은  $n$ 이 충분히 큰 경우,

$$W(r)dr = (\beta / \pi^{1/2})^3 \cdot \exp(-\beta^2 r^2) 4\pi r^2 dr \quad (2.1)$$

로 근사할 수 있다. 여기에서  $\beta = (3/2)1/2(n1/2 \ell)^{-1}$ 이다.

$W(r)$ 는 분포함수라 부르며, 이 경우는 가우스(Gauss)분포함수이다. 이것으로부터  $r$ 의 2승 평균의 평방근은

$$(r^2)^{1/2} = (3/2)^{1/2}(1/\beta) = n^{1/2} \ell \quad (2.2)$$

이 된다.

마이크로 brown운동에 의해서, 시시각각 자유자재로 형태를 바꾸고 있는 문자사슬의 양 말단사이의 거리는 평균하면 결합축의 길이  $\ell$ 의  $n^{1/2}$ 배가 된다. 실제의 문자사슬은 일정한 결합각도를 유지하고 있기 때문에, 탄소원자 사이의 결합축을 어떤 방향으로도 향할 수는 없지만, 탄소원자 4~6개를 1 unit로서 생각하면, 랜덤 플라이트에 가까운 상황이 발생한다.

고무의 변형을 생각할 때에는 2개의 가교점 사이에 있는 문자사슬을 힘을 담당하는 member로서 생각한다. 이 문자사슬의 등가unit의 수를  $n$ 으로 치환

하면, 일반적인 고무의  $n$ 은 100전후의 수가 된다.

그런데, 양단사이의 거리가  $n^{1/2} \ell$ 인 분자사슬의 양단을 힘점(力点)으로 하여 잡아늘이면 Fig. 2.3에서와 같이  $n\ell$ 의 길이가 될 수 있다.

따라서, free상태와 최대한까지 늘렸을 때의 양단사이의 거리의 비, 즉 분자사슬의 최대 신장비  $\lambda_{\max}$ 는

$$\lambda_{\max} = n\ell / n^{1/2} \ell = n^{1/2} \quad (2.3)$$

이 된다.  $n=100$ 이면  $\lambda_{\max}=10$ 이 된다.

이 분자사슬이 늘어나는 것과 동일한 비율로 고무가 늘어날 수 있다면, 고무는 원래길이의 10배정도의 길이까지 신장할 가능성을 가지고 있는 것이 된다. 이것은 실모양의 긴 분자사슬이 활발한 열운동(마이크로 brown운동)을 하고 있기 때문에, free상태에서는 꼬불꼬불 구부러져 오그라든 형태를 취하고 있기 때문인 것은 분명하다.

결합이 끊어지면 원자사이의 거리는 무한대가 되지만, 분자사슬은 다 신장된 상태가 될 때까지 결합축의 회전으로 변형하여, 결합축의 길이는 거의 일정거리  $r_T$ 로 유지되고 있다. 고무가 크게 변형하더라도 깨지지 않는 것은 이 때문이다.

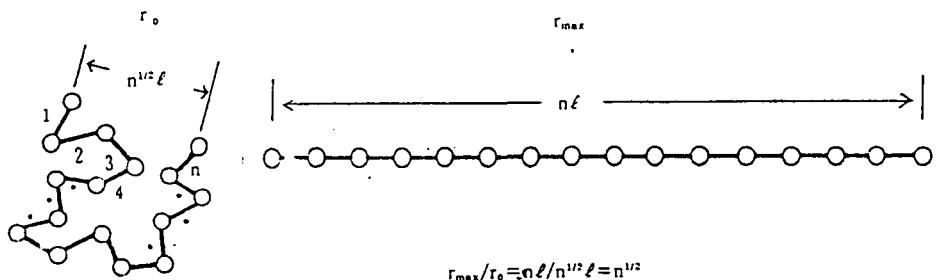


Fig. 2.3 Large deformation of rubber molecular

## 제2절 고무의 종류 및 특성

### 2.1 천연고무(Natural rubber : NR)의 종류

천연고무는 헤비아 브라질리엔시스(*Hevea brasiliensis*)라고 하는 고무나무의 수피(樹皮)에 수평선을 기준으로 원쪽에서부터 오른쪽으로 30° 방향으로 경사지게 태핑(tapping)이라는 상처를 내어 흘러내리는 라텍스 액을 받아 이를 굳혀서 생산하는 것이다.

천연고무의 종류는 제법(製法)이나 품질(品質)에 따라 국제 품질 기준(International standards of quality and packing for natural rubber grades)에 의거하여 8품종, 35등급으로 구분하고 있다[2.5].

#### (가) 리보드 스모크드 시이트(Ribbed Smoked Sheet)

공업적으로 가장 많이 사용되는 것으로 천연고무 총 생산의 80%를 점유한다. RSS에는 RSS 1X, RSS 1~5의 6등급이 있는데 호수가 증가함에 따라 외관이 좋지 않다. RSS 1호는 예외적으로 제조공정을 주의 깊게 관리하여 제조하고 있다.

#### (나) SP 고무(Superior Processing rubber)

가공성이 우수한 생고무의 일종으로 특징은 칼렌더 작업 또는 압출공정에 있어서 수축이 적고 평활한 면을 얻을 수 있으며 오픈 큐어(open cure)에서도 변형이 적기 때문에 치수나 형상을 올바르게 유지시킬 수 있다.

종류는 SP 크레이프(crepe), SP 에어 드라이드 시이(air dried sheet, ADS), SP 헤비아 크럼(hevea crumb), SP 브라운 크레이프(brown crepe) 등이 있으며 이보다 가공성이 더 좋은 PA 80(Processing aid 80), PA 57 등이 있다.

#### (다) TC 고무(Technically Classified rubber)

천연고무는 생고무의 외관과 이의 내부적 품질이 일치하지 않는 것이 하나의 큰 단점인데 이러한 결점을 해결하고자 한 것이 TC 고무이다.

이것은 종래의 방법으로 제조되는 생고무를 포장(包裝) 하기 전에 시험하여

가황(加黃)의 지속에 따라 분류하고 이의 지속을 나타내는 표식을 색상으로 포장에 표시한 것이다. 다시 말하면 생고무를 ACC No.1 배합표에 따라 배합하여 140 °C에서 30분간 가황하여 시험편에 5 kg/cm<sup>2</sup> 의 하중을 가하였을 때의 신장을 Table 2.1에서와 같이 적, 황, 청색으로 표시한 것이다.

(라) 표준 말레이지아 고무(Standard Malaysian Rubber)

말레이지아에서는 기술적 분류 규격에 따라 분류한 것으로 Table 2.2에서 보는 바와 같이 1급, 2급 및 3급에 해당하는 생고무를 각각 SMR 5, SMR 20, SMR 50이라 하였는데 숫자는 잡티분의 한계치를 나타낸다.

Table 2.1 Elongation of TC rubber

종 별	5 kg/cm <sup>2</sup> 하중을 가하였을 때의 신장율 (%)
청(青)	55 ~ 79
황(黃)	67 ~ 91
적(赤)	79 ~ 103

Table 2.2 Grade of the natural rubber

항목	1	2	3
잡티분	< 0.05	< 0.2	< 0.5
회분(灰分)	< 0.5	< 1.0	< 1.5
구리분	< 8	< 8	< 8
망간분	< 10	< 10	< 20
질소 함량	< 0.7	< 0.7	< 0.7
휘발물질 함량	< 1.0	< 1.0	< 1.0

## 2.2 천연고무의 특성

### (가) 화학적 특성

시판되는 생고무는 양질의 것이 약 94%의 고무 탄화수소를 함유하고 그 외에 단백질, 아세톤 가용분(주성분 : 고급 지방산, 스테롤, 에스테르 화합물), 회분, 수분, 소량의 당분 등의 비고무 성분을 함유하고 있다.

성분별 기능으로 지방산은 가교 활성제로 작용하며 스테롤 등은 노화 방지제의 역할을 한다. 때문에 아세톤으로 압출한 고무는 천연의 노화방지제를 포함하고 있지 않으므로 노화가 대단히 빨라진다. 단백질은 고무의 방수성에 관련되며 가황 촉진 작용도 한다. 한편 회분 중에는 칼륨, 마그네슘, 칼슘의 인산염 등이 검출되지만 이들은 생고무 또는 가황고무에 영향을 주지 않는다. 그러나 생고무 중에 미량 존재하는 구리, 망간이 정상적 함량(2-3 ppm)보다 많으면 강력한 산화 촉진작용을 한다.

### (나) 물리적 특성

생고무의 일반적 특성은 Table 2.3과 같은데 이는 평균적이며 비고무 성분량에 따라 변화한다. 특히 비중은 비고무 성분의 함유량과 결정도의 변화 때문에 정확한 값을 나타낼 수 없다.

생고무는 일정하게 녹는점이 없으나 130~140 °C에서 연화(軟化)하고, 150~160 °C에서 심하게 점착성을 띠우며 200 °C 정도에서 분해하기 시작하고 220 °C에서 녹으며 270 °C에서 곧 분해한다. 생고무는 20 °C에서 인장강도가 약 25 kg/cm<sup>2</sup>이며 신장율은 1200%이다.

Table 2.3 General properties of the natural rubber

비중	0.92	연소율	10,700 cal/g	비열	0.48~0.50 cal/g
쿨절률	1.52	열전도도	0.00032cal/cm <sup>2</sup> sec. °C	유전율	2.37
팽창계수	0.00062 / °C	에너지 밀도	63.7 cal/cc	역률	0.15~0.2

## 2.3 합성고무의 종류 및 특성

오늘날 다량으로 생산되고 있는 합성고무(Synthetic rubber : SR)는 과산화물(過酸化物) 등을 중합촉매(重合觸媒)로 하는 수상(水相) 라디칼 유화중合法(乳化重合法)과 짜이글러 촉매와 같은 유기금속화합물을 이용하는 용액(溶液) 이온 중합법에 의해 제조되고 있다.

### (가) 합성 천연고무(Isoprene Rubber, IR)

합성 천연고무는 천연고무와 달리 합성품이므로 균일한 결분을 함유하여 잡티분이 없다는 것과 무니(mooney) 점도를 조정하여 사용하기 쉽다.

대표적 특징은 가공성 즉 내림 공정을 매우 간단히 행할 수 있다는 것인데 일반적으로 3~5분 정도 내림 작업을 한 것이 분산 면에서 양호한 결과를 나타낸다. 물성면으로 볼 때는 천연고무와 거의 동등하며 고무 중의 불순물이 적기 때문에 흡수성, 전기특성, 내노화성이 천연고무보다 약간 상회한다.

### (나) 폴리 클로르프렌 고무(polyChloroprene Rubber, CR)

폴리 클로르프렌은 특수 성능을 발휘하는 합성고무로 전선용, 접착제용, 건축용으로 구분되며 종류는 22종의 고형 탄성체와 약 13종의 라텍스가 시판되고 있다.

특징으로는 내후성, 내오존성, 내열노화성이 우수하며 내유성과 내약품성이 좋고 접착력이 강력하며 난연성이 있고 투과율이 적어 천연고무와 거의 비슷한 물성을 보이며 특히 무충진 배합물로도 강력한 특성을 나타낸다.

### (다) 스틸렌-부타디엔 고무(Styrene-Butadiene Rubber, SBR)

흔히 범용고무라고 하며 현재에도 가장 많이 생산되고 소비되는 고무로 전체 합성고무의 80%를 점유한다. 스틸렌 부타디엔 고무의 주요 특성 및 장단점을 Table 2.4~2.5에 나타내었으며 Table 2.6에는 천연고무 및 합성고무의 기계적 특성 및 용도에 관해 요약하였다.

Table 2.4 Characteristic of the Styrene-Butadiene Rubber

종류	특성
SBR 1500	대표적 SBR, 점착성, 가공성이 우수하다
SBR 1502	비오염성의 안정제 사용, 백, 담색제품에 적합
SBR 1507	가공성 우수, 트랜스퍼, 사출용, 발포용에 적합
오일 마스터벳치 (SBR 1712, 1773, 1778, 1778N)	물성을 유지하면서 점성을 낮춰 가공성 개선, 가격도 저렴하여 주로 타이어용으로 사용
카아본블랙 마스터벳치	현장에서 주위를 오염시키지 않고 단시간에 내 림 작업을 하므로 전력 절약
하이스티렌 고무	신발제조에 사용, 스틸렌 80% 이상에서는 오히 려 수지에 가까워 SBR, NR의 보강재로 사용

Table 2.5 Advantage and disadvantage of the Styrene-Butadiene Rubber

장점	이 물질의 혼입이 없어 품질이 균일하다
	일정한 가교 속도를 유지한다
	내노화성, 내열성, 내마모성이 우수하고 내유성도 좋다
	내림 작업시 가소화할 필요가 없고 다시 내림하여도 가소도 변화 작다
	스코오치에 대하여 안정하며 가교는 평탄 가교를 할 수 있다.
	NR, BR, 재생고무와의 블랜드가 용이하여 SBR의 단점 보완 가능
단점	순고무 가교물 인장강도는 SBR이 비결정성이어서 보강성 충진제 배합
	가교 속도 늦어 다량의 가교 촉진제와 강력한 촉진제를 사용해야 한다
	점착성이 적으므로 점착제를 배합해야 한다
	수축률이 크기 때문에 칼렌더 작업과 압출 등이 다소 곤란하다
	탄성이 적고 동적발열이 크다

Table 2.6 Characteristics and mechanical properties of the rubber

고무종류	주요 특성	경도 (쇼아A)	인장강도 (kg/cm <sup>2</sup> )	신장률 (%)	주요 용도
천연고무	촉감이 좋고 기계적 성질 우수	30-90	70-280	100-600	자동차, 트럭의 타이어, 신발, 호스, 공기스프링
스틸렌-부타디엔 고무	내마모성이, 내노화성이 양호하고 값이 싸다.	40-90	50-230	100-500	자동차 타이어와 신발, 고무 방수포, 운동용품, 벨트
부타디엔 고무	탄성이 좋고 내마모성이 좋다	40-90	50-230	100-500	방진고무, 항공기 타이어, 신발, 고무롤, 벨트, 호오스 등 공업용품
클로로프렌 고무	내후, 내오존, 내열, 내약품, 내노화성이 우수	40-90	60-250	100-500	전선피복, 콘베어 벨트, 방진고무, 창틀고무, 접착제, 고방수용 및 일반 공업용품
니트릴 고무	내유, 내마모, 내노성이 우수	40-90	50-250	100-500	오일실, 가스캡, 내유호오스, 콘베어 벨트,
부틸고무	내후, 내오존, 내가스 투과성우수	35-90	50-250	100-600	자동차 타이어용 튜브, curing bag, 전선피복, 창틀고무, 증기호오스
에틸렌-프로필렌 고무	내노화, 내오존, 극성액체에 대한 저항성, 전기적 성질 양호	40-90	50-200	100-500	전선피복, 자동차 훼더스트립, 증기호오스, 콘베어 벨트
클로로솔 폰화 폴리부틸 렌 고무	내노화, 내오존, 내약품, 내마모성 양호	50-90	70-200	100-500	내후성, 내식성도료, 탱크라이니닝, 고무방수포, 내식성 패킹
아크릴 고무	고온에서의 내유성 양호	40-90	60-140	190-400	자동차 트랜스미션, 크랭크샤프트의 패킹 및 시일
플루오르 고무	최고의 내열, 내약품성	60-90	70-150	100-300	내열, 내유, 로켓패킹, 내식 패킹, 다이어프램
실리콘 고무	고도의 내열성과 내한성	30-80	30-90	100-150	패킹, 가스캡, 오일시일

# 여 백

## 제3장 고무의 초탄성 이론 및 재료시험

### 제1절 초탄성 거동

일반적인 탄성재료는 하중을 가했다가 제거하면 하중과 변형이 선형적인 관계를 유지하는 범위내에서 원래의 상태로 되돌아오는 탄성거동을 나타낸다. 고무재료는 하중과 변형이 비선형 관계를 보이는 대변형 범위에서도 탄성 거동을 나타내는 초탄성(hyperelastic) 특성을 지닌다.

탄성이론에 따르면 탄성재료의 거동은 변형률에너지함수(strain energy function, 이하에서 SEF로 호칭)로서 나타낼 수 있다.

고무재료의 거동은 비 선형, 비 압축성, 대변형의 특성을 지니고 있으며, 그 양상이 고무의 성분에 따라 큰 차이를 나타내기 때문에 시험으로부터 구한 하중-변형 관계를 가장 적절히 표현하는 SEF를 찾는 일이 중요한 연구대상이 되고 있다[3.1, 2, 3].

고무의 탄성 특성을 나타내는 구성방정식을 정의하는 방법에는 분자네트워크(molecular network) 탄성이론에 근거를 둔 방법과 실험결과에 근거를 둔 현상학적인 방법이 있다.

전자의 전형적인 이론에는 Gaussian이론이 있으며, 이는 내부에너지의 영향, 내부 사슬 구조 등의 현상을 나타내는데는 적합하나 실제 시험자료들과 비교하면 타당한 범위가 협소하고 오차도 상당히 커 공학적인 해석에는 적합하지 않다.

후자는 현상학적인 방법으로서 탄성이론을 만족하는 함수를 제안하고 시험 결과로부터 각 계수를 결정하게 된다. 이 방법은 정확한 계수 값을 얻기 위해서는 3차원 시험을 실시해야 하는 어려움이 있으나 공학적인 응용의 가치로 인해 주로 사용되고 있으며, 재료의 거동을 잘 표현하는 SEF를 결정해야 하는 절차가 뒤따라야 한다[3.4].

## 제2절 변형률에너지함수

변형률에너지함수는 탄성학에 근거를 둔 구성방정식에 의해 연신률불변량 (invariant of stretch)과 주연신률(principal stretch)의 함수로 나타낼 수 있다.

연신률불변량의 함수로서와 주연신률의 함수로서의 SEF는 다음과 같다.

$$W = W(I_1, I_2, I_3) \quad (3.1)$$

$$W = W(\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3) \quad (3.2)$$

여기서,  $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3$  는 주연신률이며, 재료가 등방성인 경우  $I_1, I_2, I_3$  는 다음 식으로 정의되는 주연신률에 대한 불변량이다.

$$I_1 = \lambda_1^2 + \lambda_2^2 + \lambda_3^2 \quad (3.3)$$

$$I_2 = \lambda_1^2 \lambda_1^2 + \lambda_2^2 \lambda_3^2 + \lambda_3^2 \lambda_1^2 \quad (3.4)$$

$$I_3 = \lambda_1^2 \lambda_2^2 \lambda_3^2 \quad (3.5)$$

고무의 분자 사슬의 방향이 초기에는 랜덤하지만 재료가 늘어남에 따라 분자 사슬은 일정한 방향성을 갖게 되어 이방성이 증가하게 된다. 그러나, 이 이방성의 증가는 변형되는 방향에만 영향을 끼침으로서 변형이력에 대해서는 등방성으로 간주할 수 있게 된다.

한편, 대부분의 고무 재료는 비압축성이므로 체적계수 (bulk modulus)는 전단계수 (shear modulus) 보다 상당히 크며 재료가 많이 구속되어 있지 않은 경우에는 비압축성의 가정이 타당함이 알려져 있다. 비압축성을 만족하려면  $\lambda_1 \lambda_2 \lambda_3 = 1$  이므로  $I_3 = 1$ 이며,  $I_2 = 1/\lambda_1^2 + 1/\lambda_2^2 + 1/\lambda_3^2$  의 관계식이 유도된다.

연신률불변량의 함수로 표시되는 대표적인 SEF는 Rivlin의 다항식 (식 3.6)과 주연신률의 함수로 표시되는 Ogden 함수(식 3.7)가 있다.

i) Rivlin 함수

$$W = W(I_1, I_2) = \sum_{i+j=1}^N C_{ij}(I_1 - 3)^i (I_2 - 3)^j \quad (3.6)$$

ii) Ogden 함수

$$W = W(\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3) = \sum_{n=1}^N \frac{\mu_n}{\alpha_n} (\lambda_1^{\alpha_n} + \lambda_2^{\alpha_n} + \lambda_3^{\alpha_n} - 3) \quad (3.7)$$

여기서,  $C_{ij}$ ,  $\alpha_n$ ,  $\mu_n$  는 시험결과로부터 결정되는 재료상수이다.

## 2.1 연신률불변량 변형률에너지함수 (Rivlin 함수)

연신률불변량 SEF인 Rivlin함수의 급수는 불변량(I)의 차수나 연신률( $\lambda$ )의 차수에 기준을 두고 전개된다. 급수의 차수를 증가시키면 피팅에 의한 계수 결정 특성 상 시험 데이터 범위 내에서는 재료의 거동을 잘 표현할 수 있지만 시험 데이터 범위 밖에서는 오히려 더 큰 오차를 가지게 될 수도 있다.

Table 3.1은 급수의 차수에 따른 항을 보여준다. 이러한 항을 갖는 식들은 고차항이 생략된 식이 되므로 어느 정도의 정밀도를 갖고 시험데이터에 근사적으로 맞춘 경험식이 된다.

Table 3.1 Coefficients of Rivlin functions

급수 차수	불변량 기준 (I의 차수)		연신률 기준 ( $\lambda^n$ 의 차수)	
	계 수	모델명	계 수	모델명
1차	$C_{10}, C_{01}$	Mooney-Rivlin	$C_{10}$	Neo-Hookean
2차	$C_{10}, C_{01}, C_{11}, C_{20}, C_{12}, C_{02}$ ( $C_{10}, C_{01}, C_{11}$ )	2차 불변량 (3항 Mooney-Rivlin)	$C_{10}, C_{01}, C_{20}$	Signiorini
3차	$C_{10}, C_{01}, C_{20}, C_{11}, C_{30}, C_{21}, C_{12}, C_{02}$ ( $C_{10}, C_{01}, C_{20}, C_{11}, C_{30}$ )	3차 불변량	$C_{10}, C_{01}, C_{20}, C_{11}, C_{30}$ ( $C_{10}, C_{20}, C_{30}$ )	James-Green Simpson (Yeoh)
4차	$C_{10}, C_{01}, C_{20}, C_{11}, C_{30}, C_{21}, C_{12}, C_{02}, C_{40}, C_{31}, C_{22}, C_{13}, C_{04}$	4차 불변량	$C_{10}, C_{01}, C_{20}, C_{11}, C_{30}, C_{21}, C_{40}$	4차 연신률

각 변형에너지함수식과 특징은 다음과 같다.

○ Neo-Hookean 모델 :  $W=C_{10}(I_1-3)$  (3.8)

고무탄성을 표현하는 가장 단순한 모델로서, 전단계수가 상수이며 일축인장의 경우 40% 변형률, 단순전단인 경우 90%정도까지 시험결과와 잘 일치한다.

○ Mooney-Rivlin 모델 :  $W=C_{10}(I_1-3)+C_{01}(I_2-3)$  (3.9)

본 모델은 100% 변형률까지의 인장시험 데이터와 잘 일치하며 압축 상태는 적합하지 않은 것으로 알려져 있다. 게다가 큰 변형률에서는 재료의 강성을 너무 크게 평가하는 단점이 있다.

범용 비선형대변형 유한요소 코드인 MARC에서는 위의 두가지 외에 다음과 같은 형태의 함수들이 해석에 사용되고 있다.

○ 3항 Mooney-Rivlin 모델 :

$$W=C_{10}(I_1-3)+C_{01}(I_2-3)+C_{11}(I_1-3)(I_2-3) \quad (3.10)$$

Tschoegl에 의해 제안된 본 모델은 단순인장 상태의 카본보강 가황천연고무의 단순인장 거동을 가장 잘 표현하는 것으로 알려져 있다.

○ Signorini 모델 :  $W=C_{10}(I_1-3)+C_{01}(I_2-3)+C_{20}(I_1-3)^2$  (3.11)

○ MARC 3차 모델 :

$$W=C_{10}(I_1-3)+C_{01}(I_2-3)+C_{11}(I_1-3)(I_2-3)+C_{20}(I_1-3)^2 \quad (3.12)$$

○ MARC 4차 모델 (James-Green-Simpson) :

$$W=C_{10}(I_1-3)+C_{01}(I_2-3)+C_{11}(I_1-3)(I_2-3)+C_{20}(I_1-3)^2+C_{30}(I_1-3)^3 \quad (3.13)$$

이들 모델에서는 전단계수가 상수가 아니며, 데이터를 피팅하기 위해 사용된 고차 항의 개입으로 인하여 시험 데이터 범위를 넘어선 영역에서는 불안정한 에너지함수를 초래할 우려가 있다.

○ Yeoh 모델 :  $W=C_{10}(I_1-3)+C_{20}(I_1-3)^2+C_{30}(I_1-3)^3$  (3.14)

본 모델은 카본블랙 보강고무의 경우 작은 연신률 구간을 제외하고는

$\partial W/\partial I_1$  가  $\partial W/\partial I_2$  보다 훨씬 작은 값을 가지고  $\partial W/\partial I_1$  가  $I_2$  와 거의 독립적이라는데 착안하여 3차 연신률 기준 함수로부터  $\partial W/\partial I_2=0$  의 관계를 도입하여 단순화시킨 함수이다.

이 모델은 다른 모델에 비해 일축인장시험 데이터를 다른 변형 상태에 비교적 잘 적용할 수 있는 장점이 있다.

그 밖에도 다음과 같은 Rivlin 변형률에너지 함수가 제안되고 있다.

#### ○ 4항 Biderman 모델 :

$$W = C_{10}(I_1 - 3) + C_{01}(I_2 - 3) + C_{20}(I_1 - 3)^2 + C_{30}(I_1 - 3)^3 \quad (3.15)$$

Alexsander에 의하면 본 모델은 Treloar의 일축인장 및 2축인장 시험 결과와 잘 일치하지 않음을 지적하고 있다.

#### ○ Tschoegl 모델 : $W = C_{10}(I_1 - 3) + C_{01}(I_2 - 3) + C_{22}(I_1 - 3)^2(I_2 - 3)^3 \quad (3.16)$

3항 Mooney-Rivlin 모델과 마찬가지로 Tschoegl에 의해 제안된 모델로서 부타디엔스틸렌고무의 거동을 가장 잘 표현하는 것으로 알려져 있다.

## 2.2 주연신률 변형률에너지함수 (Ogden 함수)

Rivlin 함수는  $I_1$ 과  $I_2$ 의 1차 항 만의 급수 전개로서는 큰 변형률 범위에서의 고무 거동을 적절히 표현할 수 없으며 고차항의 전개가 필요하게 된다. 그러나 함수가 고차화 될수록 수학적으로 더욱더 복잡해지고 연신률불변량 자체가 물리적인 의미를 지닌 양이 아니기 때문에 함수 자체도 물리적 의미를 부여하기가 어려워진다.

이에 따라 변형률에너지함수 자체에 물리적인 의미를 부여하고 또한 시험 데이터와도 잘 일치되는 새로운 형태의 함수가 제안되게 되었다. 이 함수는 연신률불변량이 아닌 연신률 자체의 함수로서 변형률에너지함수를 표현하는식으로서 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$W = w(\lambda_1) + w(\lambda_2) + w(\lambda_3) \quad (3.17)$$

여기서,  $w(\lambda_i)$  는 대칭성을 고려할 때 동일한 형태의 함수가 된다.

변형률에너지함수를 식(3.17)과 같이 나타낼 수 있는 것은 어느 정도의 연신률 범위까지는 적용이 가능하며 이 가설을 Valanis-Landel 가설이라 부른다.

이 가설은 변형률 전 구간에 걸친 고무의 물성의 표현을 3차원의 복잡한 문제에서 단일 변수로서의 함수  $w(\lambda)$  의 형태로 단순화시켜 준다. 이 가설이 맞는 범위에서는 SEF를 분리형 (separate form)으로 나타낼 수 있으며, 이 방법에서는 연신률을 사용하기 때문에 연신률별변량을 사용할 때보다 이해하기 쉽고 응력의 표시도 간단해진다.

이 가설의 단점은 함수 형태가 수학적인 증명에 의해 유도된 것이 아니라 시험 결과에 근거를 두고 있다는 점이며, 이축 인장의 경우 제1, 제2 주 변형률이 각각 350% 범위까지는 근사적으로 잘 맞으며 그 이상에서는 점차 맞지 않음이 보고되고 있다.

Ogden은 위의 가설을 이용하여 다음과 같은 주변형률 함수로서의 SEF을 제안하였다.

$$W = \sum_{n=1}^N \frac{\mu_n}{\alpha_n} (\lambda_1^{\alpha_n} + \lambda_2^{\alpha_n} + \lambda_3^{\alpha_n} - 3) \quad (3.18)$$

여기서,  $\alpha_i, \mu_i$  는 시험결과로부터 결정되는 재료상수이며, 물리적 안정성과 실제성, 즉 연신률 증가에 의한 응력의 단순 증가 (monotonic increase) 현상에 의해  $\alpha_i, \mu_i > 0$  성립되어야 한다.

Ogden모델은 최근 가장 많이 사용되고 있는 모델이며, O-ring, Seal 및 기타 고무부품의 해석에 자주 이용되고 있으며, 단순인장의 경우 700%의 변형률까지도 잘 맞으며, 미소한 압축성 재료에 대해서 비교적 잘 맞는 것으로 보고되고 있다.

Ogden모델의 가장 간단한 형태는 다음 식과 같이 표현되며 이 경우 함수 형태는 Mooney-Rivlin 모델과 같은 모양이 된다.

$$\begin{aligned} W &= \frac{1}{2} \mu_1 (\lambda_1^2 + \lambda_2^2 + \lambda_3^2 - 3) - \frac{1}{2} \mu_2 (\lambda_1^{-2} + \lambda_2^{-2} + \lambda_3^{-2} - 3) \\ &= \frac{1}{2} \mu_1 (I_1 - 3) - \frac{1}{2} \mu_2 (I_2 - 3) \end{aligned} \quad (3.19)$$

## 2.3 기타 변형률에너지함수

이상에서 살펴 본 변형률에너지함수 외에도 Klesner-Segel, Hart-Smith, Gent-Thomas, Valanis-Landel, Kilian 및 Alexander 모델들이 있으며, 이들은 각각 제안자가 사용한 재료 및 제한된 변형률 범위 내에서만 적용 가능하며 일반적으로 사용되는 모델은 아니다.

Foamed rubber와 같은 미소한 압축성 재료에 적용할 수 있는 Blatz-Ko 모델은 Ogden모델에 체적 변화를 고려한 항이 추가된 다음과 같이 표현되는 함수이다.

$$W = \sum_{n=1}^N \frac{\mu_n}{\alpha_n} (\lambda_1^{\alpha_n} + \lambda_2^{\alpha_n} + \lambda_3^{\alpha_n} - 3) + \sum_{n=1}^N \frac{\mu_n}{\beta_n} (I - J^{\beta_n}) \quad (3.20)$$

여기서,  $\alpha_n$ ,  $\mu_n$ ,  $\beta_n$  는 시험결과로부터 결정되는 재료상수이며,  $J$ 는 변형 gradient의 determinant (재료 팽창 시 측정된 Jacobian) 이다.

이 모델은 N=2 일 때 단축 및 이축 인장시험 결과와 잘 일치하며 폴리머와 압축성 foam-like 재료에 잘 적용된다.

## 제3절 변형률에너지함수의 계수 결정

변형률에너지함수의 계수는 일반적으로 고무재료시험에서 얻은 응력-변형률의 관계 데이터와 변형률에너지함수의 정의를 이용하여 계산된 응력-변형률값과의 차이를 최소화시킴으로서 결정된다.

단축시험에서 연신률( $\lambda$ )는 초기표점길이 (initial gage length ;  $L_0$ ) 와 변형 후 길이( $L$ )의 비로 계산된다.

$$\lambda = L / L_0 \quad (3.21)$$

고무와 같은 대변형 거동을 보이는 재료의 해석에서는 Green-Lagrange 변형률( $E$ )과 2차 Piola-Kirchhoff 응력 ( $S$ )이 사용되며 단축시험인 경우 다음의 관계를 갖는다.

$$E = 1 / 2 (\lambda^2 - 1) \quad (3.22)$$

$$S = F / A \ (L_0/L)^2 \quad (3.23)$$

$F$ 는 외력,  $A$ 는 단면적이다.

$S$ 가 수학적인 재료 모델로서는 유용하지만 물리적인 의미가 부족하고 시험결과를 이해하기 어렵기 때문에 진응력(Cauchy stress :  $t=F/A$ )과 진변형률(logarithmic strain :  $\epsilon=\ln(L/L_0)$ ), 공칭응력(engineering stress :  $\sigma=F/A_0$ )과 공칭변형률(engineering strain :  $e=(L-L_0)/L_0$ )이 사용된다.  $A_0$ 는 초기 단면적이다. 변형률에너지함수와 응력, 변형률 관계는 다음과 같다.

$$\sigma_i = \partial W / \partial \lambda_i \quad (3.24)$$

### 3.1 연신률불변량함수 (Rivlin 함수)의 경우

연신률불변량함수로부터 산출되는 주응력은 다음과 같다.

$$t_i = \sigma_i \lambda_i = \left( \frac{\partial I_1}{\partial \lambda_i} \cdot \frac{\partial W}{\partial I_1} + \frac{\partial I_2}{\partial \lambda_i} \cdot \frac{\partial W}{\partial I_2} \right) \cdot \lambda_i = 2 \lambda_i^2 \frac{\partial W}{\partial I_1} - 2 \lambda_i^{-2} \frac{\partial W}{\partial I_2} \quad (3.25)$$

여기서,  $t_i$ 는 변형된 치수에 대한 주응력(진응력)이다.

주응력의 차는 다음식과 같이 계산된다.

$$(t_i - t_k) = 2(\lambda_i^2 - \lambda_k^2) \frac{\partial W}{\partial I_1} - 2(\lambda_i^{-2} - \lambda_k^{-2}) \frac{\partial W}{\partial I_2} \quad (3.26)$$

#### 1) 1축 인장압축의 경우

$\lambda_1 = \lambda$ ,  $\lambda_2^2 = \lambda_3^2 = 1/\lambda$ ,  $t_2 = t_3 = 0$  이므로 식(3.26)을 이용하면 다음의 관계식이 유도된다.

$$I_1 = \lambda_1^2 + \lambda_2^2 + \lambda_3^2 = \lambda^2 + 2/\lambda \quad (3.27)$$

$$I_2 = 1/\lambda_1^2 + 1/\lambda_2^2 + 1/\lambda_3^2 = 2\lambda + 1/\lambda^2 \quad (3.28)$$

$$t = 2(\lambda^2 - \frac{1}{\lambda})(\frac{\partial W}{\partial I_1} + \frac{1}{\lambda} \frac{\partial W}{\partial I_2}) \quad (3.29)$$

여기서,  $t$ 는 인장 또는 압축응력이며  $\lambda$ 는 그 방향의 연신률이다. 비선형계수  $C_{10}$ ,  $C_{01}$ 를 갖는 Mooney-Rivlin 모델로  $W$ 를 나타내면 다음식이 유도된다.

$$t = 2(\lambda^2 - \frac{1}{\lambda}) (C_{10} + \frac{1}{\lambda} C_{01}) \quad (3.30)$$

## 2) 단순전단의 경우

단순전단은 순수 변형률이 아니며, 전단응력  $t_\gamma$ 와 전단변형률  $\gamma$ 는 식(3.26)으로 직접 구할 수 없다. 그러나, 변형상태  $\lambda_1 = \lambda$ ,  $\lambda_2 = 1$ ,  $\lambda_3 = 1/\lambda$ 의 관계로부터 다음의 관계식이 유도된다.

$$I_1 = \lambda_1^2 + \lambda_2^2 + \lambda_3^2 = \lambda^2 + 1/\lambda^2 + 1 \quad (3.31)$$

$$I_2 = 1/\lambda_1^2 + 1/\lambda_2^2 + 1/\lambda_3^2 = \lambda^2 + 1/\lambda^2 + 1 \quad (3.32)$$

$$\gamma^2 = (\lambda_1 - \lambda_3)^2 = (\lambda - 1/\lambda)^2 = \lambda^2 + 1/\lambda^2 - 2 = I_1 - 3 = I_2 - 3 \quad (3.33)$$

$$t_\gamma = \frac{dW}{d\gamma} = \frac{\partial I_1}{\partial \gamma} \cdot \frac{\partial W}{\partial I_1} + \frac{\partial I_2}{\partial \gamma} \cdot \frac{\partial W}{\partial I_2} = 2\gamma \left( \frac{\partial W}{\partial I_1} + \frac{\partial W}{\partial I_2} \right) \quad (3.34)$$

Mooney-Rivlin 모델로  $W$ 를 나타내면 식 (3.34)는 아래의 형태를 지니며 이는 전단계수( $G$ )가  $2(C_{10}+C_{01})$ 인 Hook 법칙이 성립하는 방정식이 된다.

$$t_\gamma = 2(C_{10} + C_{01}) \gamma = G \gamma \quad (3.35)$$

## 3.2 주연신률 변형률에너지함수 (Ogden 함수)의 경우

Ogden 함수로부터 산출되는 주응력은 다음과 같다.

$$W = W(\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3) = \sum_{n=1}^N \frac{\mu_n}{\alpha_n} (\lambda_1^{\alpha_n} + \lambda_2^{\alpha_n} + \lambda_3^{\alpha_n} - 3) \quad (3.7)$$

$$t_i = \sigma_i \lambda_i = \lambda_i \frac{\partial W}{\partial \lambda_i} = \sum_{n=1}^N \mu_n \lambda_1^{\alpha_n} \quad (3.36)$$

주응력의 차이는 다음식과 같이 계산된다.

$$t_i - t_k = \sum_{n=1}^N \mu_n (\lambda_i^{\alpha_n} - \lambda_k^{\alpha_n}) \quad (3.37)$$

### 1) 1축 인장 압축의 경우

$\lambda_1 = \lambda$ ,  $\lambda_2^2 = \lambda_3^2 = 1/\lambda$ ,  $t_2 = t_3 = 0$  이므로 식(3.37)을 이용하면 다음의 관계식이 유도된다.

$$t = \sum_{n=1}^N \mu_n (\lambda^{\alpha_n} - 1 / \lambda^{\alpha_n/2}) \quad (3.38)$$

공칭 인장 (또는 압축) 응력으로 나타내면 다음과 같다.

$$\sigma = \frac{t}{\lambda} = \sum_{n=1}^N \mu_n (\lambda^{\alpha_n - 1} - \lambda^{-(1+0.5\alpha_n)}) \quad (3.39)$$

## 2) 등-2축 (equi-biaxial) 인장의 경우

$\lambda_1 = \lambda$ ,  $\lambda_2^{-2} = \lambda_3^{-2} = \lambda$ ,  $t_2 = t_3 = t$ ,  $t_1 = 0$  이므로 시편 평면 내에서 응력( $t_2$  또는  $t_3$ )은 (3.37)을 이용하면 다음의 관계식이 유도된다.

$$t_2 - t_1 = t = \sum_{n=1}^N \mu_n (\lambda^{\alpha_n} - 1 / \lambda^{2\alpha_n}) \quad (3.40)$$

공칭응력으로 나타내면 다음과 같다.

$$\sigma = \frac{t}{\lambda} = \sum_{n=1}^N \mu_n (\lambda^{\alpha_n - 1} - \lambda^{-(1+2\alpha_n)}) \quad (3.41)$$

## 3) 순수전단 (pure shear) 의 경우

순수전단은  $\lambda_1 = \lambda$ ,  $\lambda_2 = 1$ ,  $\lambda_3 = 1/\lambda$ 이며, 주응력  $t_1$ ,  $t_2$  ( $t_3 = 0$ ) 을 발생시킨다. 따라서 다음식이 유도된다.

$$t_1 - t_3 = t_1 = \sum_{n=1}^N \mu_n (\lambda^{\alpha_n} - 1 / \lambda^{\alpha_n}) \quad (3.42)$$

$$t_2 - t_3 = t_2 = \sum_{n=1}^N \mu_n (1 - \lambda^{-\alpha_n}) \quad (3.43)$$

$$\sigma = \frac{t}{\lambda} = \sum_{n=1}^N \mu_n (\lambda^{\alpha_n - 1} - \lambda^{-(1+\alpha_n)}) \quad (3.44)$$

식(3.39), (3.41) 및 (3.42)을 하나의 식으로 표현하면 다음과 같다.

이때, C는 하중상태에 다른 상수로서 1축 인장압축의 경우에는 1/2, 등-2축 인장의 경우에는 2, 순수전단의 경우에는 1의 값을 갖는다.

$$\sigma = \frac{t}{\lambda} = \sum_{n=1}^N \mu_n (\lambda^{\alpha_n - 1} - \lambda^{-(1+C\alpha_n)}) \quad (3.45)$$

### 3.3 변형률에너지함수의 계수 결정

고무의 재료시험으로부터 얻어지는 데이터는 하중 상태에 따른 응력( $\sigma$  또는  $t$ )과 연신률( $\lambda$ )과의 관계이다. 변형률에너지함수의 계수는 시험 데이터와 변형률에너지함수로부터 구한 응력과 연신률과의 오차를 최소화되도록 결정되어야 한다.

Rivlin의 변형률에너지함수를 이용할 경우, 응력과 연신률의 관계는 식(3.6)을 식(3.26)에 대입함으로서 구할 수 있으며, 계수  $C_{ij}$ 에 대한 1차 연립방정식이 유도된다.

일반적으로 계수의 수보다 식의 수가 많아져 선형 최소자승법(linear least square method)을 이용하여 계수를 결정할 수 있다.

연신률이 커질수록 응력-연신률의 비선형이 증가하고 시험 오차의 절대량이 커지며 또한 변형에너지함수의 절대값도 증가하므로 피팅에 따른 오차가 커지게 된다. 따라서 피팅에 따른 오차를 줄이기 위해서는 가능하면 연신률이 큰 영역에서의 시험자료를 많이 포함하여야 한다.

Ogden 함수를 이용할 경우 식(3.7)을 식(3.37)에 대입함으로서 응력과 연신률의 관계를 구할 수 있으며, 계수  $a_n, \mu_n$ 에 대한 비선형 연립방정식이 유도된다.

따라서, 비선형 피팅 방법인 Levenberg-Marquardt 기법 또는 Downhill-Simpson 기법을 이용하여 이 계수를 결정할 수 있으며, 3항 ( $a_1, u_1, a_2, \mu_2, a_3, \mu_3$ )이면 모든 범위의 시데이터를 잘 표현할 수 있다고 보고되어 있다.

## 제4절 고무 재료시험

### 4.1 개요

앞에서 설명된 바와 같이 고무의 특성을 나타내는 재료상수를 구하기 위해서 여러 가지 다른 하중 상태에서의 재료시험이 실시되어야 한다.

특히, 이 재료상수는 고무 부품의 유한요소해석에 필수적인 데이터로서 이

값의 변화에 따라 해석 결과는 큰 차이를 나타내며 풀이의 안정성 및 수렴성에도 큰 영향을 끼치게 된다. 또한, 실제 부품에 가해지는 하중 상태와 크기 등을 고려하여 재료시험을 실시할 응력 및 변형률 크기를 결정하여야 한다 [3.5, 6].

일반적으로 알려진 고무의 재료시험에는 단축 인장·압축시험, 2축 인장시험 및 전단시험, 평면시험, Abrasion, Adhesion, Aging, Flexural, Electrical, 피로, 경도, 충격, Swelling, Creep, 체적시험 등이 있다. 그러나, 2축 인장시험의 경우 시험의 어려움 때문에 본 연구에서는 Fig. 3. 1과 Table 3.2에서와 같이 일반적으로 비교적 시험이 단순한 인장·압축시험과 전단시험으로부터 재료상수를 결정하고자 한다.

고무 재료의 경도변화에 따른 물성을 파악하기 위하여 경도 30~70전후의 시편을 제작하여 재료시험을 수행하였다.

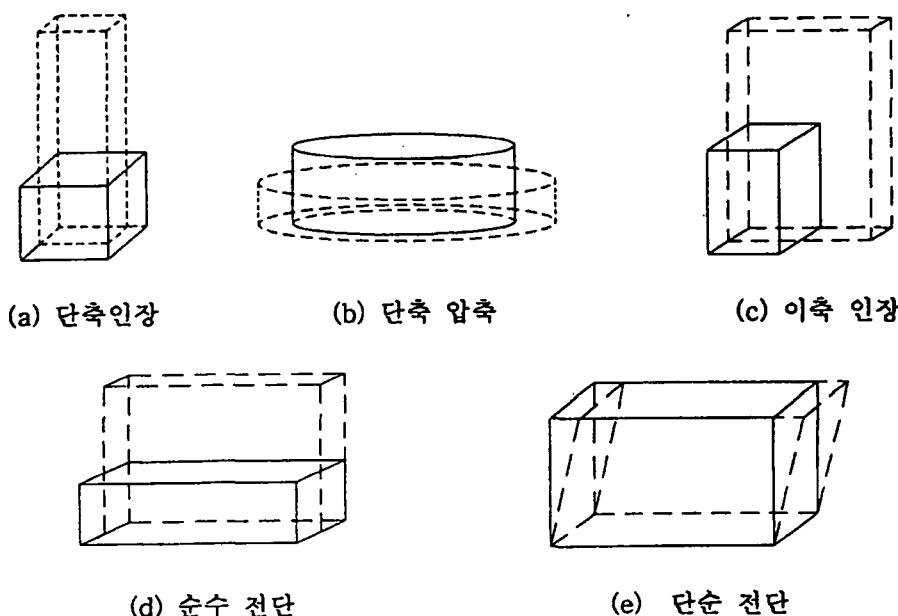


Fig. 3.1 Rubber material testing mode

Table 3.2 Material testing methods

	단축인장	단축압축	이축인장	순수전단	단순전단
시편 모양	Dumbell, Strip, Stip, Ring	원통형 높이 $12.7 \pm 0.13$ 직경 $29.0 \pm 0.2$	사각형 $122 \times 122 \times 1.25$	폭 50~80mm 표점 5~6mm 두께 2~3mm	Quad Lap ( $25 \times 120 \times 4$ mm) Dual Lap ( $16 \times 140 \times 5$ mm)
시험 속도	$500 \pm 25$ mm/min	5 mm/min	5 mm/min	5 mm/min	5 mm/min
시험 온도	상온	상온	상온	상온	상온
응력 상태	$\sigma_1 = \sigma = P/A$ $\sigma_2 = \sigma_3 = 0$	$\sigma_1 = \sigma = P/A$ $\sigma_2 = \sigma_3 = 0$	$\sigma_1 = \sigma_2 = 0$ $\sigma_3 = 0$	$\sigma_3 = 0$	$\sigma_3 = 0$
변형 상태	$\lambda_1 = \lambda = L/L_0$ $\lambda_2 = \lambda_3 = 1/\sqrt{\lambda}$	$\lambda_1 = \lambda = L/L_0$ $\lambda_2 = \lambda_3 = 1/\sqrt{\lambda}$	$\lambda_1 = \lambda_2 = \lambda$ $\lambda_3 = 1/\sqrt{\lambda}$	$\lambda_1 = \lambda$ , $\lambda_2 = 1$ $\lambda_3 = 1/\lambda$	$\lambda_1 = \lambda$ , $\lambda_2 = 1$ $\lambda_3 = 1/\lambda$
비고	Dumbell 3호	치구와 시편사이 그리이스 주입	Stressing rig에 맞게 시편설계	평면시험	주로 tire업체에서 활용
규격	KS M6518 ASTM D412	KS R4026 ASTM D575	표준규격 없음	표준규격 없음	ISO 1827

## 4.1 단순 인장시험

단순 인장시험을 위한 시편으로는 ASTM D412에서는 Dumbbell 형태와 직사각형, 링 형태의 세 가지의 모양을 제시하고 있다[3.7].

그 중 dumbbell 형태와 링 형태는 고무판에 금속 다이로 충격을 가해 시편을 만들고 직사각형 형태는 다이로 충격을 가해 만들거나 잘라내어 만들 수 있는데 이 중 dumbbell 형태가 가장 일반적으로 사용되고 시편제작의 편의성에 의해 직사각형 형태도 사용된다.

본 시험에서는 Fig. 3.2에서 보는 바와 같이 천연 고무판으로부터 dumbbell 형태로 찍어내어 시험편으로 이용하였다.

인장시험은 재료시험기를 이용하여 응력 및 변형률 범위와 시험편 크기 등을 입력한 후 시험편을 시험기에 부착하여 인장시켜 신률에 대한 하중값을 측정하여 인장값을 구하였다.

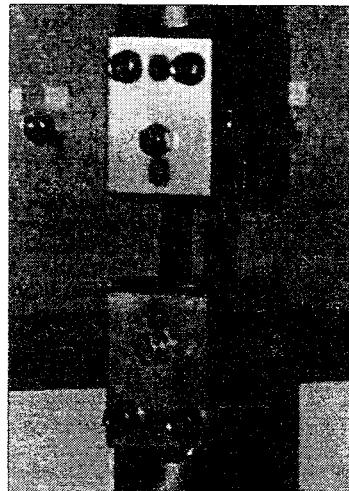
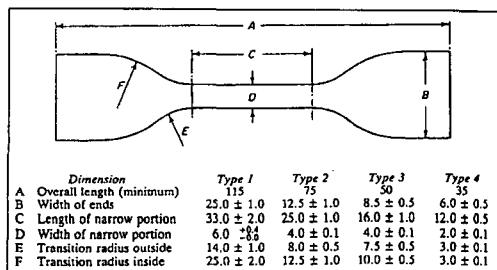


Fig. 3.2 Dumbbell test piece and set up for tension test

## 4.2 단순 압축시험

단순 압축시험편으로 ASTM D575에서는 원통형 시험편을 작은 다이로 고무판에서 찍어내는 방법을 제시하고 있다[3.8].

본 시험에서도 원통형의 작은 다이로 고무판을 압축시험기로 찍어내어 지름 29mm, 두께 12.7mm의 디스크형 시편을 제작하였다.

압축시험은 Fig. 3.3과 같이 재료시험기를 사용하여 5mm/min의 속도로 수행하였고 마찰을 줄이기 위해 압축판을 연마하고 윤활상태를 유지하였다.

Fig. 3.4에 인장시험과 압축시험에서 얻어진 응력과 변형률 관계선도를 나타내었다.

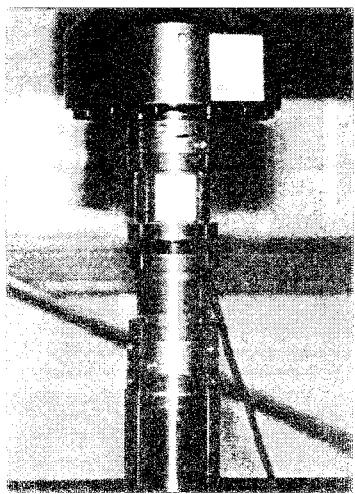


Fig. 3.3 Compression test

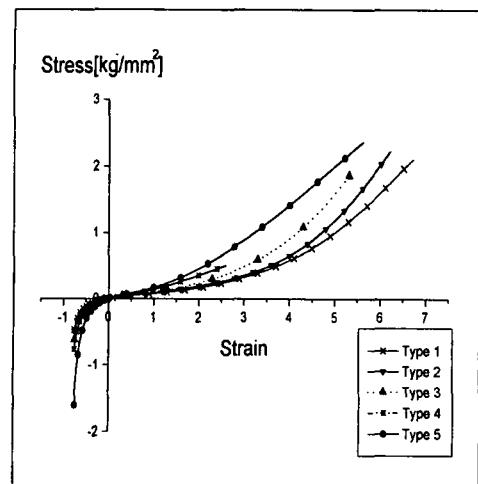


Fig. 3.4 Stress-strain curve of tension and compression test

### 4.3 단순 전단시험

단순 전단시험에 대해서는 ASTM에서의 제안은 나타나 있지 않고 ISO에서 Fig. 3.5의 모양과 같이 4mm 두께와 20mm의 폭과 25mm의 길이를 가진 고무시편을 5mm 두께의 금속판에 고정시켜서 25mm/min의 속도로 시험하는 것을 제시하고 있다[3.9].

본 시험에서는 20 x 25 x 4mm의 고무 블록 4개를 아크릴 판에 부착하여 시험편을 제작하였다. 이 때 중앙에 사용되는 아크릴 판은 20 x 80 x 10mm, 측면에 사용되는 아크릴 판은 20 x 80 x 20mm를 사용하였다. 아크릴 판과 고무와의 접착시 고무면은 아세톤으로 세척하고 순간 접착제를 사용하여 접착

하였다.

고무 블록을 철판이 아닌 아크릴에 붙인 이유는 철판과 고무의 접착시 두 재료간의 상이한 성분구조로 인해 접합이 부적절하여 시험시 그 부분이 떨어지거나 미세한 틈새들이 발생함으로 정확한 시험결과를 얻을 수 없기 때문이다.

그러므로 본 시험에서는 고무와 구조가 비슷한 아크릴을 철판 대신 고무에 부착시킴으로써 견고한 접착면을 얻을 수 있었고 아크릴 판이투명하여 고무와의 접촉상태 및 시험시 틈새발생 여부를 육안으로 확인할 수 있었다.

그러나 아크릴로 철판을 대용할 때에는 인장강도에 견딜 수 있도록 충분한 두께의 판재를 사용해야 하고 시편제작시 정확한 대칭을 유지하여 흠 발생을 최대한 억제하여야 한다.

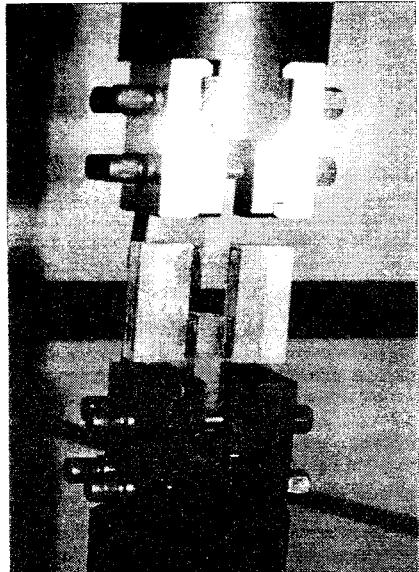
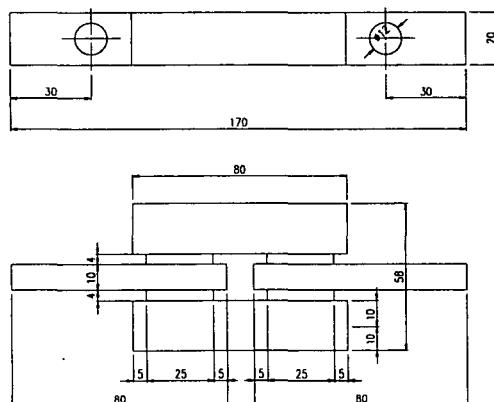


Fig. 3.5 Test piece and set up for simple shear test

#### 4.4 재료상수 결정

고무의 재료상수를 결정하기 위해서는 수행한 단축 인장·압축시험, 단순전단시험을 통하여 얻어진 응력-변형률의 데이터를 변형률 에너지함수로부터

구해진 응력-변형률의 관계식을 이용하여 구 하여야 한다.

본 연구에서는 상용 유한요소코드인 MARC 프로그램의 커브피팅(curve fitting) 알고리즘을 이용하여 Mooney-Rivlin 함수와 Ogden 함수를 이용하여 재료상수를 구하였다[3.10, 11].

Table 3.3과 Fig 3.6은 재료시험결과와 커브피팅에 따른 응력-변형률 관계를 Mooney-Rivlin 함수와 Ogden 함수에 대해 도시하였다. 그림에서 확인할 수 있듯이 Ogden 함수를 사용한 경우가 잘 일치함을 알 수 있다.

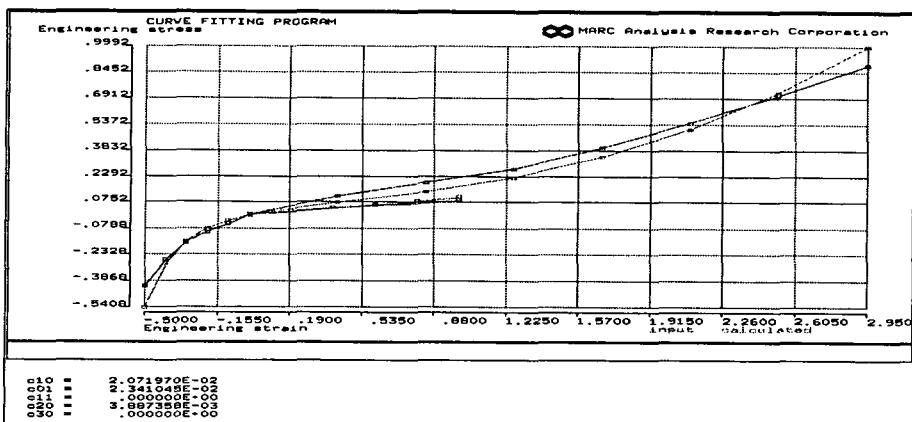
이는 Ogden 함수의 경우 응력-변형률 관계에서 연신률의 지수가 실수값이므로 그 지수가 정수값을 가지는 Mooney-Rivlin 함수에 비해서 커브피팅의 유연성을 갖기 때문이다. 따라서, Ogden 함수로 정의된 재료상수값은 O-ring, rubber seal 등 고무 부품의 해석에 자주 이용되고 있으며 단순인장의 경우 700%의 변형률까지 잘 맞으며, 미소한 압축성 재료에 대해서 비교적 잘 맞는 것으로 보고되고 있다. 또한, Table 3.4에서는 자동차용 방진고무 부품에서 대표적으로 많이 사용되어지고 있는 5가지 종류의 고무 재료에 대한 재료상수를 결정하였으며 Fig 3.7 (a)-(e)는 MARC 커브피팅 프로그램을 이용하여 Ogden 함수에 대해 도시한 그림으로 실험한 응력-변형률 곡선과 거의 유사하게 고무의 특성을 따라가고 있음을 볼 수 있다.

Table 3.3 Constants of strain energy function

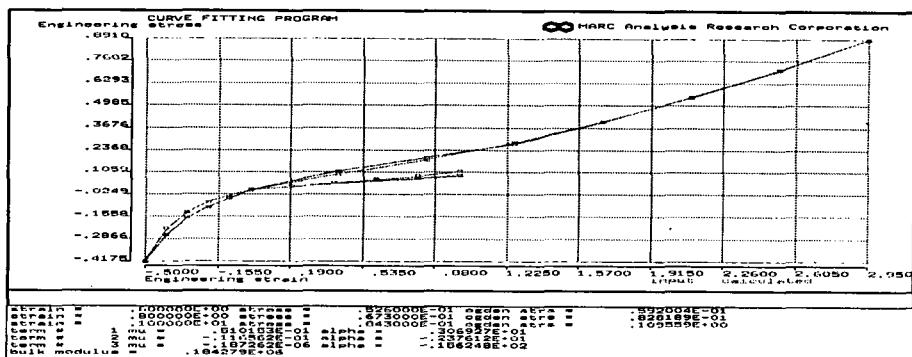
Mooney-Rivlin model	Ogden model I (Using all test data)	Ogden model II (Using uni-axial test data)
$C_{10} = 0.0207$	$\mu_1=0.051, \alpha_1=3.07$	$\mu_1=-2.58\times 10^{-6}, \alpha_1=7.175$
$C_{01} = 0.0234$	$\mu_2=-0.0117, \alpha_2=-2.38$	$\mu_2=0.0709, \alpha_2=3.017$
$C_{11} = 0.0$	$\mu_3=-1.87\times 10^{-6}, \alpha_3=-15.62$	$\mu_3=-0.15\times 10^{-8}, \alpha_3=-15.63$
$C_{20} = 0.00389$	Bulk modulus = $2.14\times 10^5$	Bulk modulus = $2.14\times 10^5$
$C_{30} = 0.0$		

Table 3.4 Constants of strain energy function of variable specimens

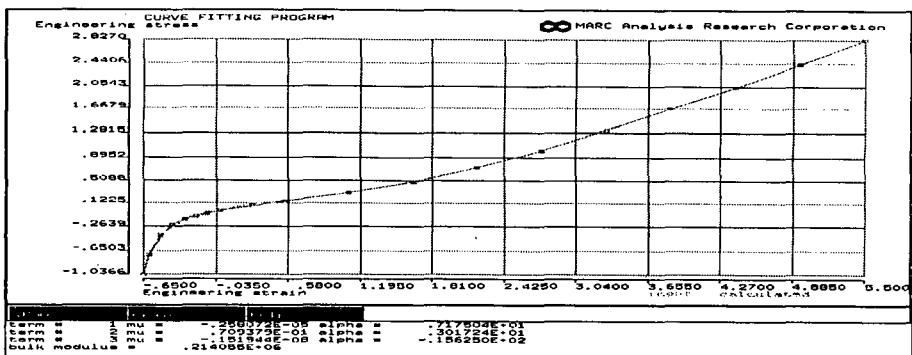
시편	Ogden model II (Using uni-axial test data)	비고(경도)
Type A	$\mu_1=0.3176E-2, \alpha_1=0.417E+1$ $\mu_2=0.3946E-1, \alpha_2=0.1399E+1$ $\mu_3=0.1339E-14, \alpha_3=-0.2249E+2$ <u>Bulk modulus = 68458.3</u>	3840
Type B	$\mu_1=0.921E-3, \alpha_1=0.4897E+1$ $\mu_2=0.514E-1, \alpha_2=0.177E+1$ $\mu_3=0.2795E-14, \alpha_3=-0.2247E+2$ <u>Bulk modulus = 95460.8</u>	4143
Type C	$\mu_1=0.1172E-2, \alpha_1=0.4856E+1$ $\mu_2=0.3493E-1, \alpha_2=0.2401E+1$ $\mu_3=0.2446E-14, \alpha_3=-0.2249E+2$ <u>Bulk modulus = 89542.9</u>	4444
Type D	$\mu_1=-0.1265E-6, \alpha_1=0.1121E+2$ $\mu_2=0.2737E-1, \alpha_2=0.3367E+1$ $\mu_3=0.3297E-14, \alpha_3=-0.2249E+2$ <u>Bulk modulus = 92172.5</u>	5051
Type E	$\mu_1=-0.4277E-4, \alpha_1=0.6111E+1$ $\mu_2=0.3697E-1, \alpha_2=0.3333E+1$ $\mu_3=-0.2962E-14, \alpha_3=-0.2222E+2$ <u>Bulk modulus = 123509</u>	5961



(a) Mooney-Rivlin model

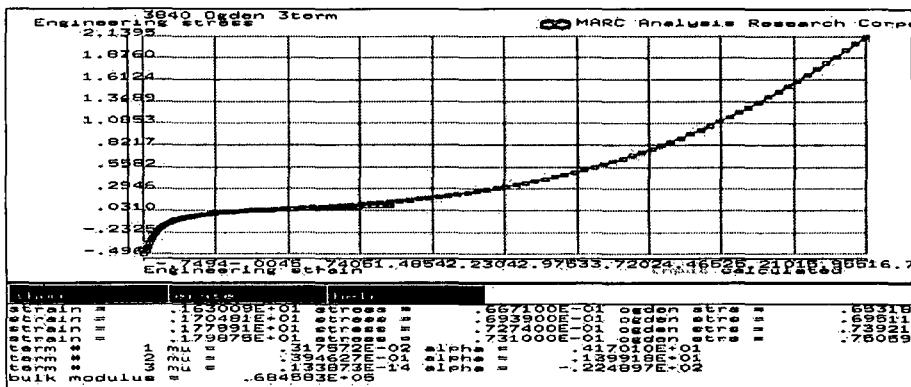


(b) Ogden model I

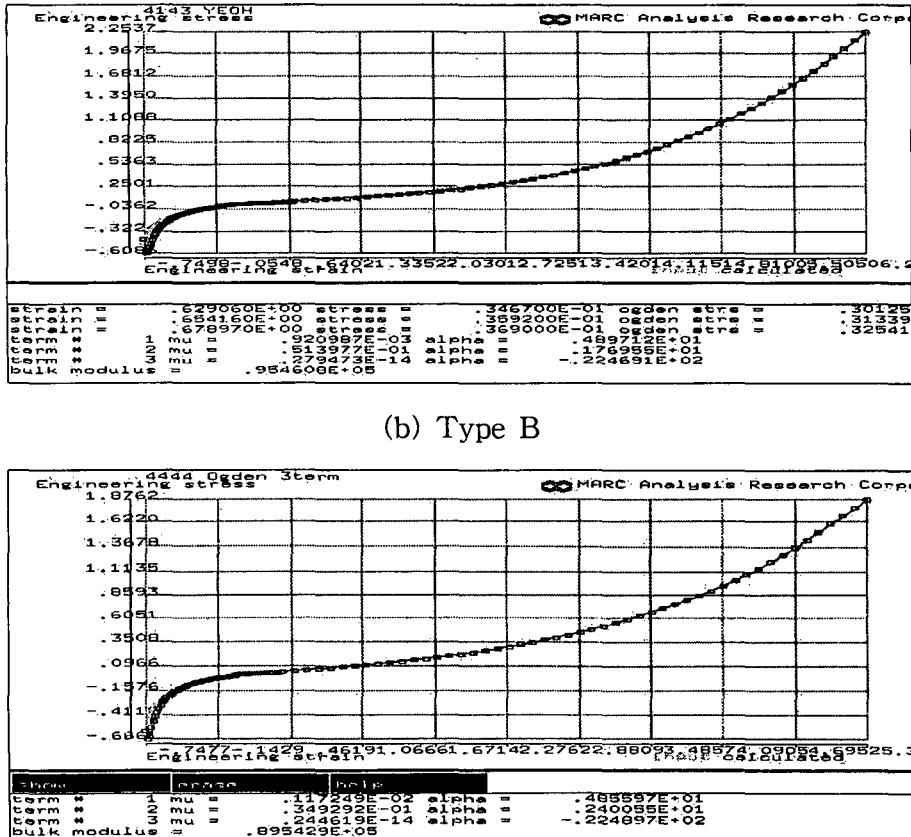


(c) Ogden model II

Fig. 3.6 The coefficient of strain energy determined by curve fitting



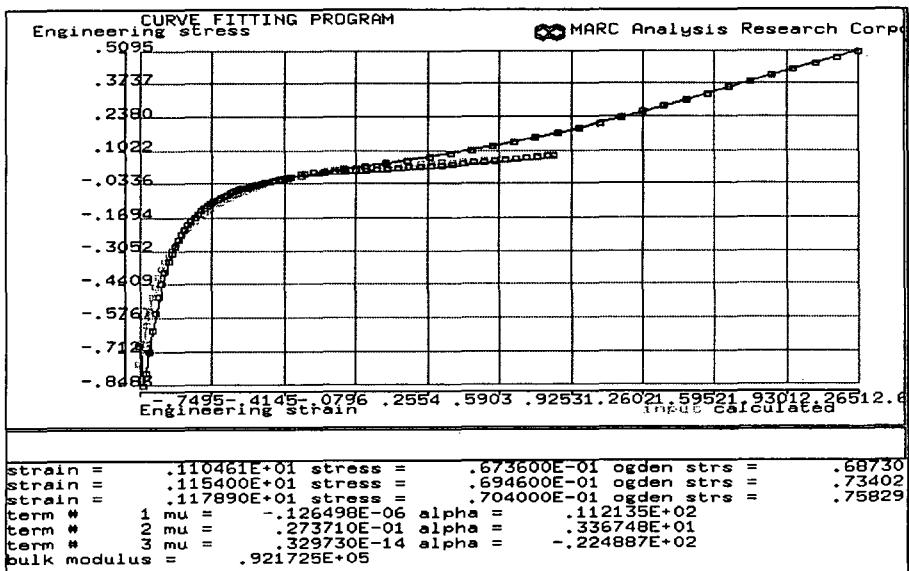
(a) Type A



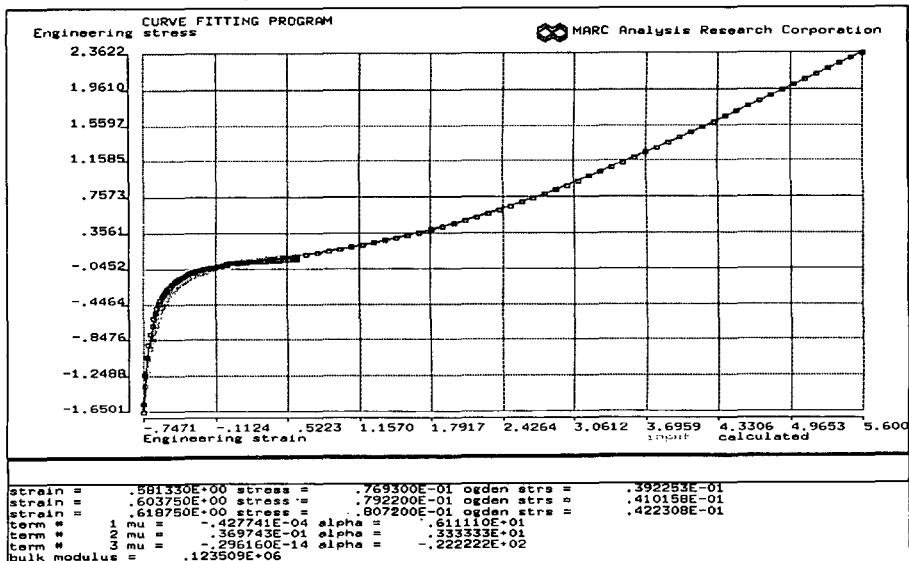
(b) Type B



(c) Type C



(d) Type D



(e) Type E

Fig 3.7 The curve fitting of variable specimens using Ogden function

## 제5절 유한요소해석을 이용한 고무 재료시험 시편 설계

### 5.1 개요

변형률에너지함수의 상수를 결정하기 위한 시험에는 앞에서 언급한 바와 같이 단축 인장·압축시험과 전단시험 등이 있다.

그러나, 각 재료시험에 대한 규정은 규격집 및 참고문헌에 상세히 언급되어 있으나, 시험 오차를 최소화하고 시험장치를 단순화하기 위한 개선의 여지가 아직 남아 있는 실정이다.

아령형 시편을 이용하는 인장시험에서는 변형률을 측정하기 위하여 extensometer의 설치가 필수적이나 장비설치에 따른 불편함과 고온 및 저온에서의 시험이 필요한 경우에는 고가의 측정장비가 별도로 필요한 단점이 있다.

디스크형 원형시편이 사용되는 압축시험에서는 압축판과 시편사이의 마찰력이 영이라는 가정 하에서 시험을 실시하고 데이터를 처리하게 되나, 실제로는 작은 값이지만 마찰력이 존재하게 되어 시험 결과에 큰 영향을 끼치게 된다.

전단시험에 사용되는 4종 전단시험편은 고무를 붙이는 판재의 강성에 따라 시험 결과에 영향을 끼치게 된다.

따라서, 본 연구에서는 직사각형 모양(strip)의 인장시편을 이용하여 시험하는 경우에 예상되는 측정 오차를 유한요소해석을 이용하여 산출하였고, 압축 시험 시 압축판과 시편사이의 마찰력이 시험 결과에 어느 정도의 영향을 끼치는지 예측하고 이의 개선 방법을 제시하였다.

전단시험편에 대한 유한요소해석을 실시하여 고무 부착판의 두께에 따른 영향을 검토하였다.

### 5.2 인장시편

고무의 인장시험에 사용되는 시편은 아령형과 링형이 있으며, 방진고무의 시험에는 주로 아령형 3호 시편이 사용된다. Fig. 3.2에 동 시험편의 모습을 보여주며, 시편의 주요 치수는 규격에 따라 약간의 차이는 있음을 알 수 있다.

고무의 비선형 재료상수를 구하기 위해서 하중(또는 응력) 변형률 관계 네

이터가 필요하며, 변형률은 시편의 표점거리(평행부)에 설치된 extensometer를 이용하여 측정된다. 표점거리 사이의 시편 형상은 인장 변형 후에도 정확히 유지되어야 하며 이는 실제로 만족할 만하게 유지된다.

인장시험 시 extensometer의 사용은 필수적이긴 하나 설치에 따른 번거로움과 미세한 측정 오차의 우려가 있으며, 특히 상온이 아닌 저온 및 고온에서의 측정을 위해서는 비접촉식 장비가 필요하게 된다.

일반적으로 비접촉식 extensometer는 레이저를 응용하는 장치가 널리 사용되고 있으나 장비 가격이 상당히 고가이며 장치 설치 등에도 번거로운 작업이 수반되게 된다. 보통의 재료시험기에는 하중 측정을 위한 load cell과 변위 측정을 위한 LVDT등은 기본적으로 장착되어 있다.

고무의 인장시험의 목적이 파단될 때까지의 강도의 인장강도 측정이 아니고 파단 되기 전까지의 응력-변형률 관계 데이터를 얻는데 있다면 구태여 아령형 시편과 extensometer를 사용하지 않고, 직사각형 모양의 시편을 이용하여 필요한 데이터를 얻을 수 있다.

이 방법은 직사각형 시편의 양단을 시험 치구에 완전히 고정시킨 다음 인장 하중을 가하여 변형되는 양을 측정하여 응력과 변형률과의 관계를 얻어내는 것이다.

본 시험에서는 양단을 고정함에 따라 시편 내의 변형률 분포가 일정하지 않고 변형 후의 모습도 직사각형이 유지되지 않는 문제점이 있다. 그러나, 이의 영향에 의한 측정 오차가 무시할 만큼 충분히 작으면, extensometer를 설치하지 않아도 되고 시편 설치 및 작업이 용이한 장점이 있는 동 시편을 이용한 인장시험 방법이 유용하게 활용될 수 있다.

인장시편의 하중-변형 관계를 예측하기 위한 유한요소해석에 사용된 유한요소 코드는 MARC ver K6.2이며, 변형률에너지함수는 앞에서 구한 Ogden함수를 사용하였다.

Fig. 3.8은 유한요소해석 결과로부터 구한 덤벨 인장시편과 직사각형 시편의 변형 모습을 보여준다. 시편의 유한요소 모형은 시편의 모양이 중심 축을 기준으로 상하대칭이기 때문에 Fig. 3.8(a)와 같이 1/2만을 모델링 하였으며, Fig 3.8(b)는 변형률을 측정하는 표점거리 사이의 변형 모습을 확대한 그림으로서

변형률의 분포가 균일하고 거의 직사각형이 유지되고 있음을 알 수 있다.

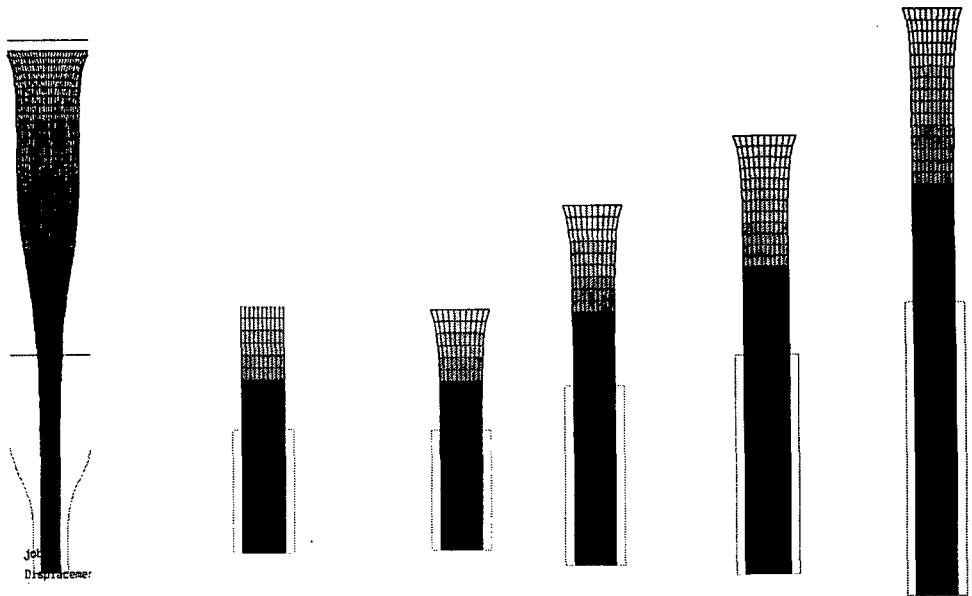
Table 3.5는 직사각형 시편(폭10mm, 두께 2mm)에 인장하중을 가해줄 때 유한요소해석 결과로부터 구한 공칭응력과 공칭변형률의 관계를 보여준다. 여기서, 경계조건이 free인 경우는 아령형 시편과 같이 표점거리 사이의 변형률 분포가 균일하고 변형 후 모습이 직사각형이 유지되도록 하기 위해서 x방향의 변위를 구속하지 않은 경우이며, fixed는 직사각형 시편의 양단이 고정된 상태를 표현하기 위하여 x방향의 변위를 구속한 경우이다.

Fixed된 경우는 시편의 길이를 40~100mm까지 변화시키면서 길이 대 폭의 비의 영향을 살펴보았다. Fig 3. 8(c~f)는 공칭변형률이 1.0일 때 각 시편의 변형 모습을 보여준다.

Table 3.5에서 볼 수 있는 바와 같이 폭이 일정할 경우 길이가 길어짐에 따라 아령형 시편을 이용하여 구한 응력-변형률 관계와 오차가 줄어듦을 알 수 있으며, Fig 3.9은 오차값을 도식화한 그림으로서, 시편의 폭이 10mm인 경우 길이를 100mm (세장비 10) 이상으로 하면 오차를 1.0% 이내로 낮출 수 있음을 알 수 있다.

Table 3.5 Results of FEA for each specimen

specimen	dumbbell	rectangular l=20 mm	rectangular l=30 mm	rectangular l=40 mm	rectangular l=50 mm
strain ( $\epsilon$ )	stress, ( $\sigma_0$ , MPa)	stress, ( $\sigma$ , MPa)			
0.5	1.34	1.36	1.36	1.36	1.35
1.0	2.75	2.76	2.76	2.75	2.75
1.5	4.43	4.44	4.43	4.43	4.43
2.0	6.44	6.45	6.45	6.44	6.44
2.5	8.79	8.81	8.81	8.80	8.80
3.0	11.47	11.53	11.51	11.50	11.49
3.5	14.45	14.60	14.55	14.52	14.50
4.0	17.68	17.95	17.85	17.81	17.78
4.5	21.12	21.51	21.37	21.30	21.26
5.0	24.67	25.19	25.01	24.92	24.86



(a) Half model (b) test section (c)  $l=40\text{mm}$  (d)  $l=60\text{mm}$  (e)  $l=80\text{mm}$  (f)  $l=100\text{mm}$   
 Fig 3.8 Deformed shape of dumbbell and rectangular tension specimen( $\varepsilon=1.0$ )

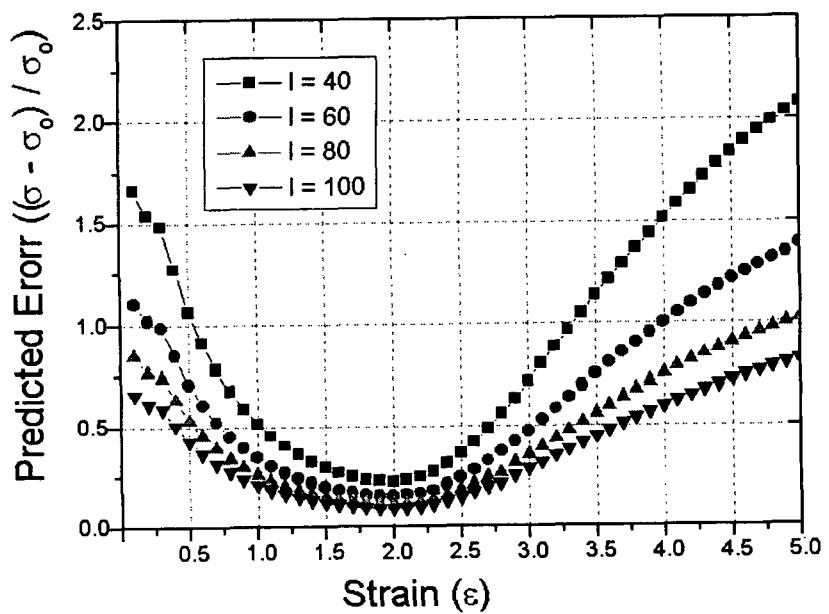


Fig 3.9 Strain vs. predicted errors

### 5.3 압축시편

고무재료의 압축시험은 인장시험과 반대로 시편을 압축하는 시험으로서, 압축응력과 압축변형률과의 관계를 구하는 시험이다. 대부분의 방진고무 부품은 인장하중 뿐 아니라 압축하중도 많이 받기 때문에 설계 시 압축특성을 예측할 필요가 있다.

인장시험에 의한 응력-변형률 관계로부터 압축 상태의 특성을 예측하는 것은 실제와 상당히 큰 차이를 보일 수 있음이 잘 알려져 있다.

압축시편은 Table 3.6에서 보는 바와 같이 규격에 따라 미소한 차이가 있으나 시험방법 및 절차 등은 동일하다. ISO 7743에 의하면 압축시험은 압축판과 시편을 완전히 접촉시킨 상태와 윤활 상태인 경우(마찰력 무시)로 분리하여 탄성계수를 각각 다르게 산출하는 방법을 설명하고 있다.

고무 재료상수 결정을 위한 응력-변형률 관계를 얻기 위해서는 후자의 시험방법이 필수적이며, 시편과 압축판 사이의 마찰을 최소화하기 위하여 실리콘 유체 등 윤활제의 사용이 추천되고 있다.

윤활제를 사용하는 경우라도 압축하중이 커짐에 따라 윤활막의 형성이 어려워 완전히 마찰력을 제거하기는 불가능하다.

Table 3.6 Standards for rubber compression test

Standards	KS R 4026 JIS K 6301	ISO 7743	ASTM D575
Thickness, mm	12.7 ±0.13	12.5 ±0.5	12.5 ±0.5
Diameter, mm	29.0 ±0.2	29.0 ±0.5	28.6 ±0.1
Speed, mm/min	10	10	12

압축판과 시편 사이의 마찰력에 의한 하중-변형 관계에 끼치는 영향을 알아보기 위하여 유한요소해석을 수행하였다. 사용된 고무 재료상수는 인장의 경우와 동일하며, 시편 크기는 직경 28.6mm, 두께 12.5mm이다.

시편 형상이 축대칭이므로 시편 단면의 1/2만을 2차원 축대칭요소를 이용하여 모델링하였으며, full-Hermann formulation 4각형 요소를 사용하였다.

총 요소 수는 300개, 절점수는 336개이며, 압축판은 변형되지 않는 강체(deformable body)로 지정하였으며, 두 물체 사이는 쿠лон마찰(Coulomb friction)로 가정하였다.

Fig. 3.10는 변형률이 -0.5이며, 마찰계수가 0, 0.01, 0.05, 0.1 및 0.5 일 때와 접촉된(bonded)상태의 변형 모습을 보여준다. 마찰계수가 0인 경우는 변형 후에도 여전히 직사각형 형상을 나타내고 있으며, 마찰계수가 커질수록 밖으로 부풀려 나오는 양(bulging)이 많아짐을 알 수 있다.

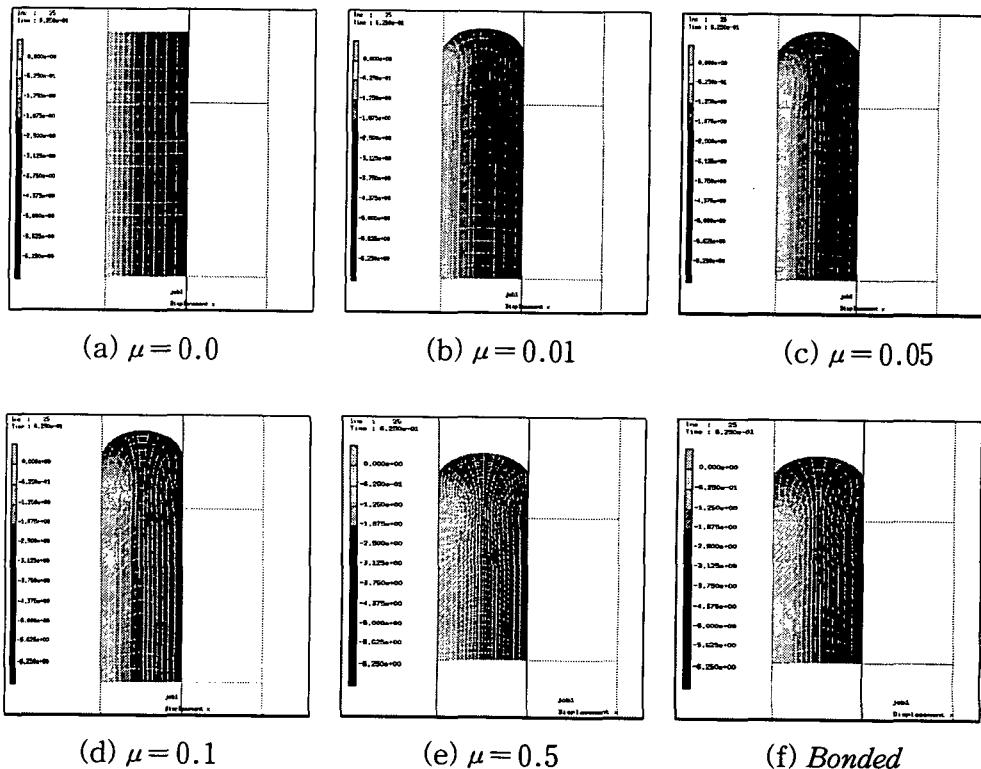


Fig. 3.10 Deformed shapes of compression specimen depended on frictions

Fig. 3.11은 각 경우에 대한 하중-변형 관계로, 마찰계수가 커질수록 접촉된 상태에 가깝게 접근됨을 알 수 있으며, 마찰계수가 작은 경우에도 마찰계수

가 0인 경우와 비교하면 상당한 차이를 나타내고 있음을 알 수 있다.

실제 압축시험 시 시편과 압축판 사이에 윤활제를 사용하더라도 완전히 마찰력을 제거하기는 불가능하며, 압축시험 결과로부터 구한 응력-변형률 관계에는 항상 어느 정도의 오차를 포함하게 된다. 이러한 현상은 압축시험 시 시편의 옆면이 부풀려 나오는 현상에서 쉽게 관찰할 수 있다.

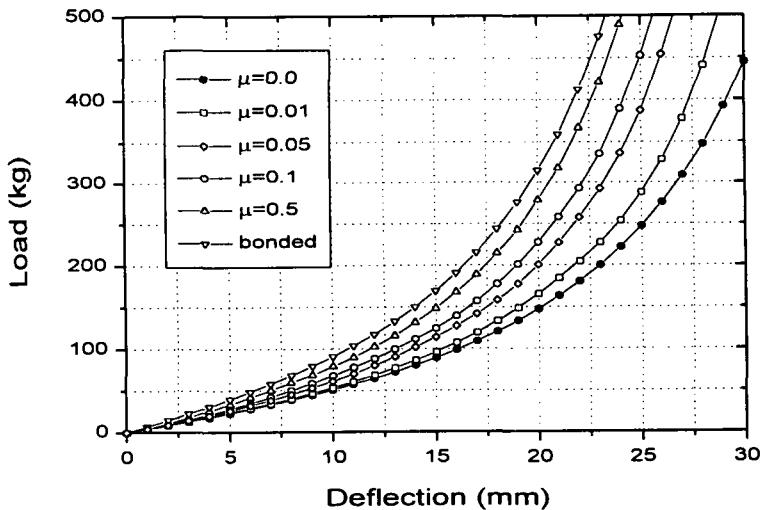


Fig. 3.11 Load-deflection curves of rubber compression tests

Fig. 3.12은 마찰력이 존재할 경우 압축시편에 전달되는 힘을 도식화한 그림으로서, 마찰력과 압축력의 합력의 방향이 고무 시편의 변형을 억제하는 방향으로 작용하고 있음을 보여주고 있다. 마찰력이 커질수록 힘의 방향은 더욱 어긋나고 변형이 더욱 억제됨을 알 수 있다.

Fig. 3.13은 마찰력과 시편에 가해지는 압축력의 합력의 방향이 압축방향으로 일정하도록 압축판을 마찰계수 값만큼 기울인 상태를 보여준다. 이 경우 합력인 압축방향으로 유지가 되어 마찰력을 상쇄시켜 주는 효과를 얻을 수 있으며, 마찰계수가 0인 상태와 유사한 하중-변형 관계를 얻을 수 있다.

Fig. 3.14는 마찰계수가 각각 0.05와 0.1일 때 마찰계수 값만큼 기울인 압축판을 사용하여 압축하였을 때의 변형 모습을 보여준다.

Fig. 3.15은 경사진 압축판을 사용하여 압축시험을 실시한 경우의 예상되는

압축응력과 압축변형률과의 관계를 보여준다.

평평한 압축판을 사용한 경우는 마찰력이 존재하는 경우 마찰력이 없는 경우와 큰 차이를 보이고 있지만, 기울인 압축판을 사용하는 경우 마찰력이 존재하는 경우에도 없는 응력-변형률 관계를 보이고 있음을 알 수 있다.

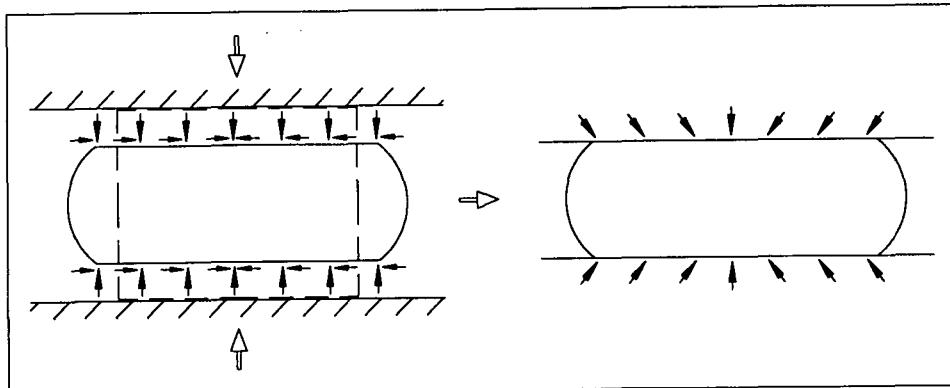


Fig. 3.12 Force distribution with flat platen

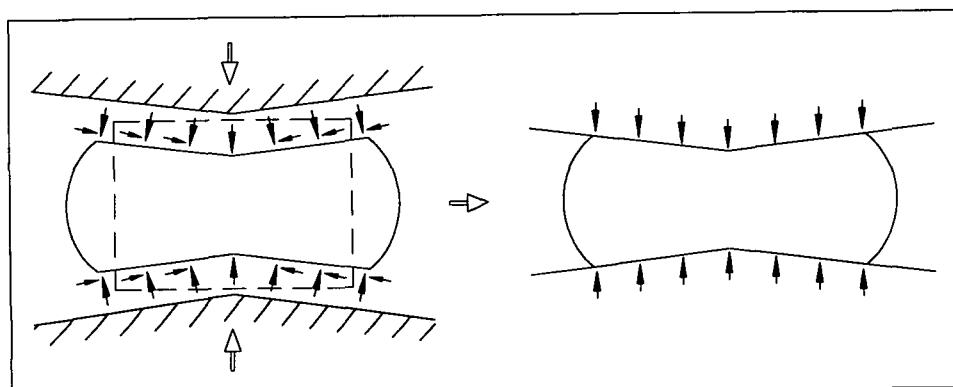
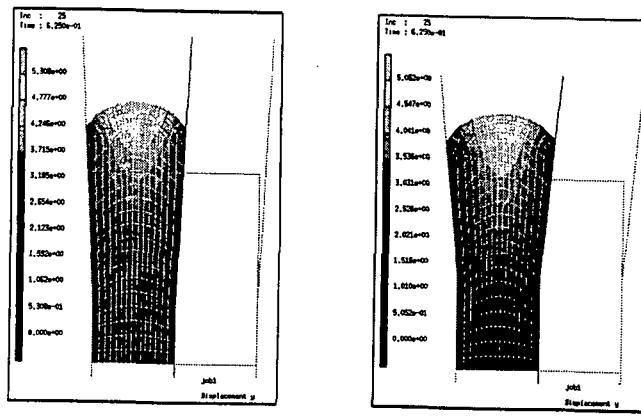


Fig. 3.13 Force distribution with tapered platen



(a)  $\mu = 0.05$

(b)  $\mu = 0.1$

Fig. 3.14 Deformed shape with tapered platen

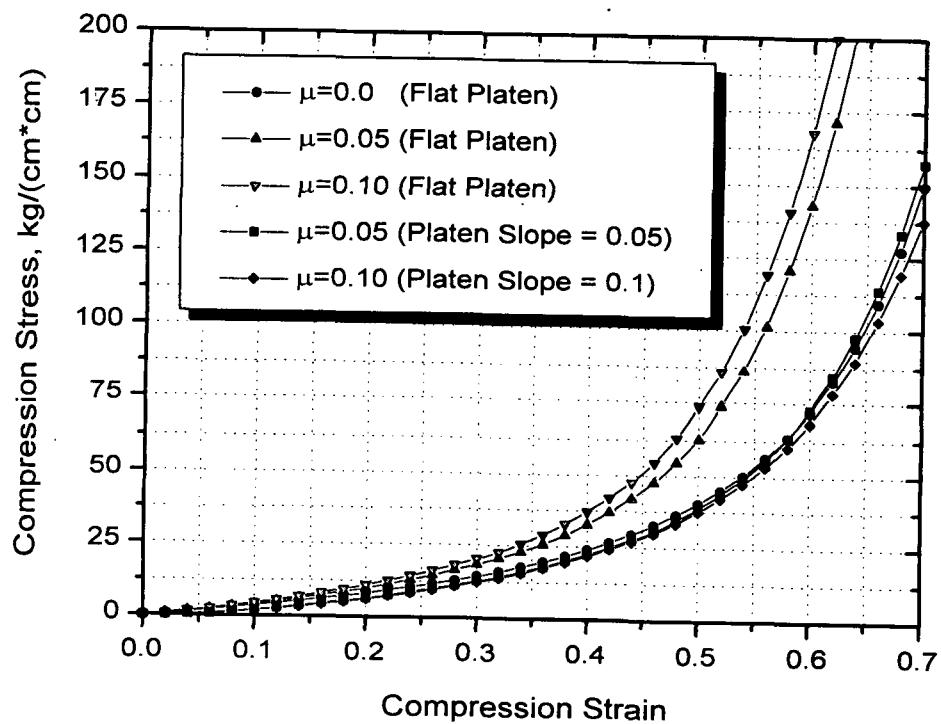


Fig. 3.15 Compression Stress-strain curves of compression analysis

## 5.4 전단시편

전단 변형은 일부 고무 부품의 공학적인 용용 사례에서 인장모드보다 더 중요한 변형모드이지만, 실험실 차원에서 인장시험의 보편화되어 있으며 전단시편 제작의 어려움 때문에 자주 시행되어 오지 않은 시험이었다. 그러나, 인장·압축 시험결과를 전단변형모드에 적용할 경우 큰 오차가 발생됨은 잘 알려져 있다.

전단시험에는 단순전단(simple shear)과 순수 전단(pure shear 또는 planar shear)이 있으며, Fig. 3.15에 각각의 변형 형태를 보여준다. 전단시험으로부터 측정된 전단응력과 전단변형률은 탄성이론에 의해 서로의 경우로 적용할 수 있다.

ISO 1827에 의하면 단순전단시험용으로 4종 전단시험편(quad lap shear test)을 제안하고 있다. 시편은  $4 \times 20 \times 25$  mm크기의 고무판4개를 5mm두께의 강판에 접착하여 제작하며, 고무의 굽힘변형에 의한 실험 오차를 영향을 줄이기 위하여 두께 대 길이의 비를 0.16 이하로 제한하고 있다.

시험속도는  $5 \pm 1$  mm/min이며, 측정하기 전 5번의 예비하중을 가해 주도록 규정하고 있다. 전단응력은 부가하중을 고무 접촉면적의 2배로 나눈 값이며, 전단변형률은 측정된 변형 값의  $1/2$ 를 고무 두께로 나눈 값이다.

전단시험에서는 고무와 강판의 접착력 부족으로 인한 큰 변형률에서의 측정이 불가능한 점이 가장 큰 어려움이며, 이를 극복하기 위하여 강판 대신 고무와 물질 구조가 유사한 아크릴 판의 사용이 검토되고 있다. 그러나, 아크릴판은 사용이 떨어지기 때문에 하중 부가 시 쉽게 변형되는 단점이 있다.

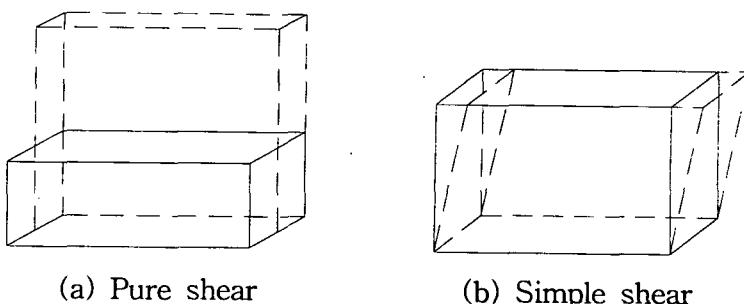


Fig. 3.16 Deformed shaped of shear test

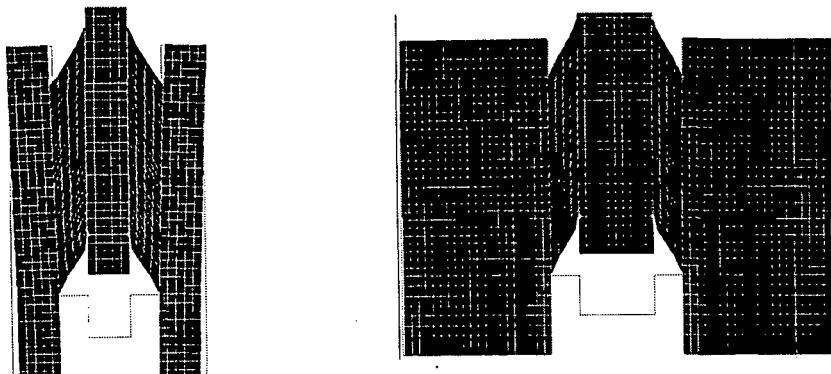
전단시편의 유한요소해석을 통하여 아크릴 판의 두께 변화에 따른 변형 정도를 파악하고 적당한 판의 두께를 결정하고자 한다.

시편의 대칭성을 고려하여 1/2만 모델링하였으며, 재료상수와 유한요소코드는 인장시험의 경우와 동일하고, 아크릴의 탄성계수는 2400MPa을 이용하였다.

Fig. 3. 17(a)는 ISO에 제안된 치수를 기준으로 한 시편의 전단변형률이 2일 때의 변형모습과 등가응력분포를 보여준다. 시편을 접착한 아크릴 판의 오른쪽(중앙 부위)이 아래쪽으로 -0.70mm, 왼쪽(양단)은 위쪽으로 0.44mm 심하게 변형되어 고무의 전단변형형상이 찌그러져 있음을 볼 수 있다. 또한 아크릴의 최대등가응력이 57 MPa로서 아크릴의 인장강도인 55~85 Mba에 비교해 파손의 우려가 있음을 알 수 있다.

Fig. 3.17(b)는 부착 판의 변형을 줄이고 등가응력을 낮추기 위하여 아크릴 판의 두께를 20mm(옆판)와 10mm(가운데 판)로 수정한 시편의 변형 모습과 등가응력 분포를 보여준다.

변형 값은 -0.22mm와 0.09mm로 ISO시편형상보다 1/4 정도로 크게 줄었으며, 등가응력도 21MPa로서 아크릴 판의 파손 염려를 줄였다.



(a) ISO specimen

(b) Modified specimen

Fig. 3.17 Equivalent stress distribution of shear test specimen

## 5.5 결과 및 고찰

고무의 비선형 재료상수 결정을 위한 시험 방법인 인장·압축 및 전단시험에 대해 설명하였으며, 시험방법을 개선하고 측정오차를 줄이기 위한 방안을 비선형, 대변형 유한요소 해석을 통하여 검토하였다.

인장시험에서는 extensometer를 설치하지 않고도 무시할 만한 오차 범위 내에서 시험을 실시할 수 있는 직사각형(strip)모양의 시편의 형상을 제시하였다. 시편의 길이 대 폭의 비율을 10 이상으로 하면, 예상되는 측정오차는 1%이내로서 시험기 계측기의 측정오차와 비슷한 수준이며, 또한 변형에너지 함수 결정을 위한 curve fitting 시의 오차 등을 고려할 때의 충분히 만족할 만한 시험방법이 라고 사료된다.

압축시험 시 압축판과 시편 사이의 마찰력에 의해 발생되는 측정오차를 유한요소해석을 통하여 검토하였다.

이 오차는 변형률과 마찰계수가 커질수록 커지며, 마찰계수가 0.01 정도로 작은 경우에도 무시할 수 없을 만큼의 큰 오차를 지님을 알 수 있다. 이 오차를 줄이기 위한 방법으로서 마찰계수를 측정하여 압축판 설계 시 반영한다면 압축시험 시 마찰력으로 인한 측정오차를 최소화할 수 있겠다.

전단시험에 사용되는 4중전단시편의유한요소해석을 통하여 접촉 판의 영향을 검토하였다. 매끄러운 전단변형과 접촉 판의 강도를 고려하여 10 mm와 20mm 두께의 아크릴 판의 사용을 제안하였다.

# 여 백

## 제4장 고무류 기계부품의 유한요소 해석

### 제1절 개요

고무재료는 고도의 신장성과 탁월한 탄성 복원 능력 및 진동 감쇄 특성으로 인하여 엔진마운트, 부싱, 문밀봉장치, 타이어 등의 자동차 방진 고무부품을 비롯하여 토목·건설분야의 방진 및 제진 고무부품과 세탁기, 에어콘 등의 가전제품의 방진부품으로 다양한 산업분야에 폭넓게 사용되고 있는 공업재료 중의 하나이다[4.1].

다른 기계류 부품과 마찬가지로 고무류 기계부품도 성능 향상과 품질 고도화의 요구에 따라 부품 개발 시 고도의 설계 및 해석기술이 요구되고 있는 실정이다. 그러나, 지금까지 대부분의 고무류 기계부품의 설계는 재료의 비선형 성과 대변형의 특수한 성질로 인하여 시행착오에 의한 경험적인 수법이나 실험에 의존하여 왔으나, 근래에는 새로운 제품 개발시 대부분 실제 제품의 제작에 앞서 예비 설계된 치수를 바탕으로 전산시뮬레이션을 통하여 제품의 특성을 미리 예측하고 평가하는 CAE를 통하여 고무재료의 거동을 해석하는 것이 가능해짐에 따라 고무류 기계부품의 설계에 체계적이고 분석적인 방법을 이용하여 부품의 성능향상에도 크게 기여할 수 있게 되었다[4.2, 3, 4].

고무류 기계부품에 대한 구조해석은 제품의 안전성 및 신뢰성을 확보하고 최적설계를 하기 위한 기술로 선진국에서는 이미 해석을 통하여 널리 활용하고 있는 실정이나, 국내 관련 산업계에서는 이의 중요성을 인식하고는 있으나 아직까지 체계적인 설계 및 해석기술이 확립되어 있지 못한 실정이다[4.5, 6].

따라서, 본 연구에서는 복잡한 형상의 변형 및 응력상태를 자세히 알 수 있는 수치해석 방법인 유한요소 해석법(finite element method)을 이용하여 자동차용 고무마운트, 부시 및 다이아프램 등에 대해 유한요소 해석을 수행하여 하중 또는 변위에 따른 형상 변화 특성을 예측하여 이를 시험결과와 비교 검토하고 최대변형률 및 응력이 발생하는 취약 부위를 예측하였다.

유한요소 해석은 비선형 및 접촉 문제 해석이 용이한 상용 유한요소 코드인 MARC ver K6.2를 이용하였으며 HP9000 C180 기종에서 수행하였다.

## 제2절 Strut Rubber Insulator

Strut rubber insulator는 프레스 가공된 상하 두 개의 원통형 판재 사이에 천연고무가 접착되어 있는 자동차 구조 부품으로 독립현가방식 승용차의 앞차축에 설치된 속 업소버를 차체에 고정시켜 주는 역할을 하고 있다[4.7].

유한요소 모형은 축대칭 형상을 지니고 있어 계산의 편의를 위해 Fig 4.1과 같이 2차원 축대칭 요소를(axisymmetric element) 이용하여 모형화 하였으며, Full-Herrmann formulation quad 4요소를 사용하여 2740개의 절점과 2254개의 요소로 구성되어 있다.

금속판재의 물성치로 탄성계수는  $21,000 \text{ kg/mm}^2$ , 포아슨 비는 0.3으로 하였으며, 사용된 고무는 천연고무로 비 압축성으로 가정하여 앞에서 재료시험을 통해 얻어진 오그덴 함수(Ogden model II)인  $\mu_1=-0.258E-05$ ,  $\alpha_1=7.175$ ,  $\mu_2=0.0709$ ,  $\alpha_2=3.017$ ,  $\mu_3=-0.15E-08$ ,  $\alpha_3=-15.63$ ,  $B= 2.14E+05$ 을 이용하였다.

경계조건으로 상단 볼트 체결부는 완전 고정되는 부분이므로 x, y, z 변위를 모두 구속시켰으며 하단 금속부에 하중(압축, 인장)이 작용하는 것으로 하였다. 하중이 커짐에 따라 접촉이 발생될 것으로 예상되는 부위인 금속과 고무와의 접촉부위는 접촉체(contact body)로 지정하였으며 계산 결과의 신뢰성을 높이기 위하여 이 부위의 요소는 좀 더 작게 분할하였다.

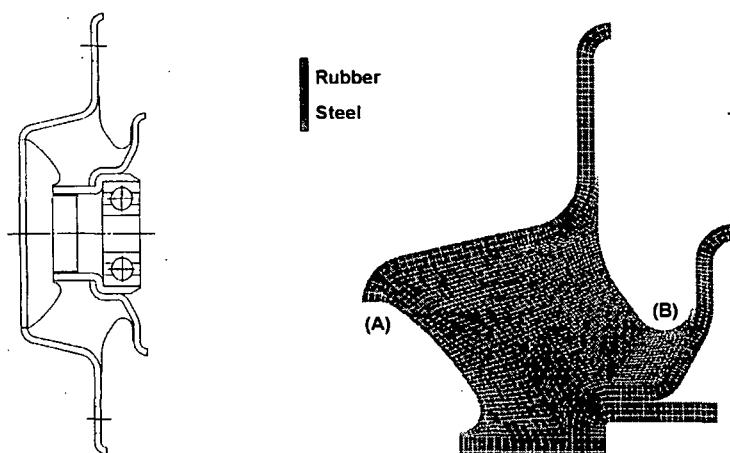


Fig 4.1 Finite element model of strut rubber insulator

Fig 4.2~4.4는 strut rubber insulator의 사용조건에 따라 압축방향으로 10mm, 인장방향으로 5mm의 변위를 주었을 때의 변형모습과 응력분포 및 변형률 분포를 보여준다.

응력 및 변형률 집중이 발생되는 부위는 켈 판재와 고무가 접촉되는 부위(Fig 4.1의 (A))와 고무가 심한 변형을 일으켜 접촉되는 부위(Fig 4.1의 (B))로 두 군데의 변형률 차이는 크지 않으나 압축 시는 전자, 인장 시는 후자의 위치에서 최대변형률 값을 나타내었다.

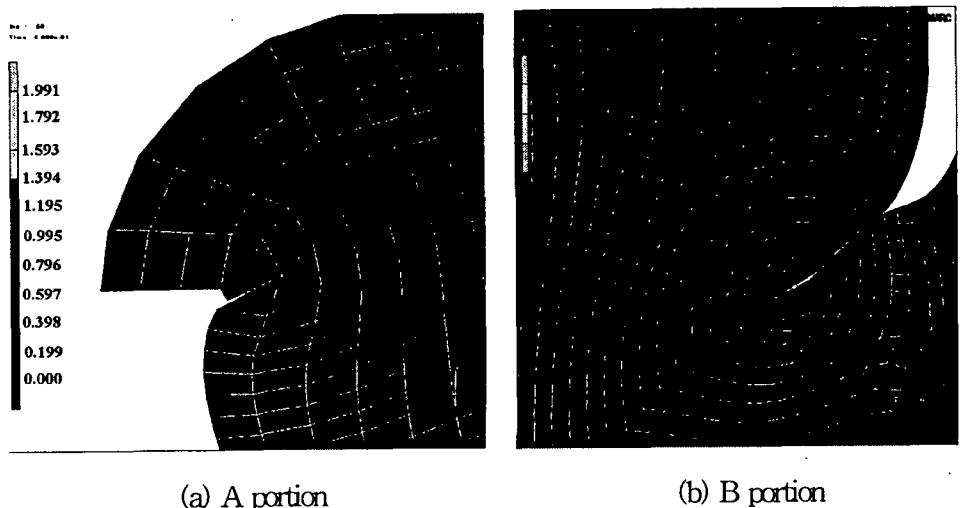


Fig. 4.2 Cauchy stress distribution under compression displacement 10mm

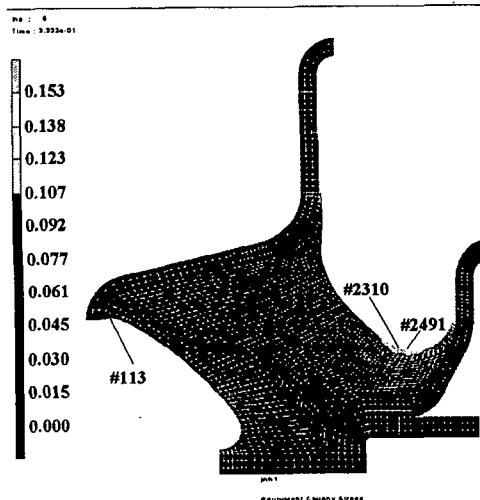
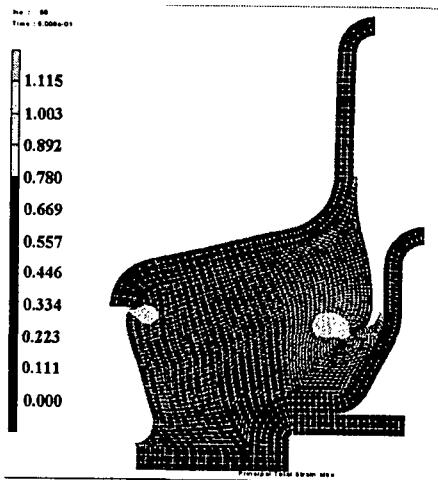
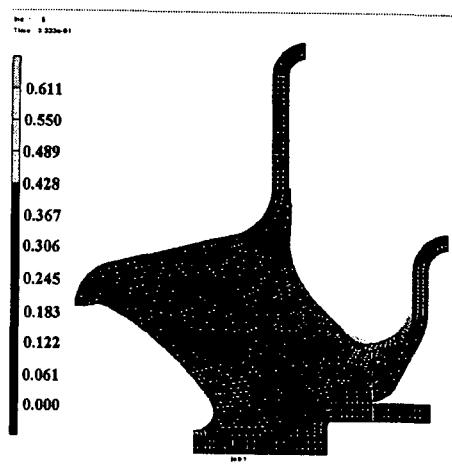


Fig. 4.3 Cauchy stress distribution under tension displacement 5mm



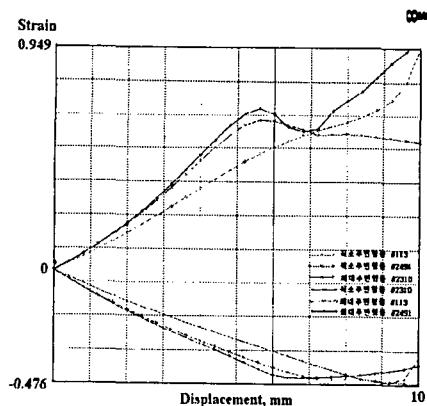
(a) compression



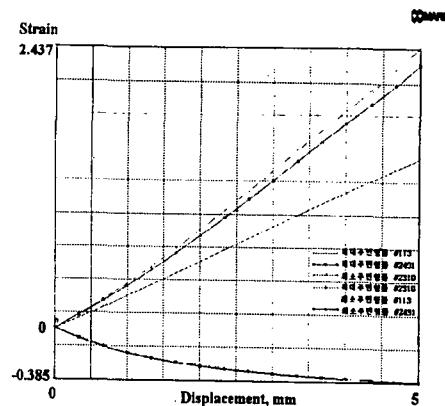
(b) tension

Fig. 4.4 Max. principal strain distribution under compression/tension displacement

Fig. 4.5는 응력 집중이 발생되는 세 지점, 즉 피로파손의 우려가 있는 지점에서의 변위변화에 따른 변형률의 변화를 보여준다. 절점 113은 절판재와 접촉되는 지점이며, 절점 2310과 2491은 고무가 서로 접촉되는 부위에서 인장 및 압축 시 각각 최대 변형률 값을 가지는 지점이다. 그림으로부터 변형률의 진폭이 가장 큰 곳은 절점 2310으로서 서로 접촉되어 접혀지는 지점으로서 Fig. 4.6에서 보는 바와 같이 피로시험에서의 파손 부위와 잘 일치하였다.

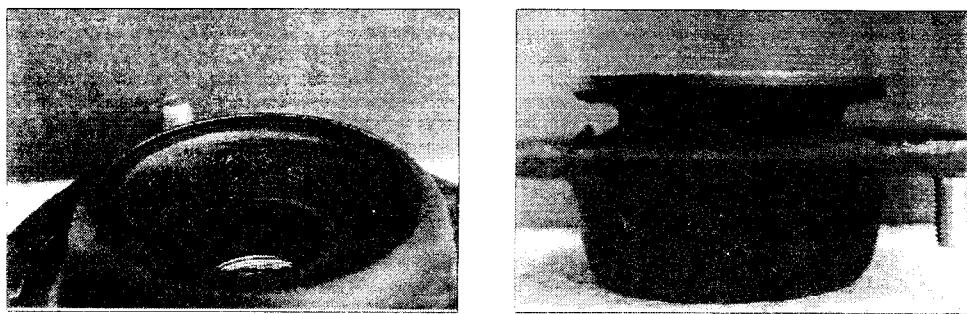


(a) compression



(b) tension

Fig. 4.5 Displacement vs. principal strain under compression/tension load



(a) A portion

(b) B portion

Fig. 4.6 Fatigue failure of strut rubber insulator

Fig. 4.7은 정적시험과 유한요소 해석으로부터 구한 하중-변위 관계선도이다. 유한요소 해석은 고무의 모델을 앞에서 재료시험을 통해 얻어진 3가지에 대해 수행하였다. 고무 모델에 따라 하중-변위 관계가 약간 다르게 나타남을 알 수 있으며, 인장-압축 데이터만으로 Ogden 상수를 구한 해석 결과가 시험 결과와 가장 잘 일치하였다. 그 이유는 본 부품의 경우 변형 양상이 인장 압축모드가 지배적이며 Ogden model II가 고무의 인장 압축 관계를 가장 잘 나타내 주는데 있는 것으로 추측된다.

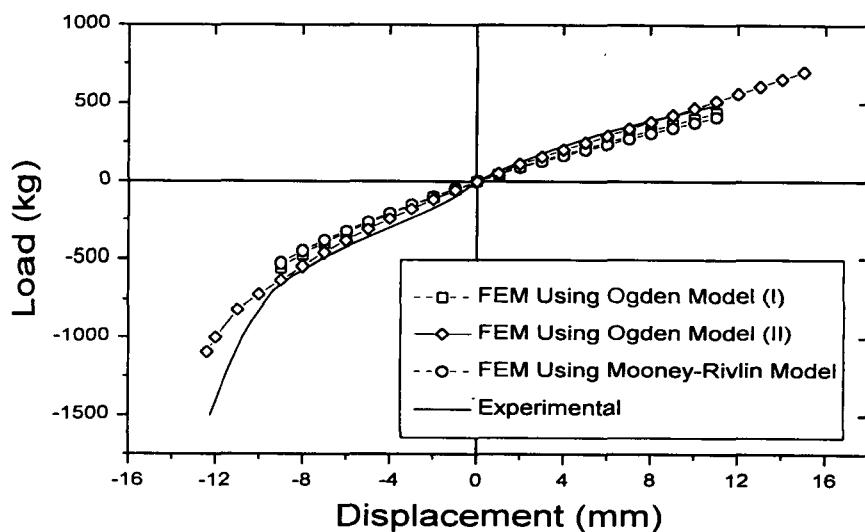


Fig. 4.7 Load - displacement curves

### 제3절 부시형 T/M 마운트

자동차에 흔히 사용되는 부쉬형 방진고무는 금속 성분으로 만들어진 내통과 외통 사이에 고무가 채워져 있으며, 원하는 방향의 강성을 용이하게 조절할 수 있는 특징을 지니고 있다.

부쉬형 방진고무는 자유표면적이 고무 체적에 비해 작고 가황 후의 수축 때문에 고무 내부에 큰 잔류응력이 발생되어 접착력이 작아질 우려가 있으며, 이의 보완책으로서 가황 후에 외통을 스웨징(swaging)시키거나 (수축율 : 통상 고무 두께의 10-15 %) 내통을 확장시키는 방법을 이용하여 접착력 향상시키고 피로수명의 증대 효과를 꾀하는 공정을 실시하게 된다[4.8].

한편, 원하는 방향으로의 강성을 조절하기 위한 빈 공간을 두고 있으며 이 빈 공간의 크기와 방향은 방진고무의 강성에 큰 영향을 끼치며 부쉬형 방진고무의 설계에 중요한 설계 변수가 된다.

본 연구에서는 부쉬형 T/M 마운트를 대상으로 스웨징의 영향과 브리지각 (bridge angle)으로 표현되는 빈 공간의 크기 변화에 따른 변형 및 강성에 끼치는 영향을 살펴보았다.

Fig. 4.8은 브리지 각도가 각각  $80^\circ$ ,  $100^\circ$  및  $120^\circ$  일 때의 부쉬형 T/M 마운트의 유한요소 모델을 보여준다. 대칭성을 고려하여 중심축을 기준으로  $1/2$ 을 모델링하였다. 스웨징 효과를 알아보기 위해 외통 파이프 바깥 요소의 절점에 중심쪽으로 일정 변위를 주었으며, 상하방향의 강성을 계산하기 위해 내측 파이프에 일정 변위를 준 후 외통에서의 반력을 산출하였다.

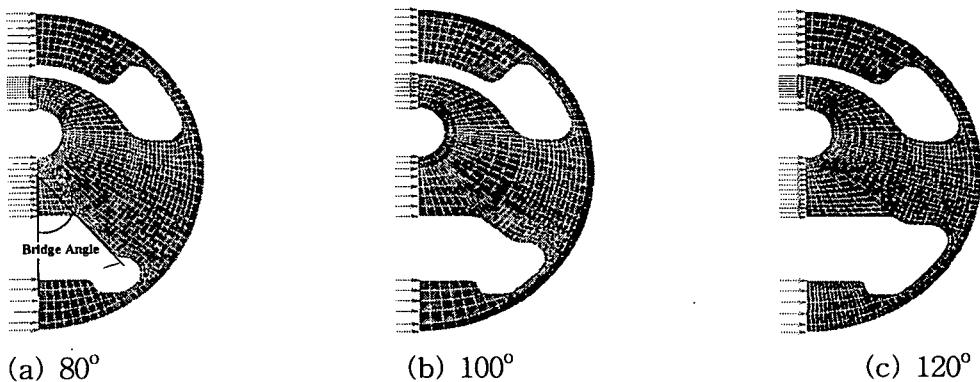


Fig. 4.8 Finite element model of T/M mount

### 3.1 T/M 마운트의 스웨징과 브리지각 영향

Fig. 4.9는 스웨징 양에 따른 내측 파이프 중심축의 이동량을 보여주며, 브리지 각도가 커질수록 이동량이 커짐을 알 수 있다. 또한, 스웨징 양이 1.0 - 1.2 mm 일 때 이동량은 최대치를 보이고 다시 줄어드는 경향을 보인다. 이 원인은 내측 파이프 주변의 고무가 스토퍼에 닿기 전까지는 거의 선형으로 이동하다가 닿은 후에는 오히려 스토퍼가 내측 고무를 누르는 현상으로부터 설명할 수 있다.

Fig. 4.10은 외통을 고정한 후 내측 파이프에 변위를 주어 반력과 변위의 관계를 구한 선도이며, 압축 쪽은 브리지 각도 변화에 큰 영향을 받지 않으나 인장 쪽(아래쪽 변위)에서는 브리지 각도가 커질수록 강성이 작아짐을 알 수 있다. 또한, 인장 쪽은 두개의 기울기 즉 두 단계의 강성을 가짐을 알 수 있으며, 이는 내측의 고무가 스토퍼에 접촉되기 전후의 상태를 나타낸다. 브리지 각도가 커지면 내부 공간도 커져 같은 하중이 작용할 때 쉽게 변형될 수 있으므로 강성이 감소하는 경향을 보이고 있다.

Fig. 4.11과 4.12는 인장하중 400 kg와 압축하중 200 kg이 작용할 때 변형률 분포를 보여준다. 최대변형률 발생지점은 고무가 접혀지는 지점으로서 실제 사례에서도 흔히 파손이 발생되는 부위와 잘 일치하고 있다.

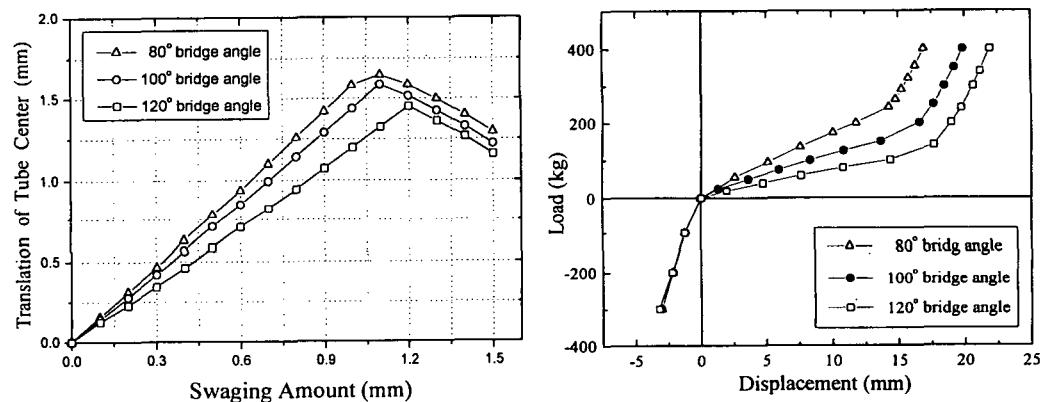


Fig. 4.9 Translation of tube center  
for swaging amount

Fig. 4.10 Load-displacement curve

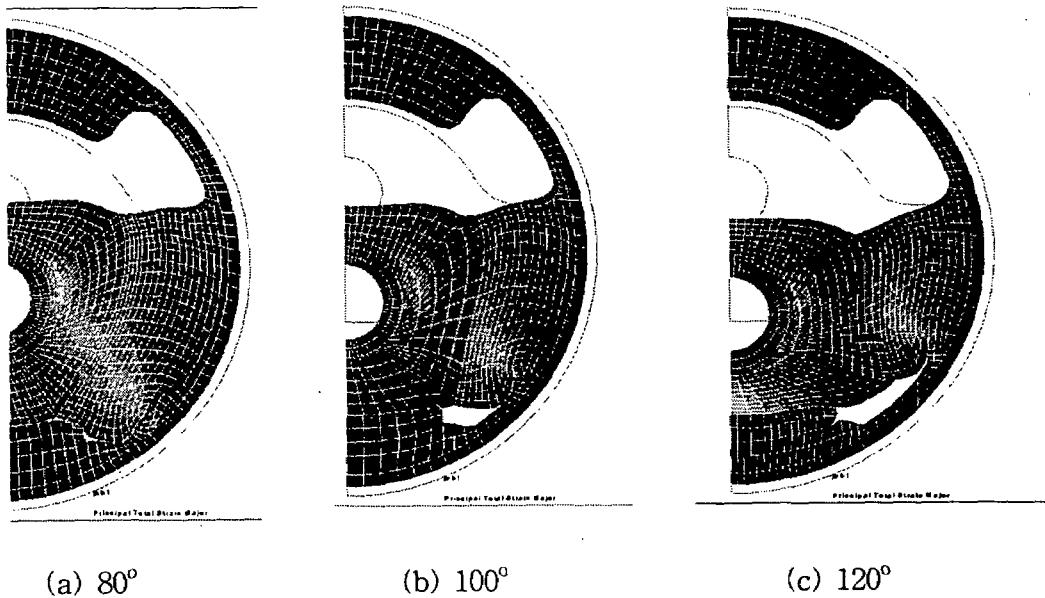


Fig. 4.11 Deformed shape of tension load 400kg

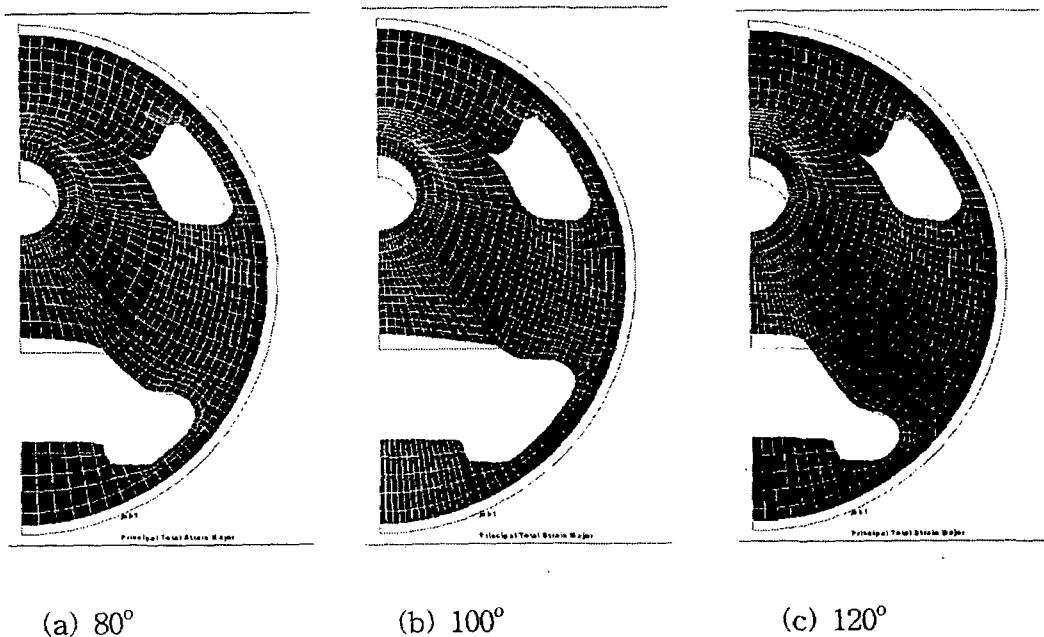


Fig. 4.12 Strain distribution of compression load 200kg

## 제4절 Hydraulic Engine Mount

Hydraulic Engine Mount는 엔진에서 발생되어지는 진동과 소음이 차체에 전달되는 것을 방지함으로써 승객이 받을 수 있는 소음 및 진동을 억제하여 승차감을 향상 시켜줌과 동시에 엔진을 차체에 지지하는 두가지 역할을 한다.

이번 해석에서는 Hydraulic Engine Mount의 고무 부분에 대한 해석을 수행하였으며 파손 가능한 부위의 변형률 분포를 비교하여 기존 모델과 설계 변경 후 모델의 개선 여부를 비교하고자 한다.

유한 요소 모델링은 Fig. 4.13에서 보는 것과 같이 축 대칭형상을 지니고 있으며 계산의 편의를 위해 2차원 축 대칭 요소(Axisymmetric Element)를 이용하여 모델링하였다.

Full-herrmann formulation quad 4요소를 사용하였으며 고무 물성치는 IN 4444를 사용하였으며 금속판의 재료는 탄성계수는  $21,000\text{kg/mm}^2$ , 포화송의 비는 0.3으로 모델링하였다.

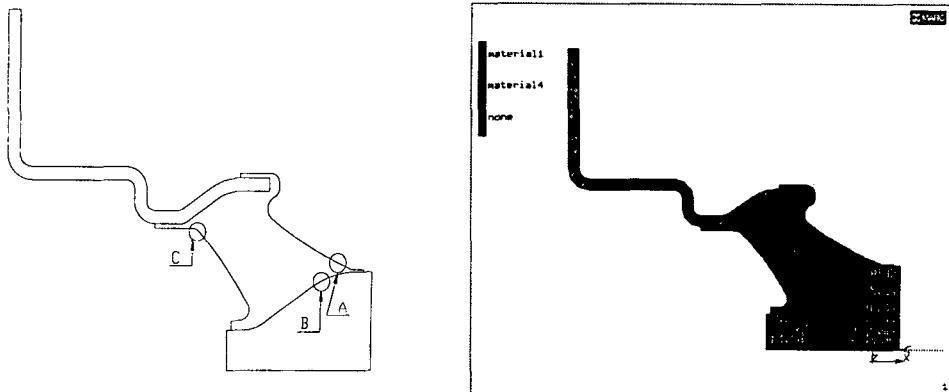


Fig. 4.13 Finite element model of hydraulic engine mount

## 4.1 Center Boss 부위 직경이 45mm (기존 제품)

Center boss 부위의 직경이 45mm mldls 기준제품에 대한 유한요소 해석 결과를 Fig. 4.14에 나타내었다.

Fig. 4.14 (a)와 (b)는 압축 변위 5, 10mm를 받을 경우의 변형률 분포를 보여주고 있으며, (c)와 (d)는 최대 주변형률이 발생되는 부위와 취약부위를 확대해서 보여주고 있다.

기존 제품의 경우에 대한 내구 수명을 실험한 결과 60만회 정도에서 피로파괴가 발생되었는데 그림에서 보는 바와 같이 취약부위에서 발생하였다.

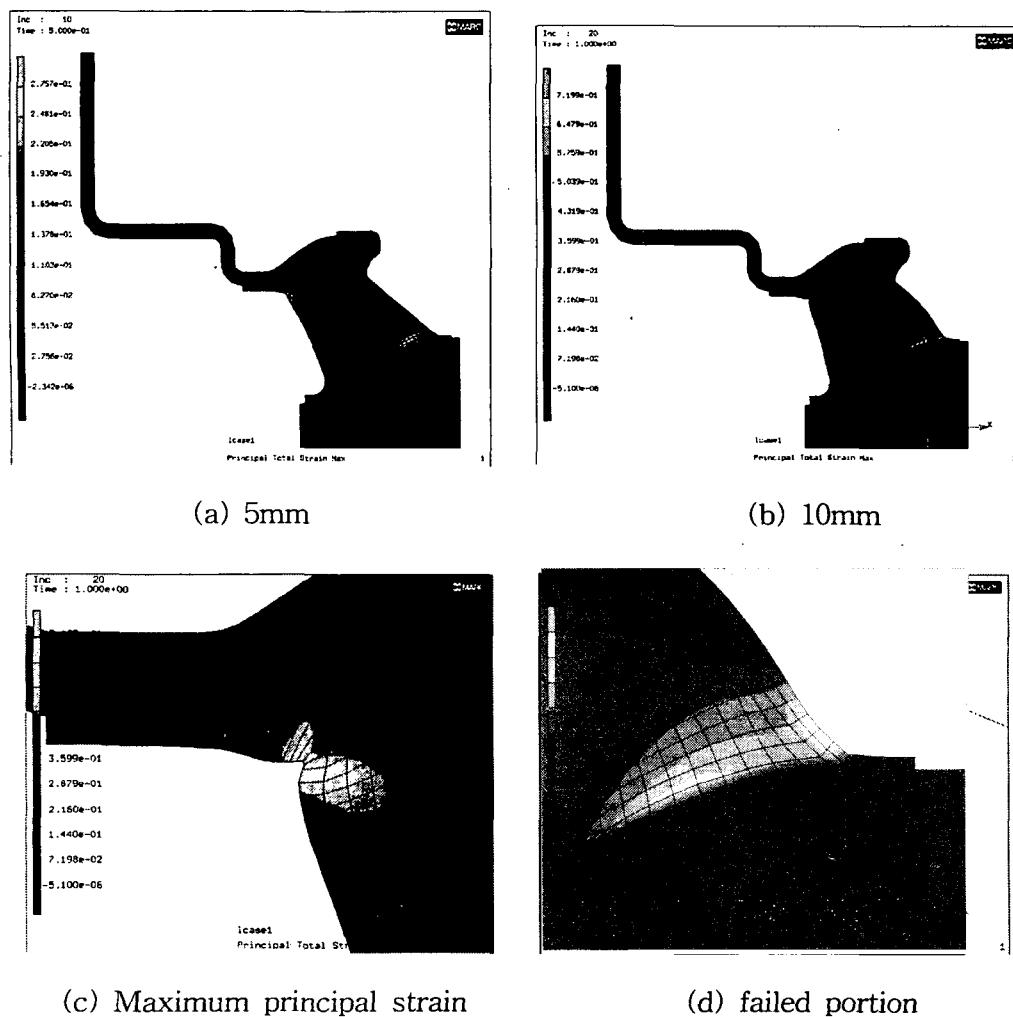


Fig. 4.14 Principal strain distribution of compression displacement (Original)

## 4.2 Center Boss 직경이 44mm (1차 설계변경)

기존제품이 원하는 피로수명에 도달하지 못해 center boss 직경을 45mm에서 1mm를 줄여 44mm로 1차 설계 변경한 경우에 대한 유한요소 해석결과는 Fig. 4.15에서 보는 바와 같이 변형률 분포를 비교 시 최대 주변형률 값 및 취약 부위에서 변형률 값이 많이 줄어드는 것을 볼 수 있다.

또한, 내구 수명시험에서도 100만회 이상에서 피로 파괴가 발생되어 기존 제품보다 내구 수명이 좋아지는 것을 볼 수 있다.

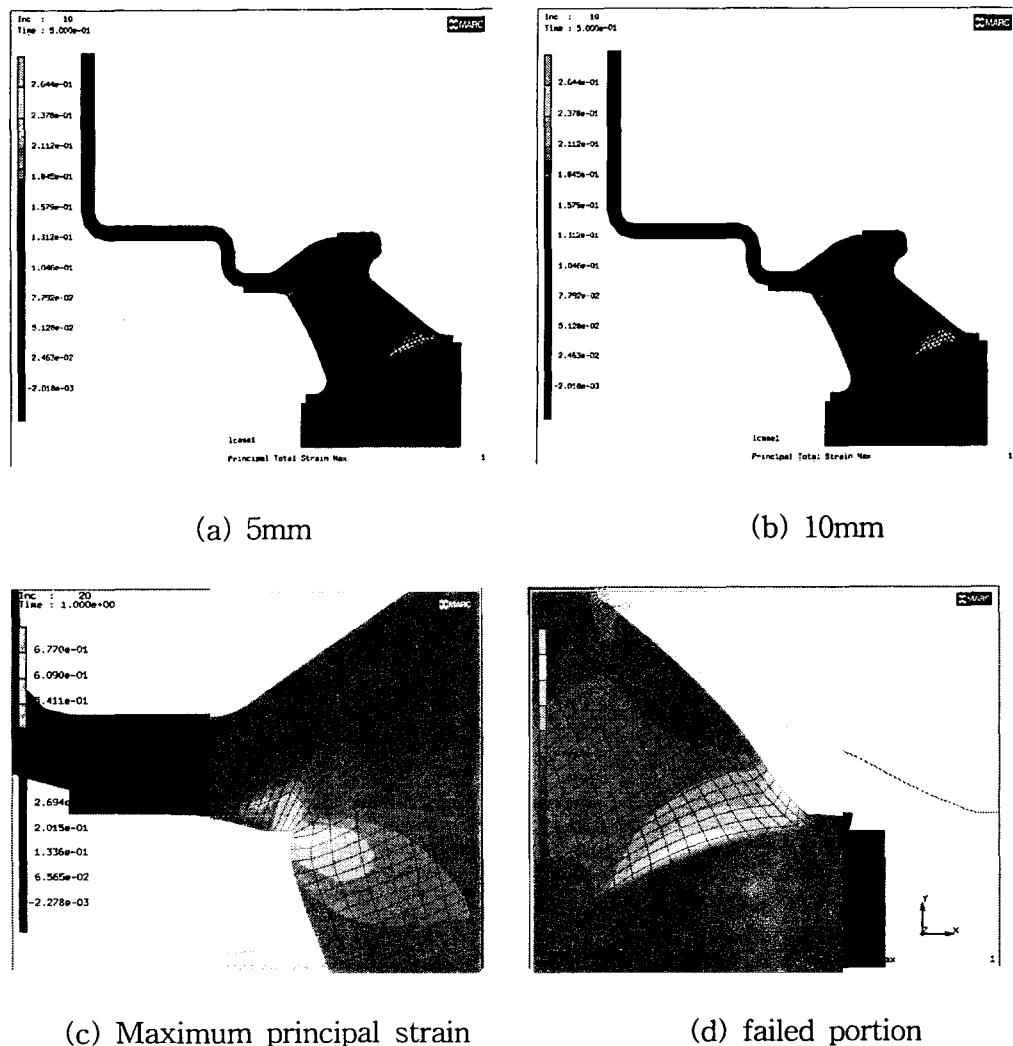


Fig. 4.15 Principal strain distribution of compression displacement (Modified I)

### 4.3 Center Boss 직경이 43mm (2차 설계변경)

1차 설계변경에 이어 center boss 직경을 1mm 더 줄여 43mm로 2차 설계변경한 경우의 해석결과로 Fig. 4.16에서와 보는 바와 같이 변형률 분포는 최대 주변형률 값 및 취약 부위에서 기존 제품보다 변형률 값이 많이 줄어드는 것을 볼 수 있다.

내구 수명도 130만회 이상에서 피로 파괴가 발생되어, 제품의 내구 수명 사양을 만족하는 것을 볼 수 있다.

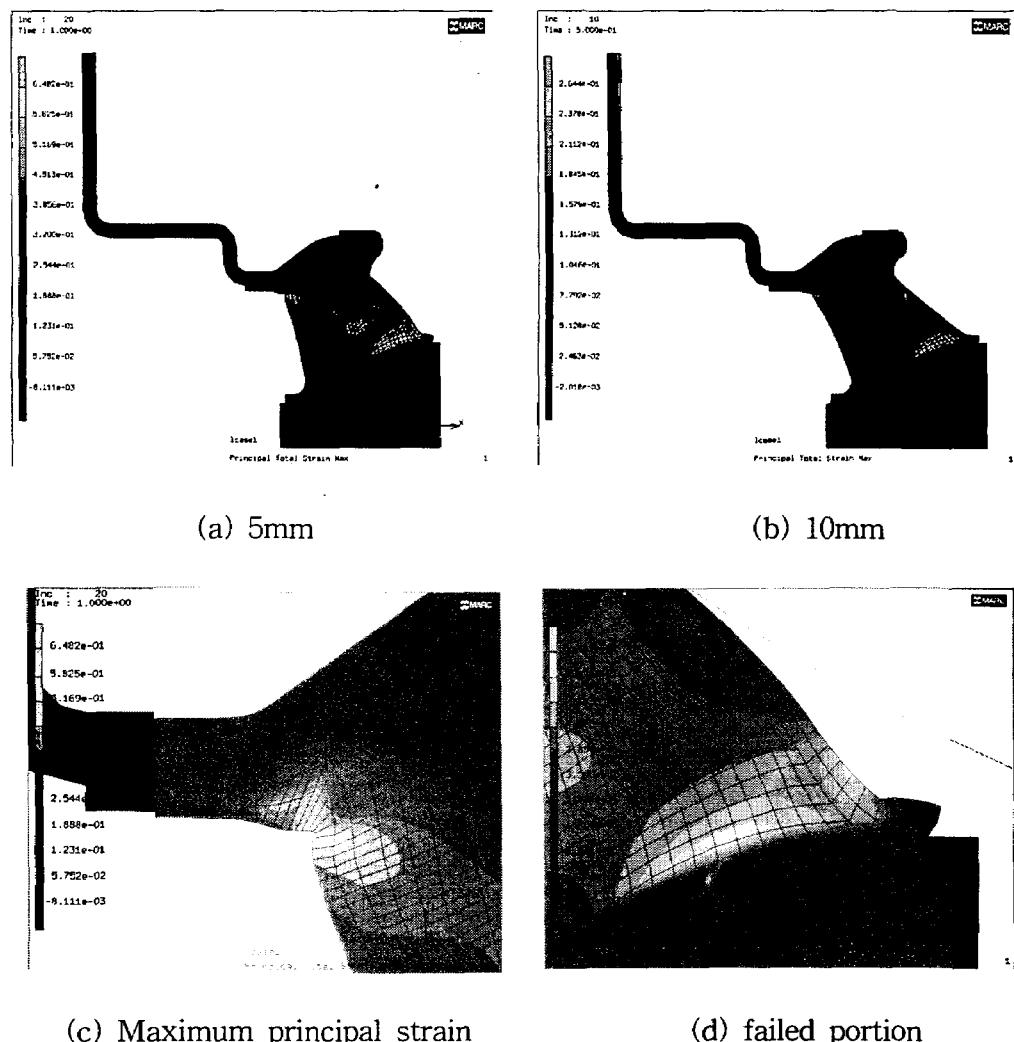


Fig. 4.16 Principal strain distribution of compression displacement (Modified II)

#### 4.4 결과 비교

Fig. 4.13의 A, B, C 세 부분은 Fig. 4.14-16에서 나타내는 것과 같이 Hydraulic Engine Mount의 취약 부위로서 최대 주변형률이 발생하는 곳을 나타내었다.

Table 4.1은 Fig. 4.13의 A, B, C 세 부분에 대해서 center boss의 직경이 45, 44, 43mm인 경우 변위 10mm에서의 반력 및 최대 주변형률 값을 나타내었으며, center boss 직경이 줄어듬에 따라 A, B, C 세 부분 모두에서 최대 주변형률 값이 감소되었다.

Center boss의 직경이 45mm인 A부분에서 최대 주변형률이 발생되어 초기 균열 발생이 용이하였으며 그 값도 center boss 직경 44, 43mm인 경우 보다 훨씬 크므로 내구 수명이 짧아 진 것으로 사료된다.

Center boss 직경 44, 43mm의 최대 변형률은 center boss 직경 45mm와는 달리 B부분 즉 내부에서 최대 변형률이 발생하였으므로 내구 수명이 증가 된 것으로 사료된다.

Center boss의 직경을 줄임으로서 상온 내구 시험 사양을 만족하는 설계 변경은 변형률 값이 작은 쪽이 내구 수명이 더 향상되므로 내구 성능 향상에 타당한 설계임을 FEM해석에 의해 확인하였다.

Table 4.1 Analysis result of hydraulic engine mount

CASE	Center Boss 직경(mm)	변위 10mm 에서의 반력(kg)	변위 10mm에서의 최대 변형률		
			A	B	C
1	직경 45	133	0.719	0.680	0.678
2	직경 44	130	0.661	0.677	0.650
3	직경 43	127	0.597	0.648	0.630

## 제5절 기타 부숴형 방진고무

### 5.1 유한요소 모델링

본 연구에서는 빈 공간이 서로 다른 세 가지 형태의 원통형 방진고무를 대상으로 유한요소해석을 수행하여 각 방향에 대한 하중-변위 관계와 주변형률 분포 등을 구하였다[4.9].

Fig. 4.17은 해석을 수행한 세 가지 형태의 방진고무의 유한요소 모델을 보여주며, 길이 방향의 변형률은 반경방향의 변형률에 비해 무시할 수 있으므로 평면 변형률 상태로 가정하여 해석하였다.

하중방향에 대해 대칭인 경우에는 해석 시간의 단축을 위하여 단면의 절반만을 모델링하여 해석하였다.

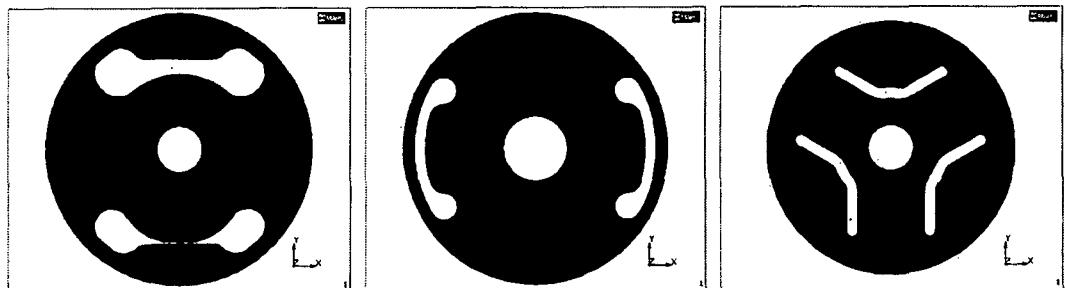
원통형 방진고무는 하중이 커짐에 따라 대부분 스토퍼 부분에서 고무와 고무의 접촉이 발생하게 되며 이 부위는 변형체 접촉 요소(Deformable Contact Body)로 지정하여 해석하였다.

유한요소해석은 2차원 Plane Strain 요소를 이용하여 모델링하였으며 Element Type은 고무 재질의 경우는 Plane Strain Full & herrmann Formulation Quad 80 (node4)을 사용하였으며 내·외통은 plane strain full-integration quad 11 (node4)을 사용하였다.

해석 방법은 외통의 금속부분을 고정한 후 내통의 금속 부분에 변위를 주어 이때의 반력을 구하여 하중-변위 관계와 각 경우에 대한 변형률 분포를 구하였다. 금속 부분의 물성치인 탄성계수는  $21,000\text{kg/mm}^2$ , 포화송의 비는 0.3을 사용하였으며, 고무의 물성은 Ogden 함수로부터 구한 상수 값을 사용하였다.

Control Arm Bush와 Lower Arm G Bush의 경우는 x축 방향으로 대칭성을 띠고 있으며, Rear Axle Bush의 경우 z축을 기준으로  $120^\circ$  회전으로 대칭성을 갖고 있다는 것을 쉽게 알 수 있다.

Lower Arm G Bush는 y축 방향으로 대칭성을 띠고 있지만, Control Arm Bush와 Rear Axle Bush의 경우는 y축 방향에 대한 대칭성은 없기 때문에 각 방향으로 서로 다른 두 가지의 강성 값을 갖게 될 것으로 예상된다.



(a) Control Arm Bush      (b) Lower Arm Bush      (c) Rear Axle Bush  
Fig. 4.17 Finite element model of bush

## 5.2 유한요소해석 결과 및 고찰

각 방진고무에 대해  $\pm x$ ,  $\pm y$  및  $\pm 45^\circ$  방향으로 변위를 주어 해석을 수행하였으며, 이때 발생되는 반력과 변형률 분포를 구하였다.

Control Arm Bush의 경우, 좌우 방향은 대칭이지만 상하 및  $45^\circ$  방향으로 비대칭이기 때문에  $+x$ ,  $\pm y$  및  $\pm 45^\circ$  방향의 해석을 수행하였으며, Lower Arm G Bush의 경우, 각 방향으로 모두 대칭이기 때문에  $+x$ ,  $+y$  및  $+45^\circ$  방향의 해석만 수행하였다. Rear Axle Bush의 경우,  $x$  방향으로 대칭이므로  $+x$  방향과  $\pm y$  방향의 해석을 수행하였으며, 그리고  $60^\circ$  회전마다 대칭성이 나타나므로  $45^\circ$  방향으로는  $x$  및  $y$  방향의 값과 유사할 것으로 예상되어  $45^\circ$  방향의 해석은 수행하지 않았다.

Fig. 4.18~4.20은 해석을 수행한 각 경우에 대한 주 변형률 분포를 보여준다. 각 경우 모두 최대변형률 발생지점은 내통 주위로서 이 부위는 실제 제품에서의 피로·파손 부위와 잘 일치하고 있다.

Fig. 4.21~4.23은 각 방진고무의 하중 방향에 대한 하중-변위 선도이며, Table 4.2는 각 방진고무의 하중 방향에 대한 반력과 강성을 계산한 결과를 보여준다.

Control Arm Bush의 경우  $x$  방향의 강성이  $y$  방향에 비해 훨씬 크며,  $45^\circ$  방향에서는  $x$ 와  $y$  방향 사이의 값을 가짐을 알 수 있다.

Control Arm Bush는 y 방향에 비해 x 방향으로 큰 강성이 요구되는 부위에 적합함을 알 수 있다.

Lower Arm G Bush는 y 방향 강성이 x 방향 강성의 2배 정도의 값을 지니며, y 방향으로 큰 강성이 요구되는 부위에 적합함을 알 수 있다.

Rear Axle Bush는 x, y 방향과 그 반대 방향의 강성이 거의 동일한 값을 지니고 있으며, 모든 방향으로 균일한 강성이 요구되는 부위에 적절히 사용될 수 있음을 알 수 있다.

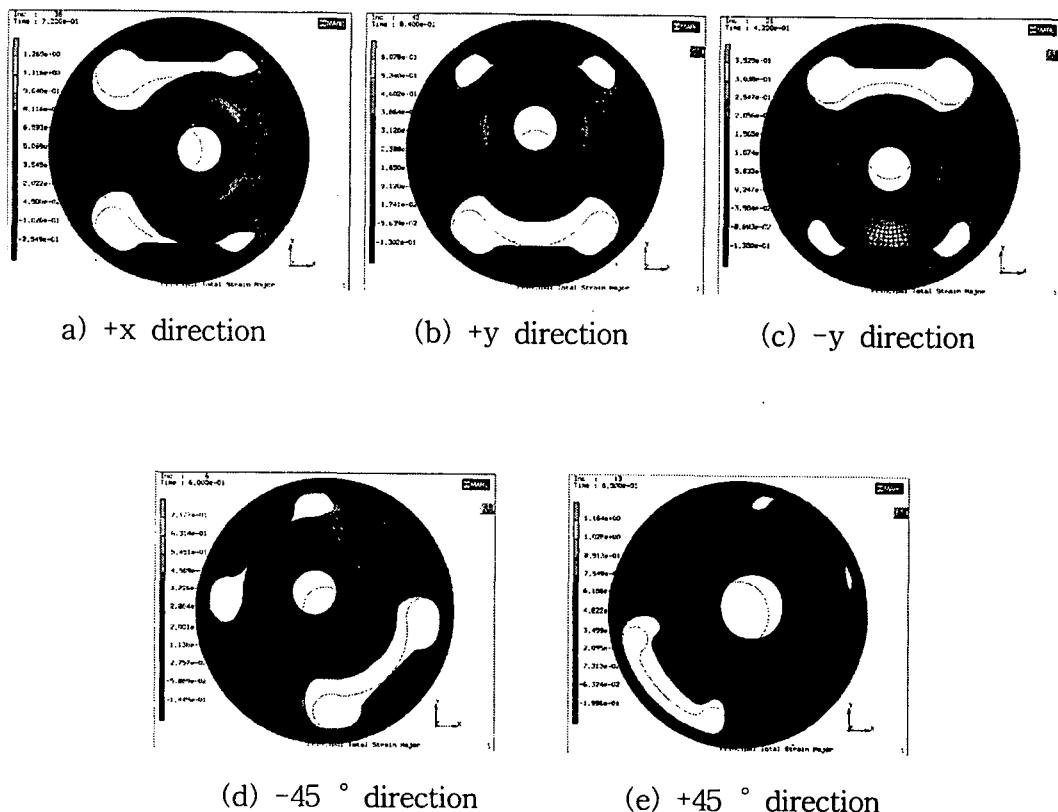


Fig. 4.18 Principal strain distribution of control arm bush

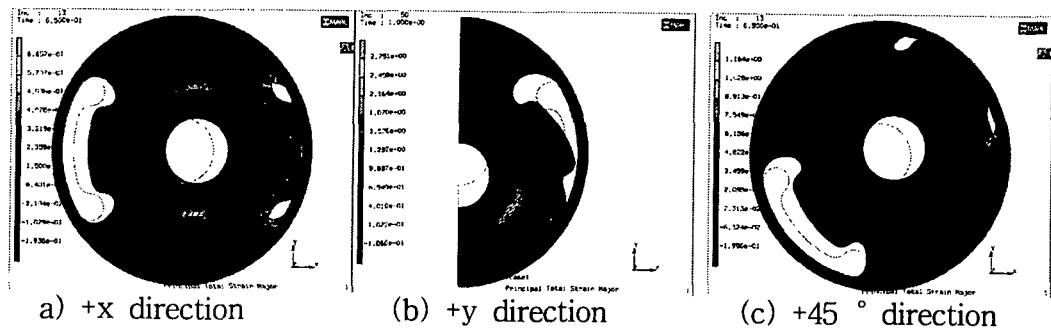


Fig. 4.19 Principal strain distribution of lower arm G bush

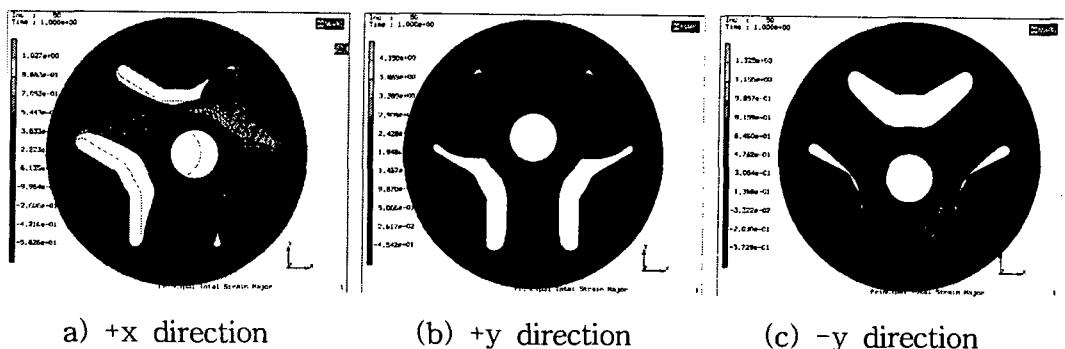


Fig. 4.20 Principal strain distribution of real axle bush

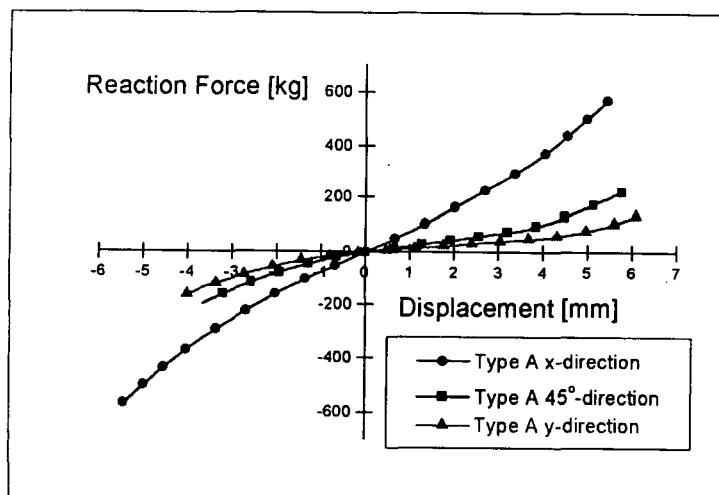


Fig. 4.21 Load-displacement curve of control arm bush

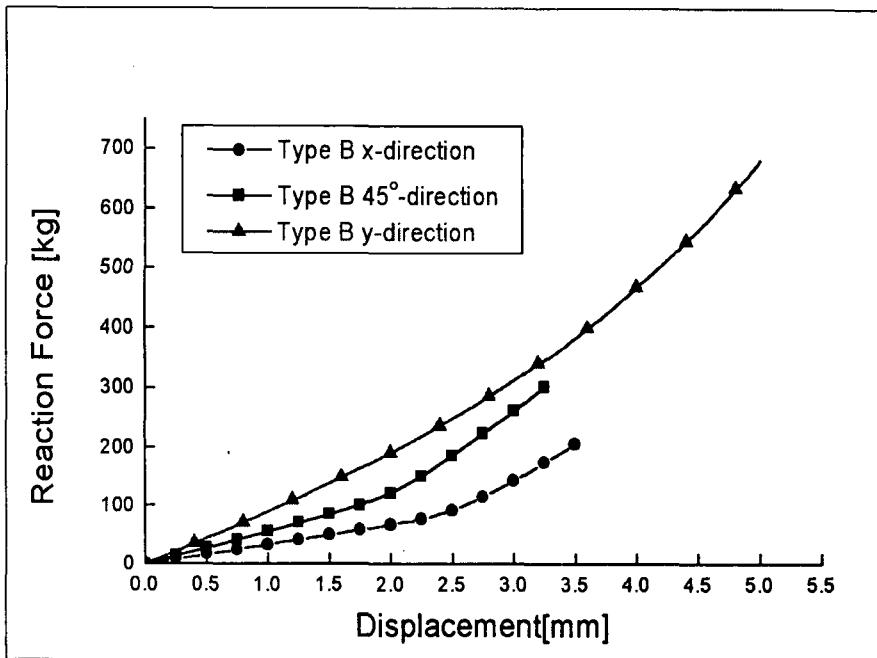


Fig. 4.22 Load-displacement curve of lower arm G bush

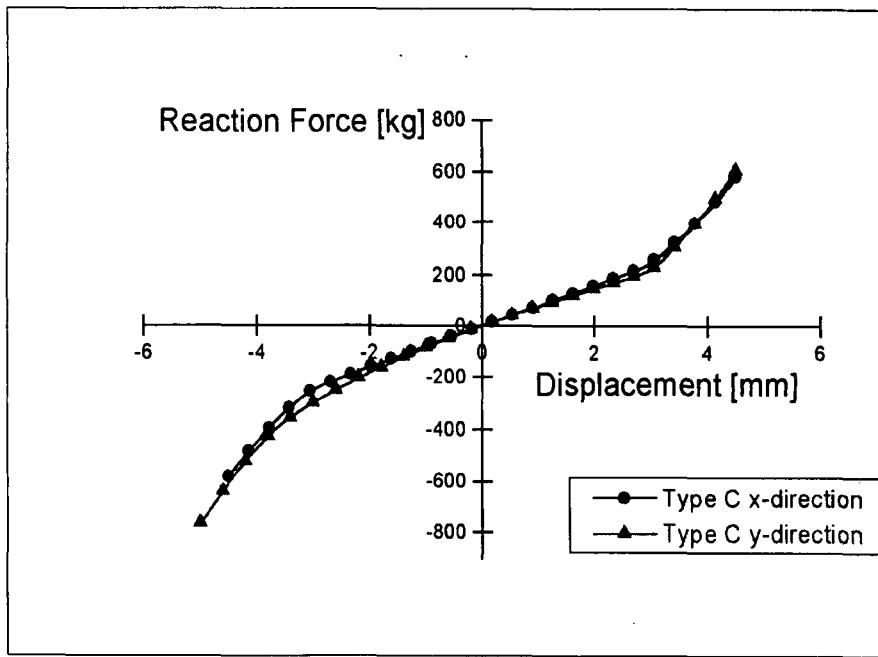


Fig. 4.23 Load-displacement curve of rear axle bush

Table 4.2 Result of reaction force and stiffness of variable bush

	변위 [@3mm]	반력 [kg]	강성 [kg/mm]
Type A	$\pm x$ 방향	258	86
	$-45^\circ$ 방향	-151	50
	$+45^\circ$ 방향	72	24
	$-y$ 방향	-105	35
	$+y$ 방향	42	14
Type B	$\pm x$ 방향	141	47
	$\pm 45^\circ$ 방향	261	87
	$\pm y$ 방향	313	104
Type C	$\pm x$ 방향	256	85
	$+y$ 방향	233	78
	$-y$ 방향	-299	100

### 5.3 결론 및 고찰

자동차의 진동·소음 방지와 승차감 향상을 위하여 사용되고 있는 원통형 방진고무의 특성을 예측하기 위하여 고무의 비선형 재료 상수를 구하기 위한 시험을 실시하였으며, 비선형 유한요소해석을 통하여 다음의 결론을 얻었다.

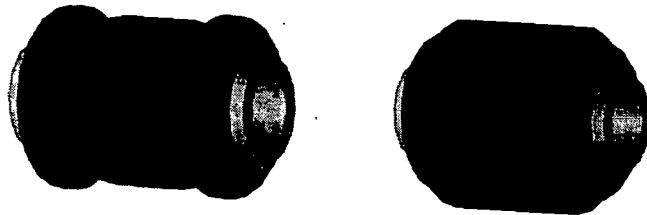
- 1) 방진고무 재질인 고무의 비선형 재료상수를 구하기 위하여 인장·압축시험 및 단순 전단시험을 실시하였으며, 비선형 커브피팅을 통하여 Ogden 상수를 구하였다.
- 2) 각 방진고무의 유한요소해석 결과로부터 주변형률 분포를 얻었으며, 각 경우 모두 최대 변형률 발생지점은 내통 주위로서 실제 제품에서의 피로·파손 부위와 잘 일치하였다.
- 3) 각 방진고무에 대한 하중·변위 선도로부터,  $y$  방향에 비해  $x$  방향의 강성이 큰 경우에는 Control Arm Bush,  $x$  방향에 비해  $y$  방향의 강성이 큰 경우에는 Lower Arm G Bush가 적합함을 알 수 있으며, Rear Axle Bush는 모든 방향에서의 균일한 강성이 요구되는 경우에 적합함을 알았다.

## 제6절 Lower Arm A Bush

자동차의 방진부품으로 사용되는 Lower Arm A Bush는 Fig. 4.24에서 보는 바와 같이 금속으로 된 내통에 고무가 가황, 성형하여 접착된 내측부분과 외측 하우징(외통)부분으로 나눌 수 있다. 외통의 내경이 내측의 고무 두께보다 작기 때문에 얹지 끼워 맞춤으로 조립되어야 하므로 고무의 형상이 조립 및 스프링 강성에 대단히 중요한 영향을 끼치게 되며 이 부위의 형상은 Lower Arm A Bush 설계에 중요한 변수라 할 수 있다.

본 연구에서는 Lower Arm A Bush를 조립하기 쉬운 고무 형상과 조립하는데 필요한 충진력과 충진 후의 이탈력을 해석, 검토하여 최적 형상의 Lower Arm A Bush의 형상을 도출하고자 한다[4.8].

기하학적 형상 및 하중이 축대칭이므로 Fig. 4.25와 같이 2차원 축대칭 모형으로 단면의 절반만을 모델링하였으며, 외통은 강체 요소(rigid body)를 이용하여 수직방향으로 일정한 변위를 가한 후, 수직 및 수평방향으로 변위를 주어 얹지 끼워 맞춤 현상을 해석하였다.



(a) Inner part      (b) Outer part

Fig. 4.24 Configuration of lower arm A bush

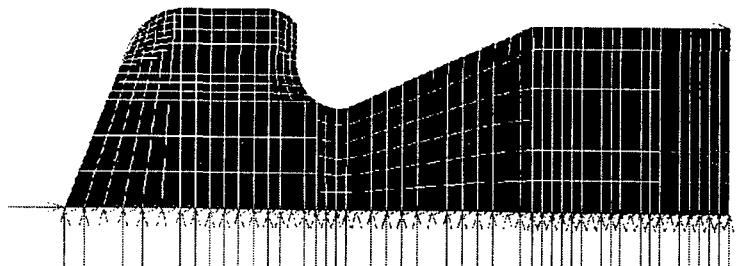


Fig. 4.25 Finite element model of lower arm A bush

## 6.1 Lower Arm A Bush의 끼워맞춤 최적화

기본설계를 토대로 하여 기존 형상에 대해 수직방향으로 일정한 변위를 준 상태에서 수평방향으로 압입하는 타입으로 해석을 수행하였다.

Fig. 4.26(a)에서 보는 바와 같이 수직 및 수평방향으로 1.85mm와 4.5mm의 변위를 가했을 경우, 고무가 완전히 충진되지 않고 수평방향으로 밀려나가는 현상이 발생하였으며, 이때의 수직 및 수평방향의 충진력은 각각 2,054kg과 32kg이 필요함을 알 수 있었다. 최대변형율과 응력은 내통 고무 아래 부위에서 3.34와 0.50kg/mm<sup>2</sup>로 계산되었다.

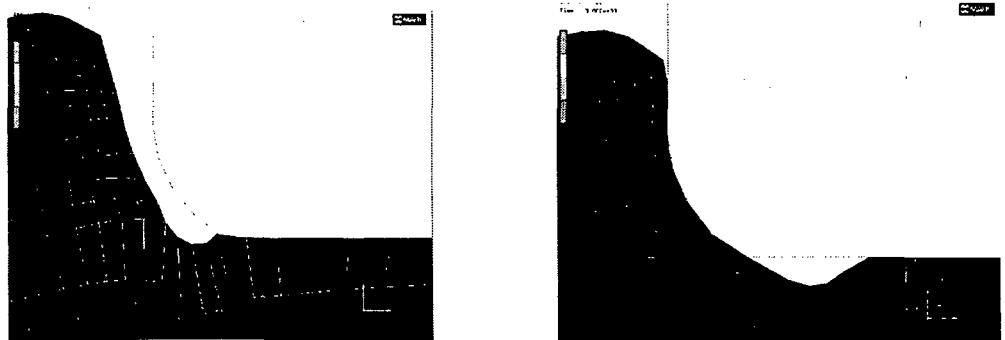
기존 형상은 완전히 충진되지 않았기 때문에 곡률 및 형상을 적절하게 수정한 3가지 형상에 대해 해석을 수행한 결과를 Table 4.3에 나타내었다. Table에서 보는 바와 같이 형상 변화에 따라 최대변형율 및 응력값이 작아져 강도상으로 유리함을 알 수 있으며, 수직방향의 충진력은 상당히 떨어져 적은 힘으로도 압입이 가능해짐을 알 수 있었다.

또한, 수평방향의 반력은 수정된 형상들이 기존 형상에 비해 크게 나타나 장착 후 외통의 이탈 형상을 현저히 줄일 수 있을 것으로 예상되었다.

Fig. 4.26(b)는 충진 모습과 충진력 등에서 최적의 상태를 나타낸 형상(mod3)의 외통을 조립한 후의 모습이며 Fig. 4.27은 초기 형상과 유한요소해석 결과를 이용하여 만들어진 최적 형상을 비교하여 나타내었다.

Table 4.3 Analysis results of variable models

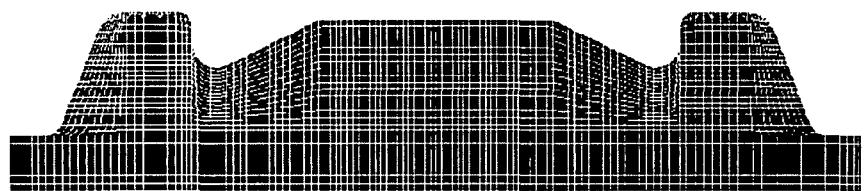
	기준형상	mod1	mod2	mod3
최대 변형율	3.34	2.75	2.46	2.18
Cauchy 응력 (kg/mm <sup>2</sup> )	0.50	0.38	0.33	0.29
수직방향 충진력(kg)	2,054	1,594	1,364	1,151
수평방향 충진력(kg)	32	34	35	37



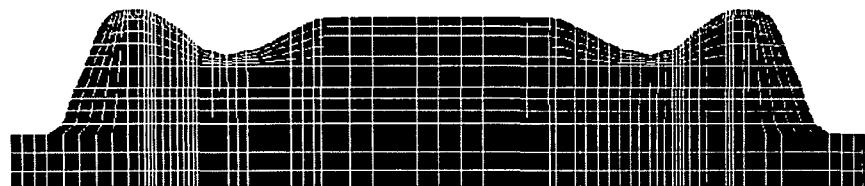
(a) Original model

(b) Modified model

Fig. 4.26 Result of finite element analysis of original and modified model



(a) Original model



(b) Modified model

Fig. 4.27 Optimal configuration of lower arm A bush

## 제7절 어큐뮬레이터에 사용되는 고무 다이아프램의

### 대변형 해석

에너지 기기 및 유압장치의 부품 중에 흔히 사용되는 어큐뮬레이터(accumulator)는 유압에너지를 축적하고 외부의 백동 및 충격압력을 흡수하는 역할과 유체의 수송과 압력을 전달하는 역할을 수행한다. 어큐뮬레이터 내부에는 얇은 고무 막으로 만들어진 다이아프램(diaphragm)이라고 하는 탄성변형체가 설치되어 양면에 작용하는 압력 차에 의해 용기 내의 용적을 적절히 조절한다.

다이아프램 어큐뮬레이터의 특성은 유효 내용적, 가스 봉입 압력, 최고 및 최저 작동압력 변화에 따른 내용적의 변화에 따라 좌우되며, 고무 다이아프램의 압력 변화에 따른 거동이 곧 어큐뮬레이터의 특성을 결정하는 중요한 설계 변수가 된다[4.10, 11].

#### 7.1 다이아프램 모델링 및 고무 물성

다이아프램은 구형 용기 내의 중앙에 위치한 고정부에 설치되어 있으며, 단면 형상은 Fig. 4.28에 보여주는 바와 같이 꺾인 모양을 띠고 있다.

A Type은 꺾인 양이 많아 압력 변화에 큰 변형을 일으킬 것으로 예상되며, B Type은 A Type 보다 꺾인 양이 적은 모양을 지니고 있다. 두 가지 형태는 설계 경험자에 의해 제시된 모양으로서, 본 해석을 통하여 그 특성을 비교·평가하고자 한다. 한편, 고무 물성 변화에 따른 영향을 알아보기 위하여 비교적 작은 변형률 범위에서 해석 결과의 신뢰성이 크게 문제되지 않는 탄성해석을 수행하였으며, 정확한 비선형·대변형 해석을 위해서는 고무 재질의 비선형 물성값을 이용하였다.

고무 물질의 전단탄성계수  $G$ 는 보통  $0.1\text{kg}/\text{mm}^2$  내외로 알려져 있으며, 미소 변형인 경우 탄성론에 의하면 포아송비는 약 0.5, 탄성계수( $E$ )는 약  $3G$ 의 값을 갖는다[4.12].

본 연구에서는 다이아프램의 포아송비는 0.499, 탄성계수는 각각 0.3과 1.0

$\text{kg}/\text{mm}^2$  일 때의 탄성해석을 통하여 변형 거동 특성을 비교·평가하였으며, 비선형 해석에서는 앞에서 재료시험을 통해 구한 Ogden함수를 이용하였다.

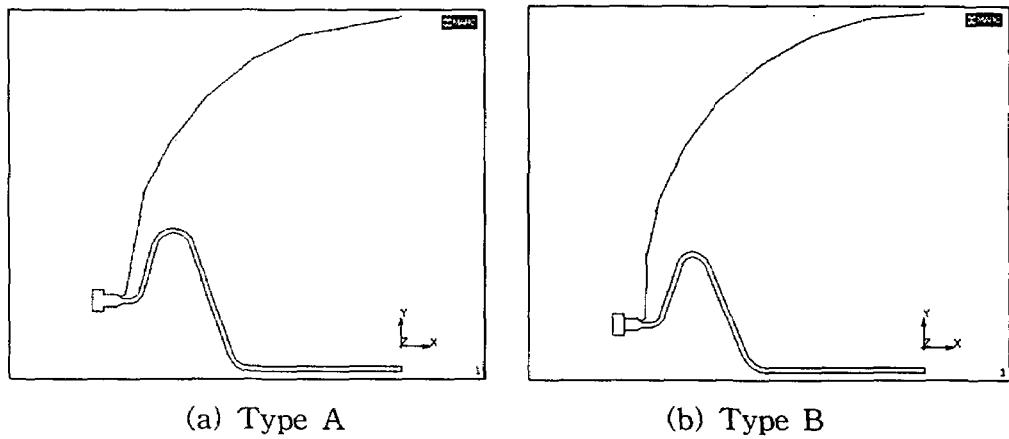


Fig. 4.28 Configuration of diaphragm

## 7.2 Type A 해석

고무 제품의 거동을 정확히 해석하는데 고무의 비선형 상수를 이용한 비선형 유한요소 해석을 수행하여야 하나 제품 개발 초기 단계에서 시간 및 비용의 절감과 사용되는 유한요소 모델 및 요소의 적합성을 검증하고 작은 변형률 범위에서의 근사적인 거동 예측 등을 위하여 포아송비와 탄성계수를 이용한 탄성해석도 흔히 수행된다. 탄성해석은 큰 변형률 범위에서는 실제 거동과 큰 차이를 나타내지만 계산 시간 단축 및 풀이의 수렴성 등은 비선형 해석에 비해 월등히 우수하다.

### i) 탄성해석 (탄성계수 : $0.3 \text{ kg}/\text{cm}^2$ )

탄성계수  $0.3 \text{ kg}/\text{cm}^2$  일 경우 다이아프램의 변형 거동은 작은 압력 하에서 변형이 시작되어 사용 압력의  $1/10$ 인  $0.1$  기압에서 이미 어큐뮬레이터의 벽에 접촉이 시작됨을 알 수 있으며,  $0.21$  기압에서는 다이아프램이 어큐뮬레이터 벽에 완전히 밀착됨을 알 수 있다. Fig 4.29 (a), (b) 및 (c)는 각각  $0.007$ ,  $0.1$  및  $0.21$  기압 하에서의 변형 모습을 보여준다.

### ii) 탄성해석 (탄성계수 : $1.0 \text{ kg}/\text{cm}^2$ )

탄성계수가  $1.0 \text{ kg}/\text{cm}^2$  일 경우 다이아프램의 변형 거동은 예상된 바대로

$0.3 \text{ kg/cm}^2$  인 경우와 비교할 때 현저히 줄어들어 있음을 알 수 있으며, 0.1 기압에서도 아직 접촉이 발생되지 않았으며 0.21 기압에서 비로소 접촉이 시작됨을 알 수 있다. Fig 4.29 (a), (b) 및 (c)는 각각 0.007, 0.1 및 0.21 기압 하에서의 변형 모습을 보여준다.

### iii) 비선형 해석 (Ogden 상수 이용)

주연신률 변형률 에너지 함수로 정의되는 Ogden 함수는 고무의 비선형 해석에 가장 많이 사용되고 있는 모델로서, O-ring, Seal 및 기타 고무 부품의 해석에 자주 이용되고 있으며, 단순인장의 경우 700%의 변형률까지도 잘 맞으며 미소한 압축성 재료에 대해서 비교적 잘 맞는 것으로 보고되고 있다 변형률 함수를 이용한 해석의 결과는 탄성계수를 이용한 해석 모다 정확한 해를 구할 수 있는 반면에, 재질의 비선형성 때문에 해석 시간이 매우 오려 걸리며, 또한 해의 수렴성도 매우 까다롭다. 특히, 다이아프램과 같이 대변형이 발생되고 기하학적인 비선형성 까지 고려해야 하는 경우는 해를 수렴시키는데 많은 노력이 요구된다. 본 연구에서는 요구하는 압력 범위까지 해를 수렴시키기 위하여 time step을 미세하게 하였으며, 변형이 크게 발생될 것으로 예상되는 요소에서는 adaptive mesh 기능을 부여하였다.

Fig 4.31(a), (b) 및 (c)는 각각 0.007, 0.1 및 0.21 기압 하에서의 변형 모습을 보여주며, Ogden 함수를 이용한 유한 요소 해석 결과를 보면 탄성계수  $0.3 \text{ kg/mm}^2$ 으로 해석한 결과와 유사한 변형 양상을 나타냄을 알 수 있다.

Fig 4.32는 adaptive 기능을 부여한 mesh가 미세하게 다시 생성된 모습을 보여준다[4.13].

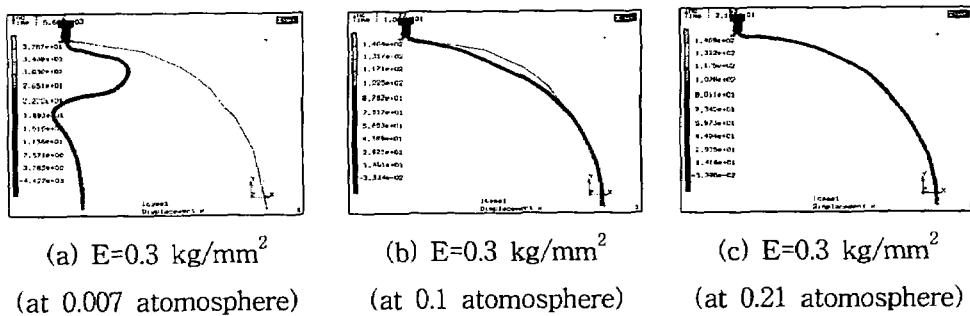
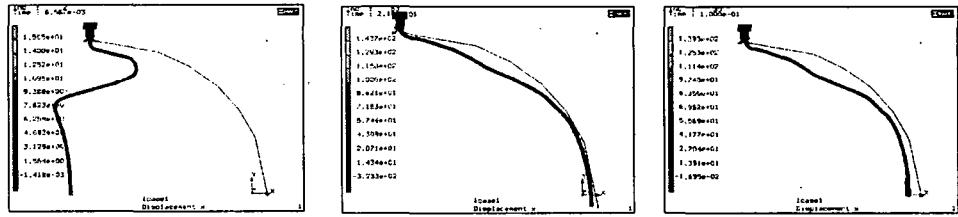
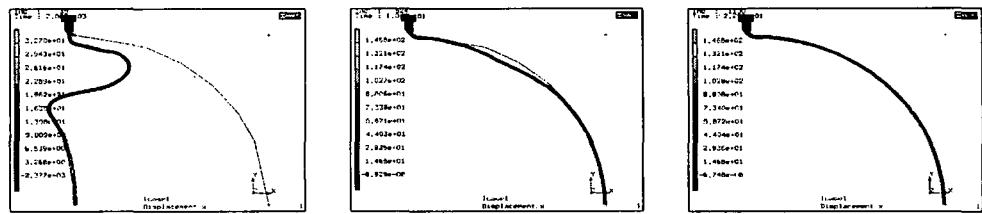


Fig 4.29 Deformed shape of Type A diaphragm



(a)  $E=1.0 \text{ kg/mm}^2$   
(at 0.007 atmosphere)  
(b)  $E=1.0 \text{ kg/mm}^2$   
(at 0.1 atmosphere)  
(c)  $E=1.0 \text{ kg/mm}^2$   
(at 0.21 atmosphere)

Fig 4.30 Deformed shape of Type A diaphragm



(a) Using Ogden III  
(at 0.0007 atmosphere)  
(b) Using Ogden III  
(at 0.1 atmosphere)  
(c) Using Ogden III  
(at 0.21 atmosphere)

Fig 4.31 Deformed shape of Type A diaphragm

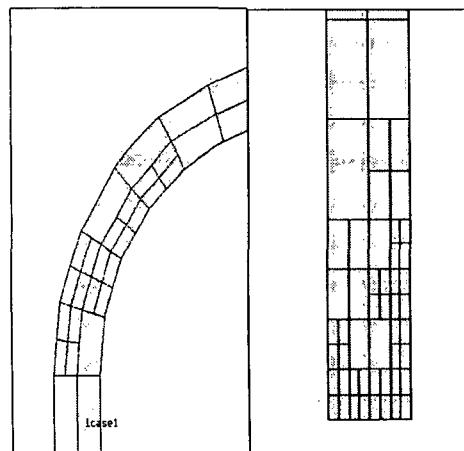
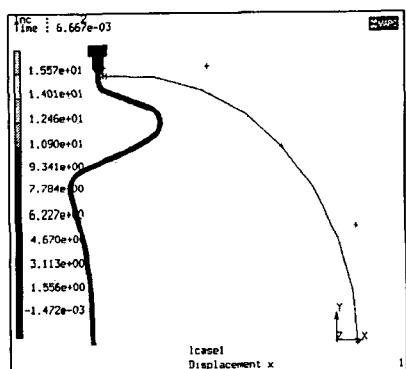


Fig 4.32 Adaptive mesh

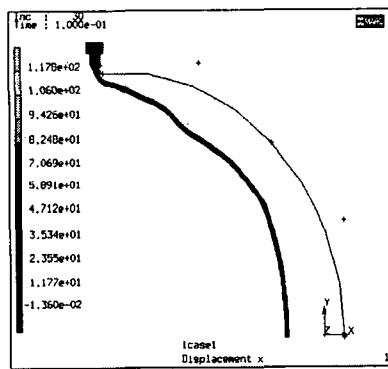
### 7.3 Type B 해석

Type B는 Type A에 비해 기하학적으로 다이아프램의 면적이 작아 동일한 압력 하에서 작은 변형을 나타낼 것으로 예상된다. Type B는 탄성해석과 고정 부위에서의 응력 집중 완화를 위한 설계 변경을 시도하였다. 탄성 계수는  $1.0 \text{ kg/mm}^2$ 을 이용하였으며, 동일한 경계 조건으로 해석한 결과 Type A와 다른 변형 거동을 얻을 수 있었다. 예상된 바대로 면적이 작은 Type B가 Type A에 비해 작은 변형 특성을 나타내었다. Type B의 경우 0.21 기압에서 용기에 전혀 접촉되지 않았으며, 0.93 기압에서 비로소 접촉이 발생되었으며 사용 압력인 1.0 기압에서도 전체가 접촉되지는 않았다. Fig 4.33 (a), (b), (c) 및 (d)는 각각 0.007, 0.1, 0.21 및 0.93 기압 하에서의 변형 모습을 보여준다.

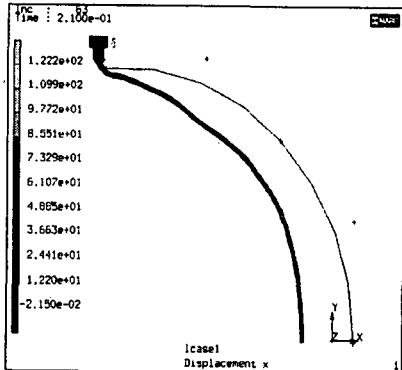
한편, 다이아프램의 취약 부위인 고정 부위에서의 변형률을 줄여주는 방법으로서 고무의 고정 부위와 막 사이의 곡률 반경을 기존의 상태(sharp notch)에서 5mm로 키웠을 때의 최대 변형률 값을 비교·평가하였다. Fig 4.44 (a)와 (b)는 0.67 기압 하에서의 기존 모델과 개선 형상의 변형률 분포를 보여준다. 이때 최대 변형률 값은 0.50과 0.43으로서 약 15% 감소되어 피로·파손의 염려를 감소시켰으며, 내구성 수명도 현저히 증가할 것으로 예상되었다.



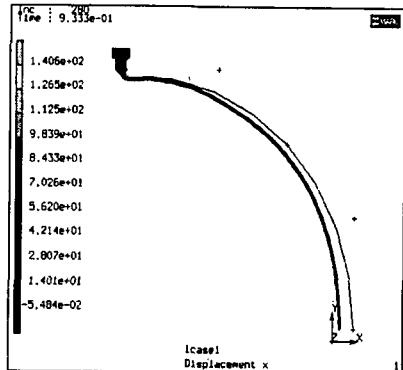
(a)  $E=1.0 \text{ kg/mm}^2$   
(at 0.007 atomosphere)



(b)  $E=1.0 \text{ kg/mm}^2$   
(at 0.1 atomosphere)

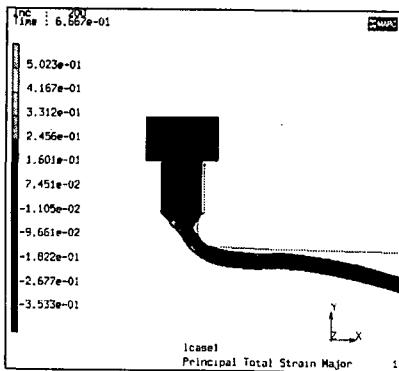


(c)  $E=1.0 \text{ kg/mm}^2$   
(at 0.21 atmosphere)

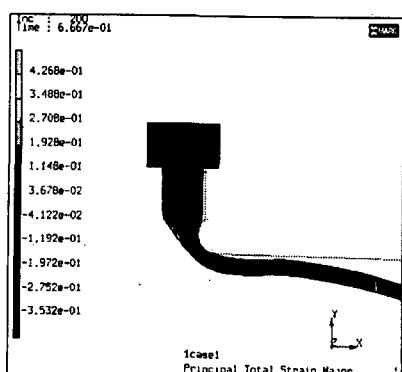


(d)  $E=1.0 \text{ kg/mm}^2$   
(at 0.93 atmosphere)

Fig 4.33 Deformed shape of Type B diaphragm



(a) Original Model  
(Type B,  $E=1.0 \text{ kg/mm}^2$ )



(b) Modified Model  
(Type B,  $E=1.0 \text{ kg/mm}^2$ )

Fig 4.34 Principal Total Strain Distribution of Type B diaphragm

## 7.4 고찰 및 결론

어큐뮬레이터에 사용되는 고무 다이아프램의 특성을 예측하기 위하여 비선형 구조해석 프로그램인 MARC를 이용하여 선형해석과 비선형해석을 수행하였다.

탄성계수와 포아송비를 이용한 탄성해석에서는 탄성계수와 작용압력 변화에 따른 변형 양상을 비교·평가하였다. Ogden 상수를 이용한 비선형해석에서는

큰 변형률이 발생되는 부위에 adaptive mesh 기능을 부여함으로서 풀이의 수렴성을 개선하였으며, 해석 결과로부터 구한 변형 양상은 탄성계수를  $0.3 \text{ kg/mm}^2$  으로 한 탄성해석과 유사한 경향을 보였다. Fig 4.35는 각 경우에 대한 압력 변화에 따른 중앙 부위에서의 최대 변위와의 관계를 보여주는 그림이다. 한편, 다이아프램의 취약부위로 예상되는 고정 부위의 형상을 변경함으로서 최대변형률을 약 15% 감소시켜 피로 및 내구 수명을 현저히 향상시킬 수 있을 것으로 기대된다.

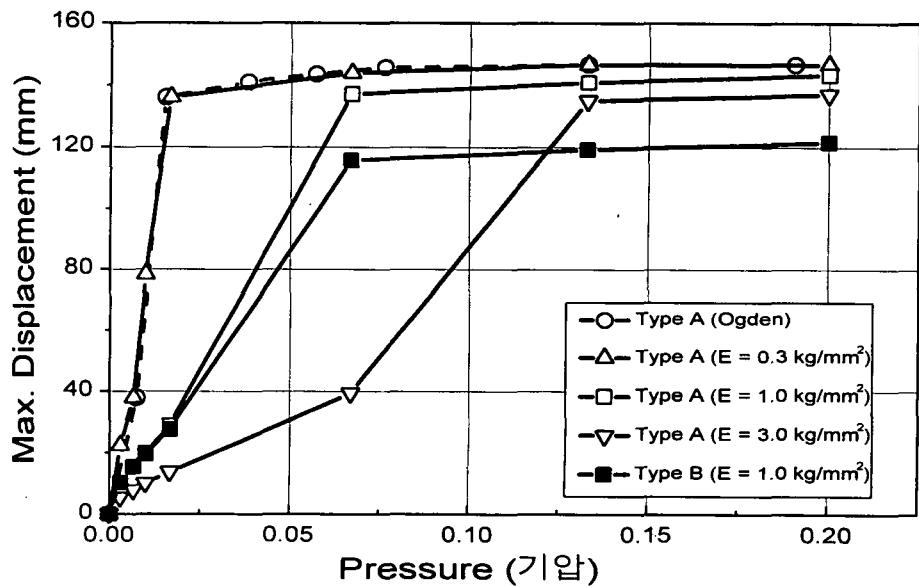


Fig 4.35 Maximum displacement-pressure curve of each types

## 제8절 Hydraulic Engine Mount에 사용되는 Diaphragm

엔진 마운트는 엔진에서 발생되는 소음 및 진동을 감소시키고 승차감을 향상시키는 역할을 하는데 액체 봉입 엔진 마운트의 경우에는 다이아프램이라고 하는 membrane에 의해서 오리피스를 통해 들어오는 액체의 흐름을 원활하게 하여 주며 액체에서 발생되는 맥동을 감소시켜준다. 또한, 엔진의 가진력 발생 시 액체의 내용적을 적절히 조절해 주는 역할을 한다.

본 연구에서는 액체 봉입 엔진 마운트의 취약부위를 예측하고 설계 개선방안을 검토하고자 한다.

유한요소 해석을 위한 모델링으로 축대칭 요소를 이용하였으며, edge면에 압력을 부가하여 buckling을 이용한 대변형 해석을 수행하였다.

해석 결과 다이아프램의 거동을 살펴 보면 처음 다이아프램이 완전히 펼쳐지기 전까지는 R6인 부분에서 최대 변형률이 발생되는 것을 볼 수 있다.

그러나, 다이아프램이 완전히 펼쳐질 경우 R3인 부분에서 최대 변형률이 발생되며 계속 압력이 가해질 경우 이 부분에서 응력 집중이 발생되어지며 내구수명에 치명적인 영향을 미칠 것을 사료되어진다.

설계 변경 후와 기존 모델의 최대 변형률이 발생되어지는 부분의 분포 선도를 비교하여 본 결과 설계 변경 후의 모델이 기존 모델보다 큰 변형률 및 응력을 나타내고 있다.

따라서, 해석 결과로 보면 기존 모델보다 더욱더 좋지 않은 성능을 나타낼 것으로 사료되어진다. 액체 봉입 엔진 마운트의 유한요소 해석결과를 Fig. 4.36~4.40에 나타내었다.

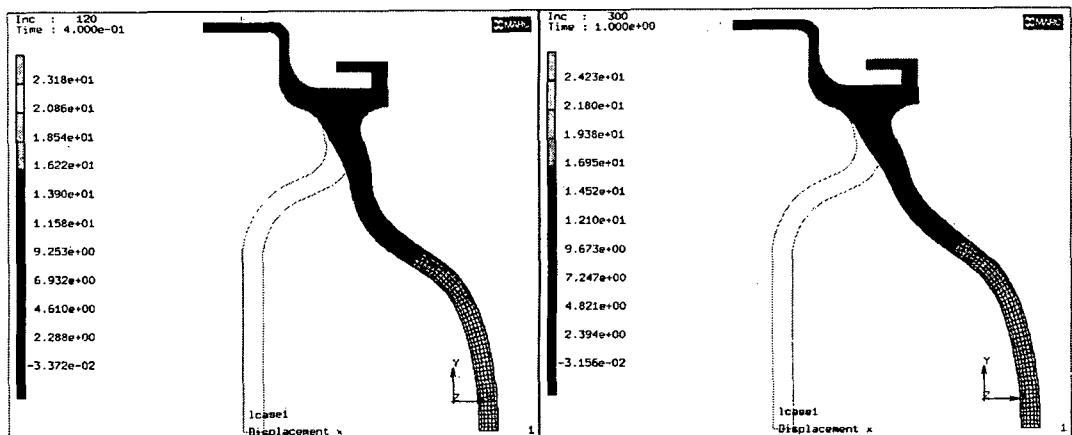
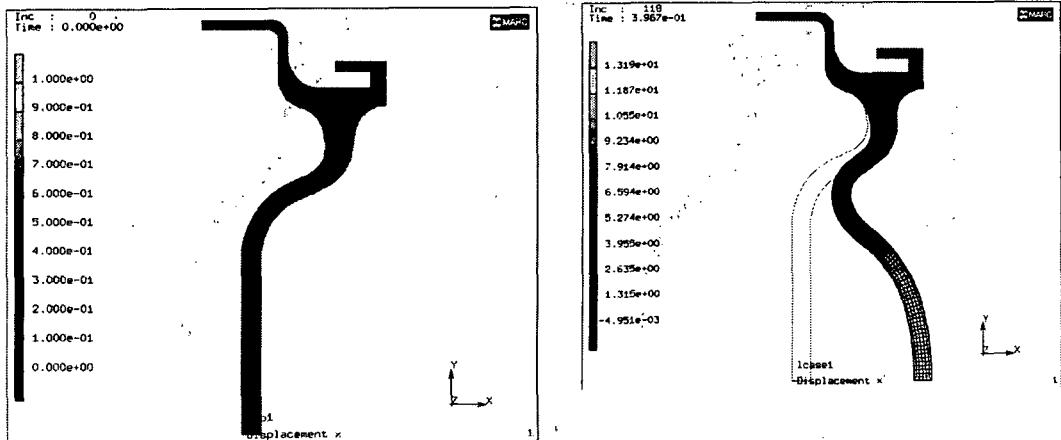
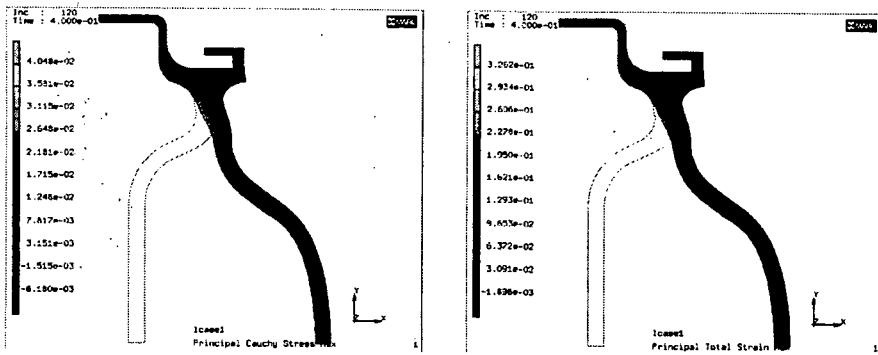


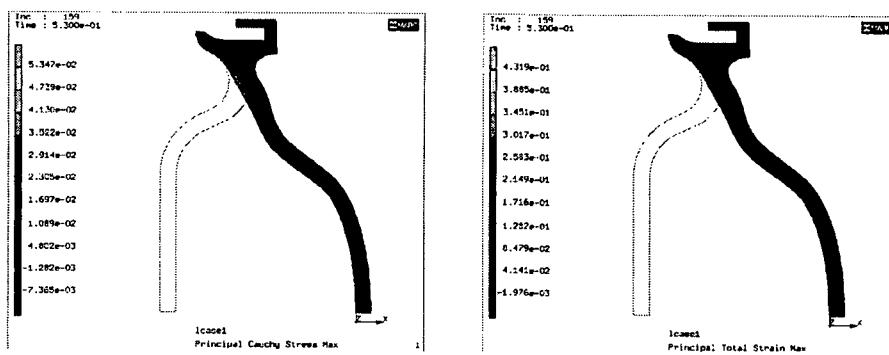
Fig. 4.36 Deformed shape of original diaphragm



(a) Principal cauchy stress

(b) Principal strain

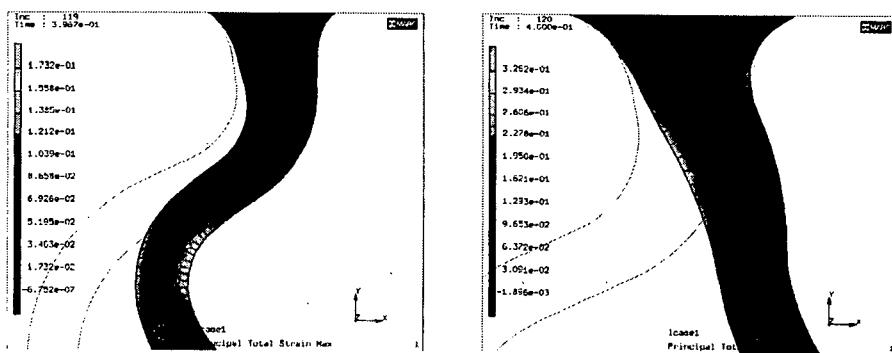
Fig. 4.37 Principal cauchy stress and strain distribution of original diaphragm



(a) Principal cauchy stress

(b) Principal strain

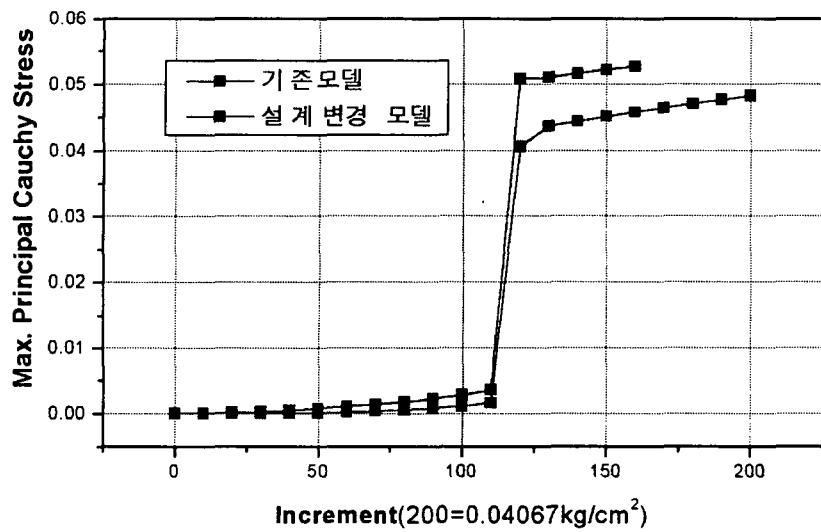
Fig. 4.38 Principal cauchy stress and strain distribution of modified diaphragm



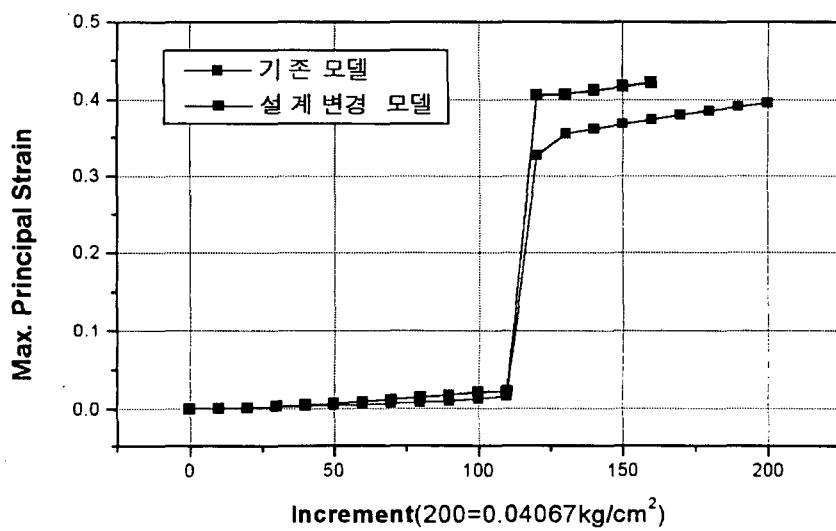
(a) Original model

(b) Modified model

Fig. 4.39 Max. principal strain distribution of original and modified model



(a) Max. principal cauchy stress curve



(b) Max. principal strain curve

Fig. 4.40 Cauchy stress & strain curve of original and modified diaphragm

# 여 백

## 제5장 피로수명 평가

### 제1절 서론

고무는 자동차, 건축, 토목 등의 분야에서 사용되는 부품의 소재로서 다양하게 사용되고 있으며, 최근 이들 부품의 고성능, 고기능화의 요구와 더불어 안전성과 신뢰성의 확보가 무엇보다도 중요한 사항이 되고 있다. 고무 부품의 안전성, 신뢰성 확보를 위해서는 실제로 이들 부품이 사용되는 환경에서의 피로수명, 내구성능에 관한 검토가 수행되어야만 한다. 자동차에 사용되는 방진 고무의 경우, 차량의 소음을 감소시키기 위해서 스프링상수를 감소시키면 일반적으로 내구성이 저하된다. 따라서 소음 특성 향상에 따른 내구성 평가가 반드시 요구된다[5.1].

부품의 내구성을 평가하기 위한 방법으로는 크게 소재의 피로시험, 부품의 피로시험 그리고 실차 내구주행시험을 통한 피로특성의 파악으로 나눌 수 있다[5.2]. 소재의 피로시험을 이용하는 경우에는 기하학적 형상, 하중상태 등 여러 가지 제한점으로 인하여 부품의 내구성능을 평가하는데 많은 문제점을 가지고 있다. 부품의 내구시험 및 실차 내구시험을 이용하여 부품의 내구성능을 평가하는 경우에는 시간, 경제적으로 많은 제약을 가지고 있으며, 특히 제품 개발 초기 단계에서는 이 방법을 이용하여 특성을 평가하지 못하는 제한점이 있다.

따라서 본 연구에서는 설계의 초기단계에서도 단기간에 비교적 정확한 부품의 내구수명을 평가할 수 있는 방법을 개발하고자 한다. Fig. 5.1은 본 연구에서 제안된 부품의 피로수명을 예측하는 절차를 보여 준다.

소재의 물성시험(인장, 압축, 전단) 결과를 이용하여 부품 및 장구형 시험편에 대한 유한요소 해석을 수행하고, 최대 인장변형률 및 최소 압축변형률을 고려하는 Signed Principal Strain Method[5.3]를 이용하여 장구시험편의 하중 조건을 결정한다. 결정된 하중조건으로 장구시험편에 대한 피로시험을 수행하여 부품의 피로수명을 예측하고, 예측된 피로수명과 부품의 피로시험결과를 비교하여 본 연구에서 제안된 피로수명 예측 절차의 타당성을 검토하였다.

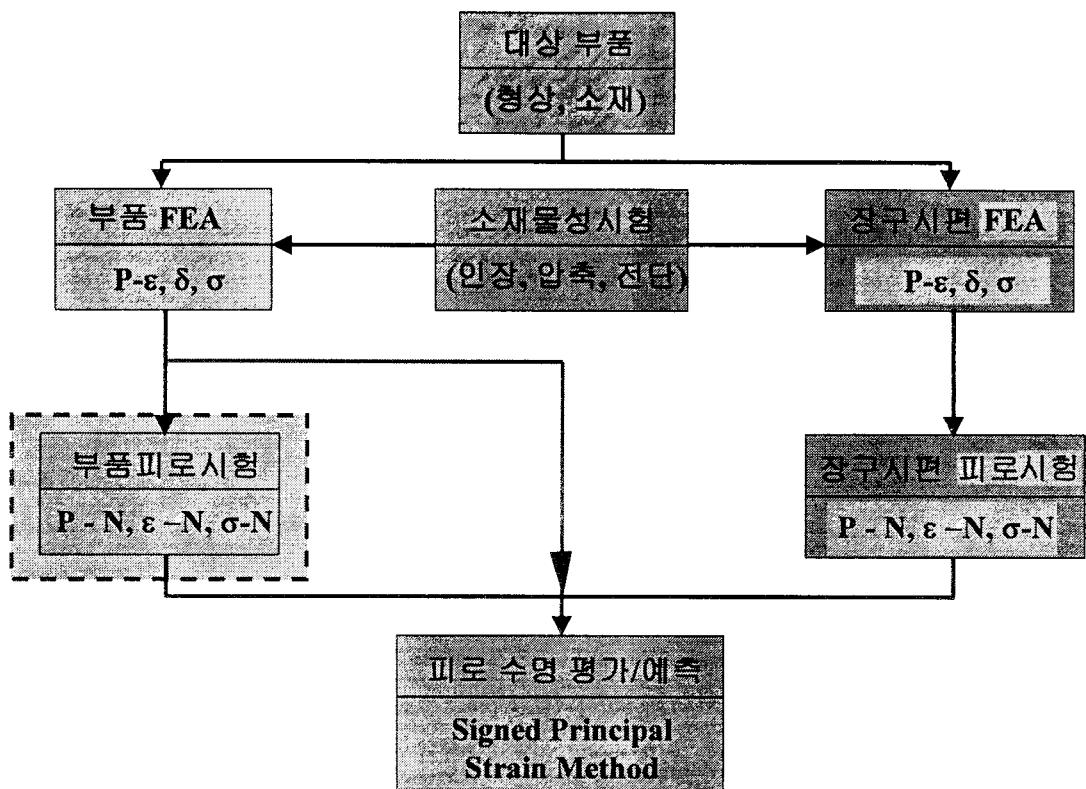


Fig. 5.1 Fatigue life prediction procedure for rubber components

## 제2절 부품의 유한요소 해석

5.1절에서 제시된 피로수명예측 절차를 검증하기 위한 부품으로는 Strut Rubber Insulator(이하 SRI로 표기)를 선정하였다. SRI는 차량이 곡선로 및 요철로를 주행 할 경우에 매우 큰 하중을 받는 부품으로 차량의 수명동안 반복하중에 의한 피로손상을 받으며, 파손이 발생할 경우에는 차체의 심각한 손상을 유발시킬 수 있는 부품이다. SRI의 유한요소 해석을 위한 모델, 입력데이터 등에 관한 사항은 4.1절에 기술되어 있으며, Fig. 5.2, 5.3은 유한요소해석 결과 얻어진 하중-변위, 변형률-변위 관계를 보여 준다. 그림에서 변형률은 SRI의 취약부위로 예상되는 절점 2,310에서의 변형률 값을 보여주며, 인장하

중의 경우에는 최대 주변형률(Maximum Principal Total Strain)을, 그리고 압축하중의 경우에는 최소 주변형률(Minimum Principal Total Strain)을 취하였다. 취약부위로 예상되는 절점 2310은 고무가 서로 접촉되어 접혀지는 부위로서 피로시험에서의 파손부위와 잘 일치함을 알 수 있었다.

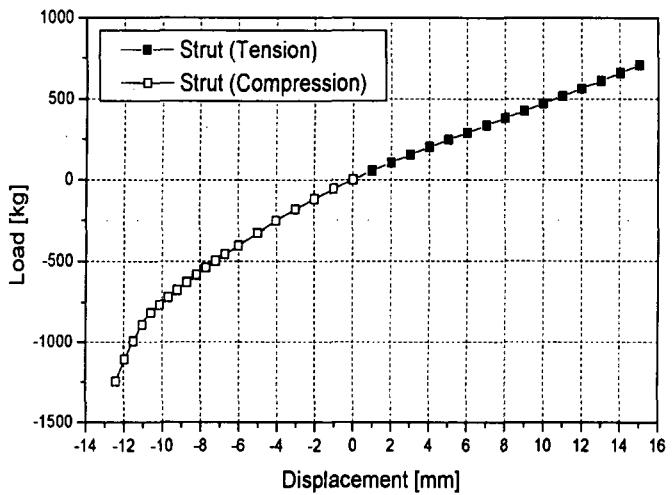


Fig. 5.2 Load - displacement of SRI

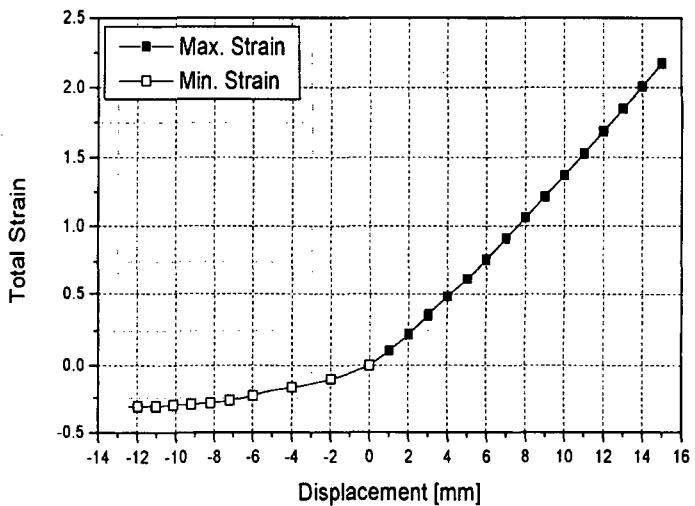


Fig. 5.3 Strain - displacement of SRI

### 제3절 장구형 시험편 형상 설계 및 유한요소 해석

본 연구에서는 금구와 고무재료와의 접착성 평가에 이용되는 테스트 피스 형상을 기준으로 부품의 피로하중에 의한 최대 인장변형률을 재현할 수 있는 알맞은 장구형 시편을 설계하고[5.4], 유한요소 해석을 수행하여 부품의 내구 수명을 평가하는데 이용하고자 한다.

장구형 시편의 기본형상은 Fig. 5.4에서 보는 바와 같이 양단에 금구를 가황, 접착시킨 원통형 고무로 중심부 형상은 고무부품의 내구시험결과와 변형 분포 상태로부터 다음 조건을 만족하도록 설계하였다.

- 1) 반복하중에 의한 이완이 발생하지 않고, 압축 · 인장변形이 가능하여야 한다.
- 2) 변형에 의한 변형률분포가 비교적 완만하여야 한다.
- 3) 최대 인장변형률 발생부위가 어떠한 변형에도 일정하여야 한다.

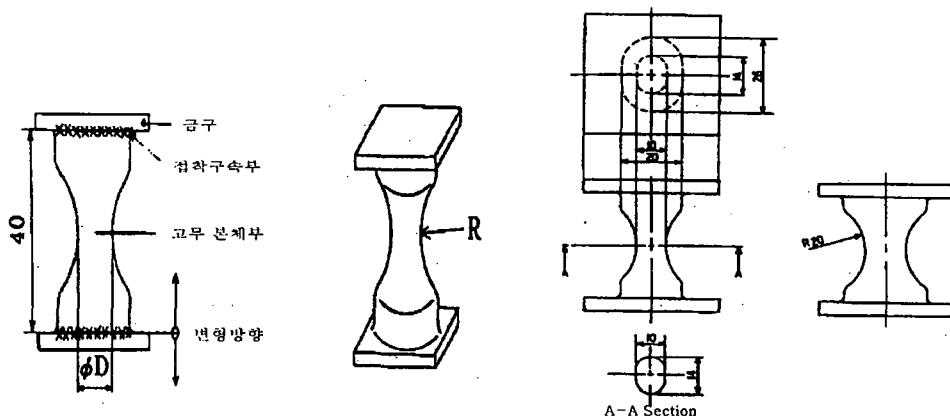


Fig. 5.4 Dimension and shape of test specimen

장구형 시편의 곡률반경( $R$ )은 시험 데이터의 산포를 줄이기 위해서는  $R$  치수는 큰 쪽이 바람직하지만 방진고무의 변형량과 변형률 범위를 고려하여 곡률반경은 20 mm로 설정하였다. 시편은 프레스 금형성형법에 의해 제작되어지므로 금형면의 패팅라인(PL)부를 가지고 있어 균열발생의 원인이 되므로 패팅라인부와 최대변형률 발생부위가 일치하지 않도록 패팅라인부를 단축에 위치

하도록 하였으며, A-A 단면의 장축의 지름을 14 mm, 단축의 지름을 10 mm의 타원 단면 형상으로 하였다.

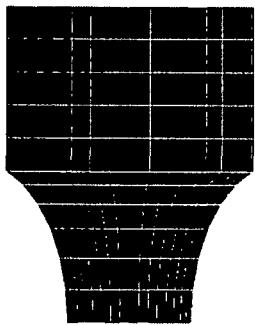
장구형 시편의 변형률분포와 최대 변형률을 구하기 위하여 유한요소 해석을 수행하였다. 고무의 물성치는 앞에서 구한 값을 이용하였으며, 경계조건은 고무본체의 양단이 금구와 접착되어 있기 때문에 구속되고 변형방향은 양단면에 대하여 수직방향으로 인장, 압축변형을 하였다. 또한, 곡률의 영향을 알아보기 위하여 Fig. 5.5에서와 같이 R의 치수를 10, 20, 30 mm로 하였을 때의 변형 및 변형률, 응력 등을 구하였으며, 해석 시에는 대칭성을 고려하여 전체의 1/2 만 모델링 하였다.

Fig. 5.6~5.7은 각 곡률에 대한 인장과 압축변형 시의 수평방향의 변형모습 및 변위 분포를 나타내었다. 그림에서 보는 바와 같이 수평방향 변형은 중심 축을 기준으로 하여 대칭적으로 변형하여 해석의 신뢰성을 확인하였으며, 최대 변형은 모든 경우 고무 본체부 중앙의 표면에 발생하였다.

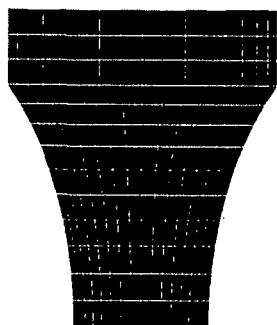
Fig. 5.8~5.11에는  $R = 20$  mm인 경우의 수직방향의 변형모습과 하중-변위 관계선도를 구하였는데 대체로 시험결과와 잘 일치함을 알 수 있었다. Fig. 5.10, 5.11의 하중-변위, 변형률-변위 관계는 피로수명 예측을 위한 데이터로 이용된다. Fig. 5.11에서 변위가 인장인 경우에는 최대 주변형률을, 그리고 압축의 경우에는 최소 주변형률을 취하는 Signed Principal Method[5.3]를 따랐다.

다음은 최대변형률과 최대응력의 발생부위 및 경향을 Fig. 5.12~5.23에 나타내었는데 인장변형 시에는 각 곡률에 대한 최대변형률과 응력은 모두 고무 본체부 중앙의 장축쪽에서 발생하였으며, 압축변형 시에는 장축과 단축의 중간부위에서 최대변형률이 발생하였다. 해석결과에서 보듯이 R의 치수가 커지면 최대변형은 변형량에 대한 의존성이 낮아짐을 알 수 있었다.

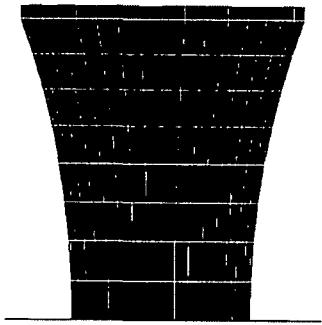
이상으로 장구형 시편에 대한 인장 및 압축변형 해석을 통하여 변형양상과 최대변형률 및 응력발생 위치와 경향을 파악할 수 있었다. 유한요소 해석에서 얻어진 최대변형률은 이용하여 제품의 피로수명을 평가하는데 사용된다.



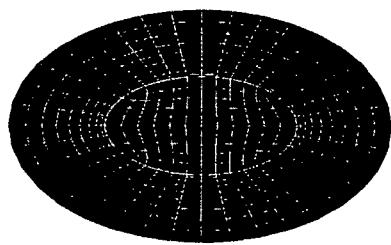
(a)  $R = 10\text{mm}$



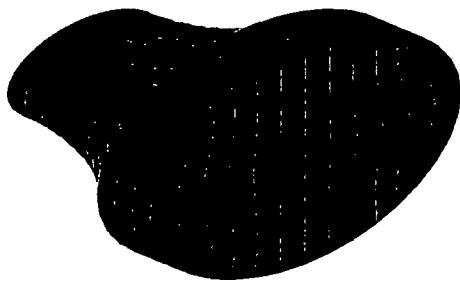
(b)  $R = 20\text{mm}$



(c)  $R = 30\text{mm}$



(d) 단면 형상



(e) 3차원 형상

Fig. 5.5 Finite element model of the specimens

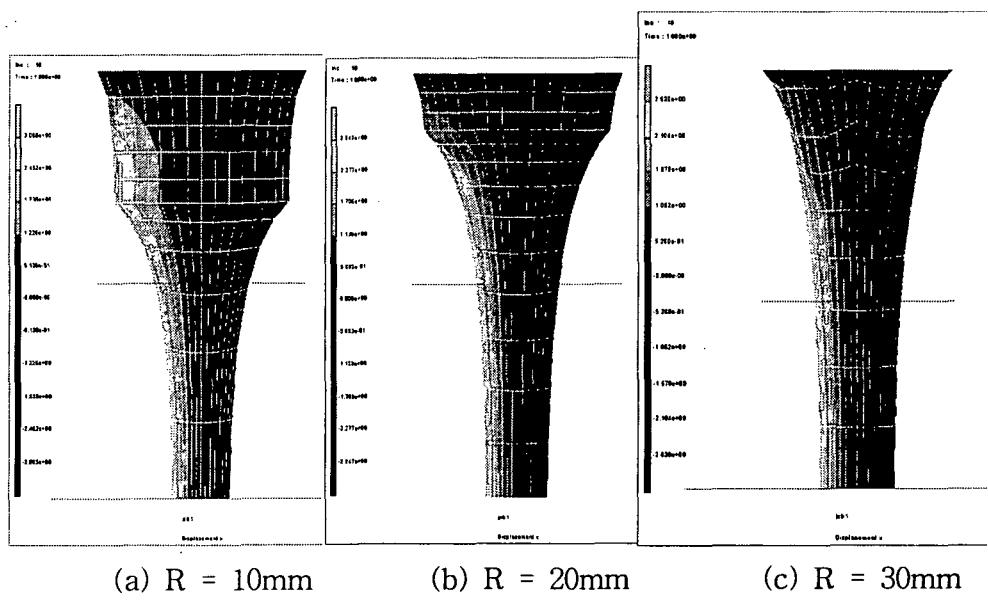


Fig. 5.6 Deformed shape and displacement distribution (Tension, lateral)

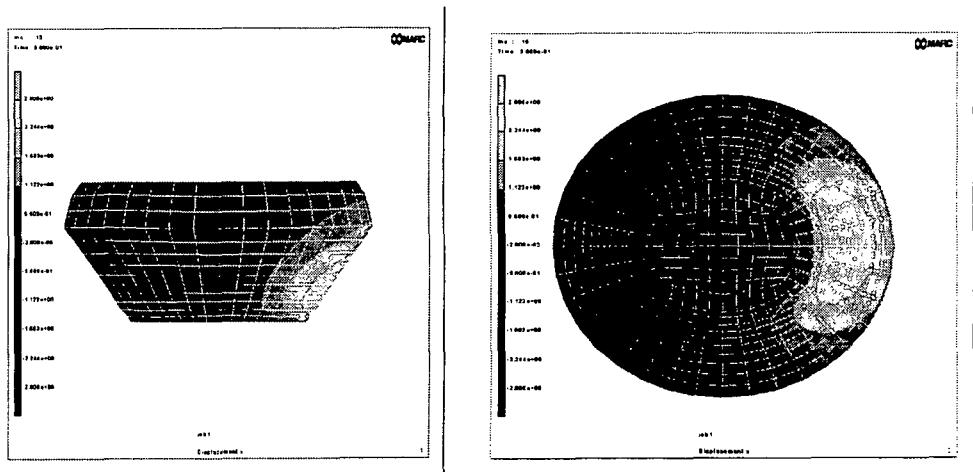


Fig. 5.7 Deformed shape and displacement distribution (Compression, lateral)

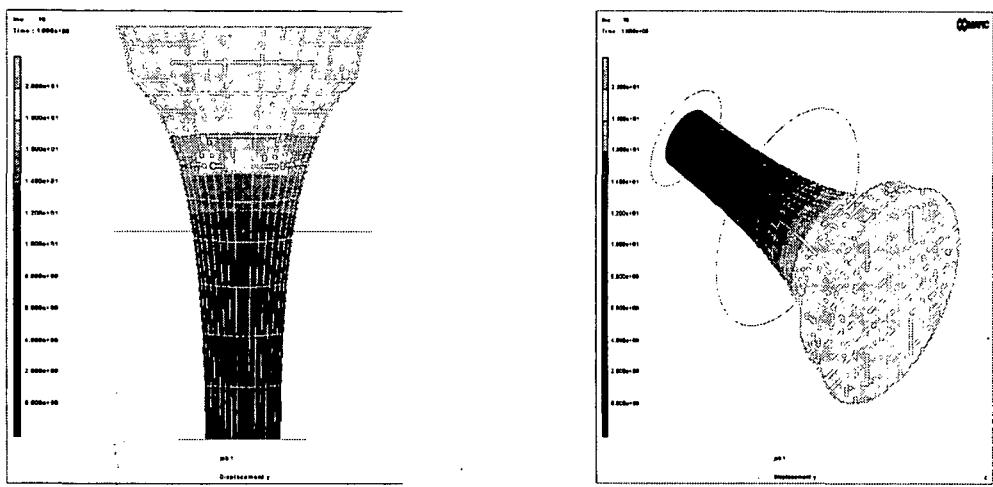


Fig. 5.8 Deformed shape and displacement distribution (Tension, vertical)

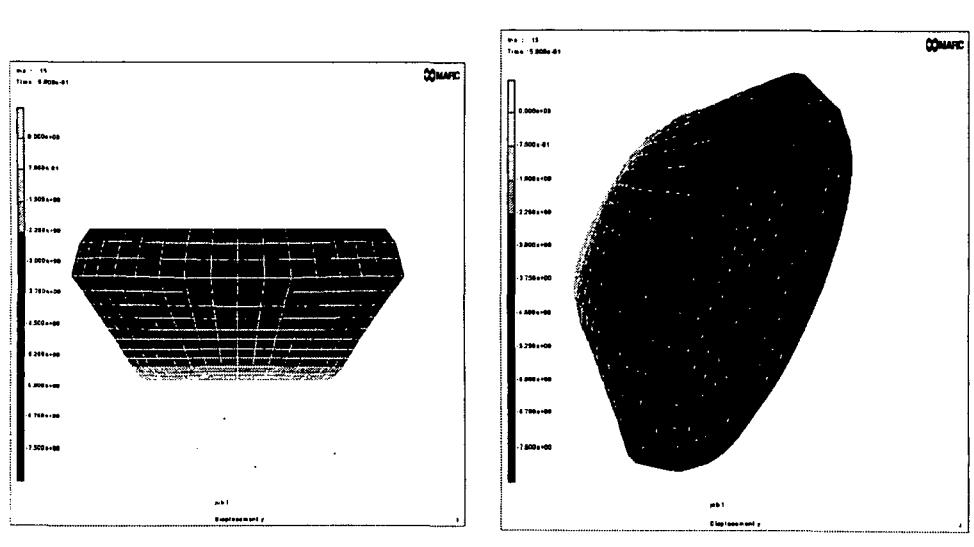


Fig. 5.9 Deformed shape and displacement distribution (Compression, vertical)

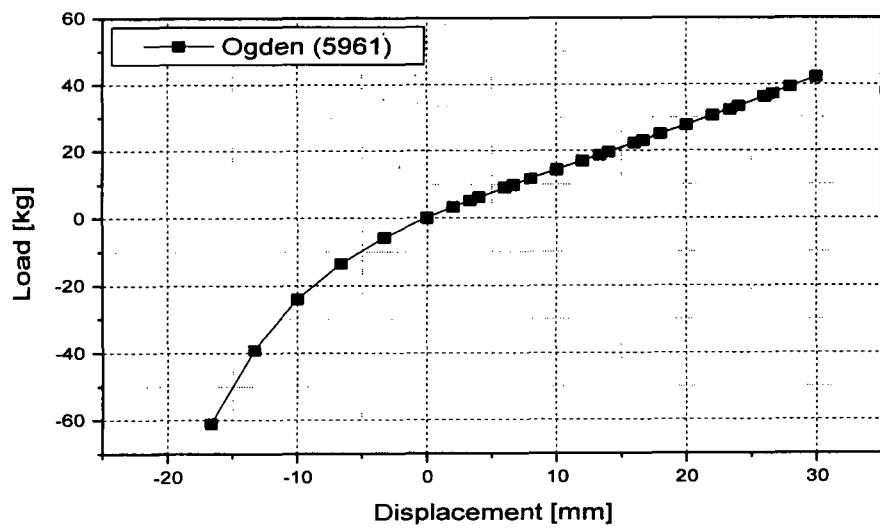


Fig. 5.10 Relationship of load and displacement ( $R = 20\text{mm}$ )

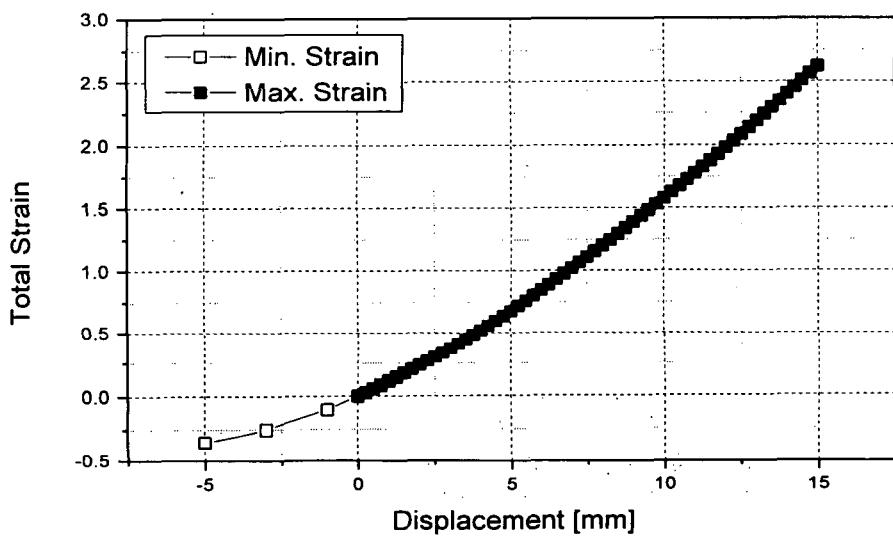


Fig. 5.11 Relationship of strain and displacement ( $R = 20\text{mm}$ )

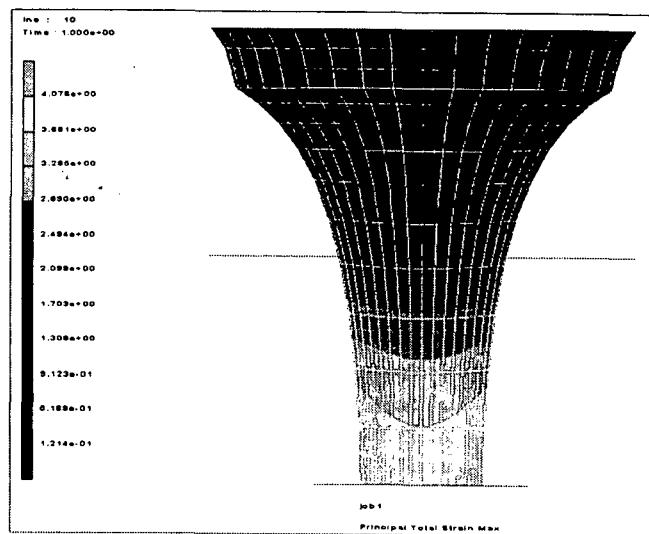


Fig. 5.12 Strain distribution (Tension, R = 20 mm)

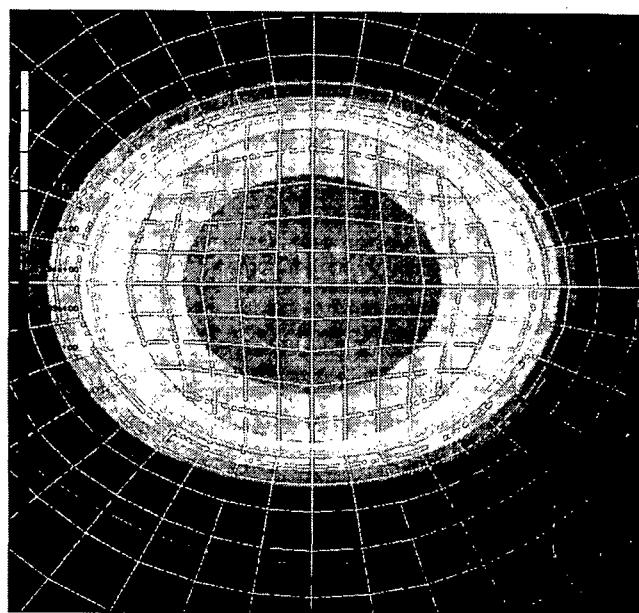


Fig. 5.13 Cross-sectional view of strain distribution (Tension, R = 20 mm)

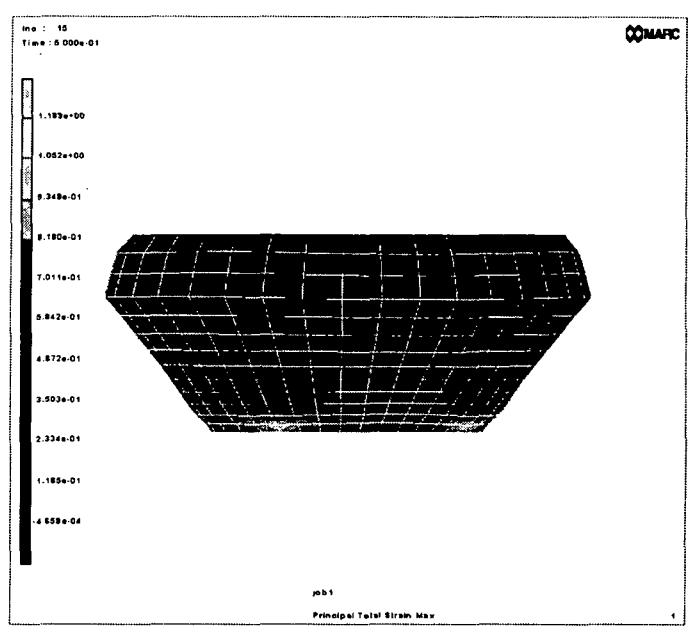


Fig. 5.14 Strain distribution (Compression,  $R = 20$  mm)

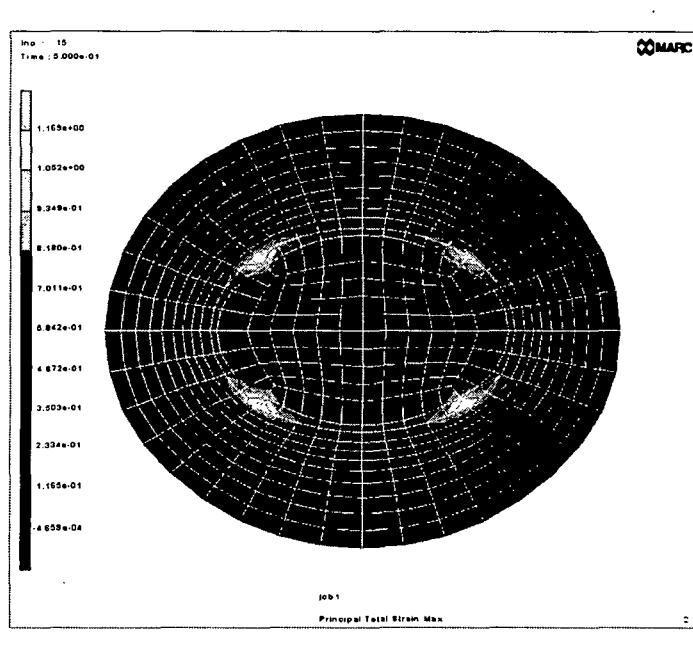


Fig. 5.15 Cross-sectional view of strain distribution (Compression,  $R = 20$  mm)

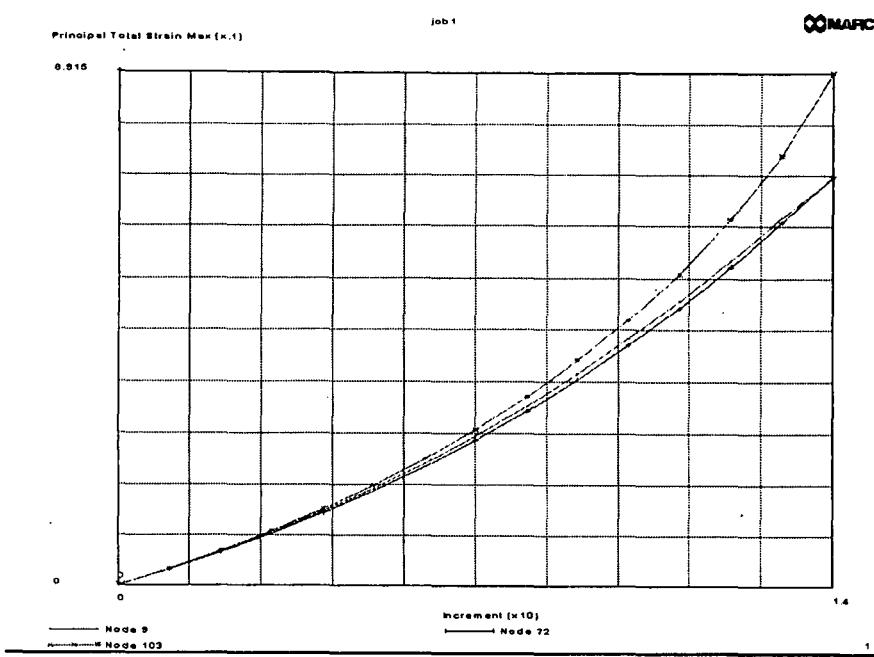


Fig. 5.16 Relationship between max. strain and displacement at nodes located in major and minor axes (Compression, R = 20mm)

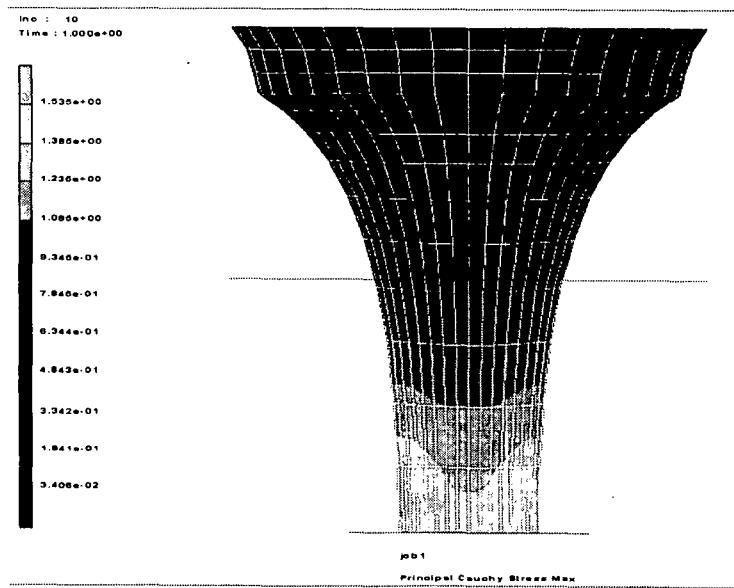


Fig. 5.17 Cauchy stress distribution (Tension, R = 20 mm)

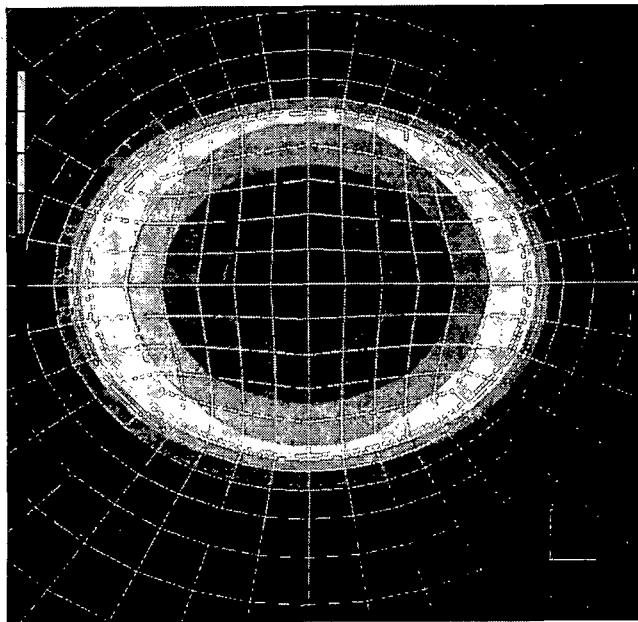


Fig. 5.18 Cross-sectional view of Cauchy stress distribution(Tension,  $R = 20$  mm)

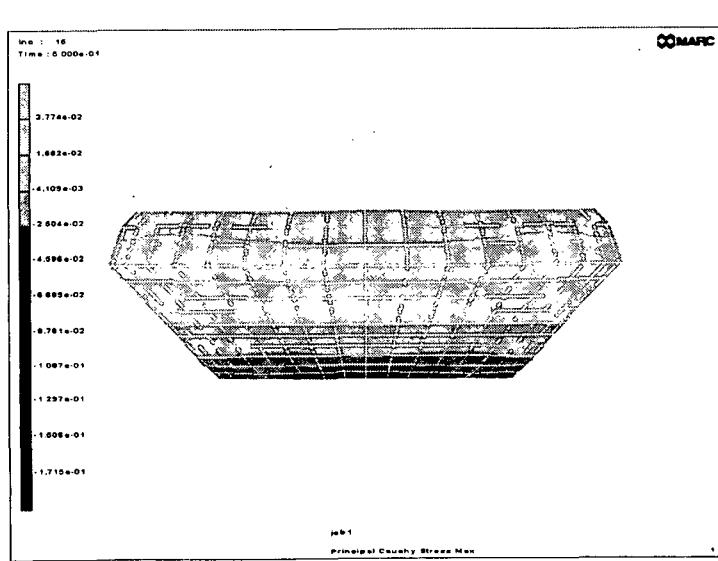


Fig. 5.19 Cauchy stress distribution (Compression,  $R = 20$  mm)

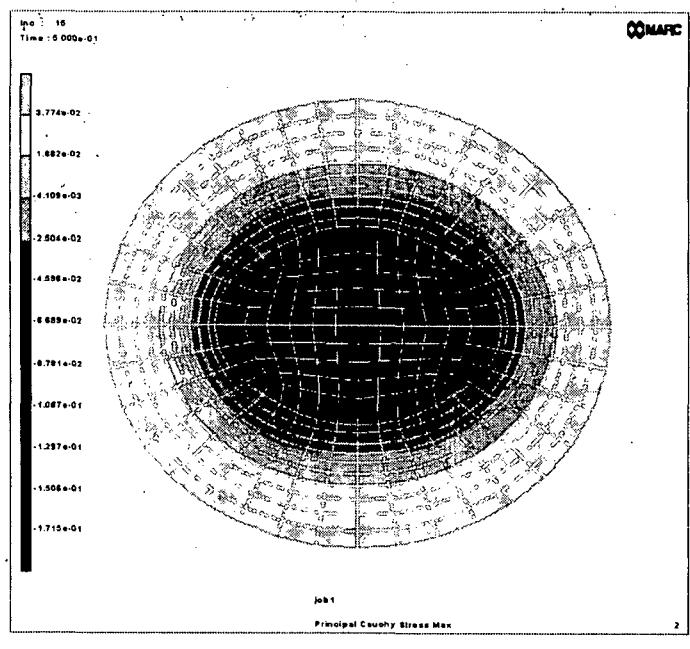


Fig. 5.20 Cross-sectional view of Cauchy stress distribution  
(Compression, R = 20 mm)

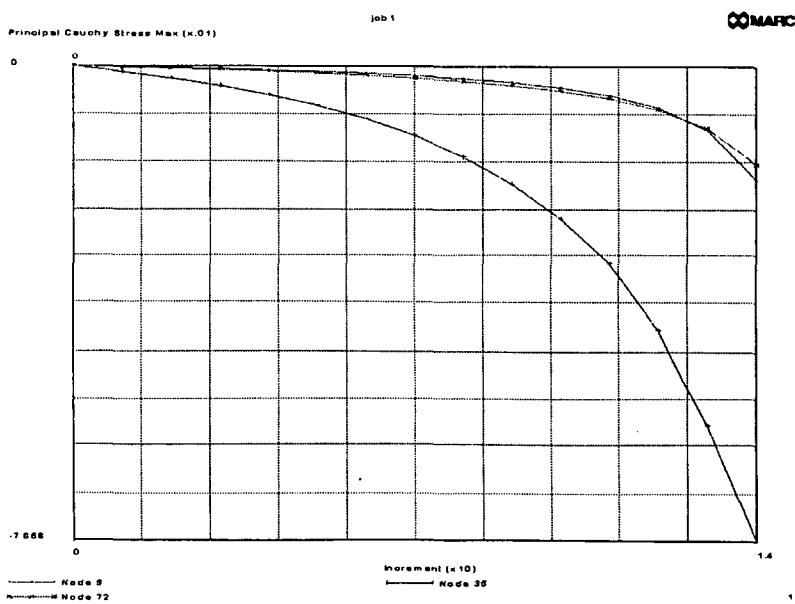


Fig. 5.21 Relationship between Cauchy stress and displacement at nodes located in major and minor axes (Compression, R = 20mm)

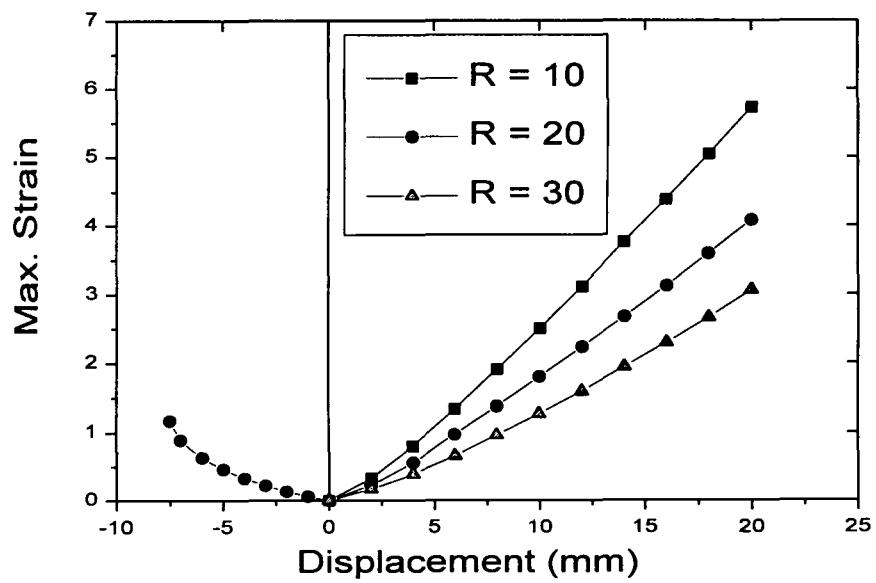


Fig. 5.22 Effect of radius on max. strain

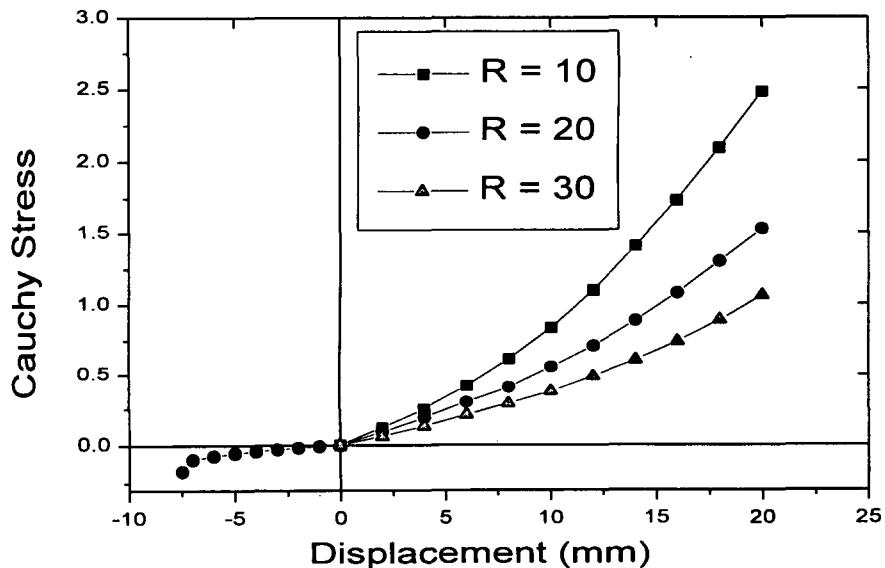


Fig. 5.23 Effects of radius on Cauchy stress

## 제4절 장구형 시험편 피로시험

### 4.1 시험편 및 시험 장치

경도변화(3840, 4444, 5051)에 따른 장구형 시험편의 피로강도 변화를 살펴보고, 1절에서 제안된 방법을 따라 SRI의 피로수명을 예측하기 위한 피로시험을 수행하였다. 피로시험에 사용된 시험기는 전산화된 10 톤 용량의 유압식 피로 시험기(Computerized Servo-Hydraulic Fatigue Testing Machine)이며 (INSTRON Model 8501), 시험기에 장착된 500 kg 용량의 Load Cell로부터 하중을 측정하였다. Fig. 5.24는 피로시험에 사용된 시험기를 보여 주며, Fig. 5.25는 시험편을 시험기에 장착한 모습을 보여준다.

시험은 상온( $20^{\circ}\text{C}$ ) 대기 중에서 수행되었으며, 구체적인 시험 조건은 다음과 같다. 특히 시험 중에는 일정 반복회수마다 하중 및 변위의 최대, 최고값을 자동으로 저장하여 반복회수에 따른 하중변화를 기록하였다.

- 1) 시험 온도 : 상온 대기 중
- 2) 제어 변수 : 축 방향 변위 또는 하중
- 3) 하중 과형 : 정현파(Sinewave)
- 4) 하중 주파수 :  $0.5 \sim 2 \text{ Hz}$
- 5) 하중 비 : 최소 변위 일정( $-10 \text{ mm}$ ) 또는 최소하중 일정( $16.6 \text{ kg}$ )
- 6) 최대 하중 :  $12.5 \sim 30 \text{ mm}$  또는  $15 \sim 26 \text{ kg}$  사이의 4개 범위

위의 조건으로 시험을 수행하면서, 변위제어의 경우에는 균열이 발생하여 시험편의 최대하중이 초기(1 Cycle) 최대하중의 70 % 까지 감소하는 경우를 파손으로 간주하였으며[5.5], 이때의 Cycle 수를 감지하여 피로수명으로 정의하였다. 하중제어의 경우에는 시험편이 완전히 파단된 순간의 Cycle을 피로수명으로 정의하였다.

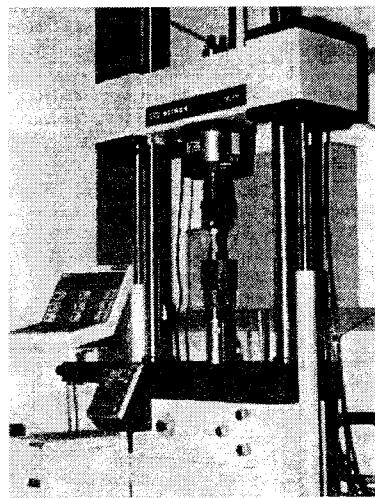


Fig. 5.24. Rubber specimen fatigue testing system

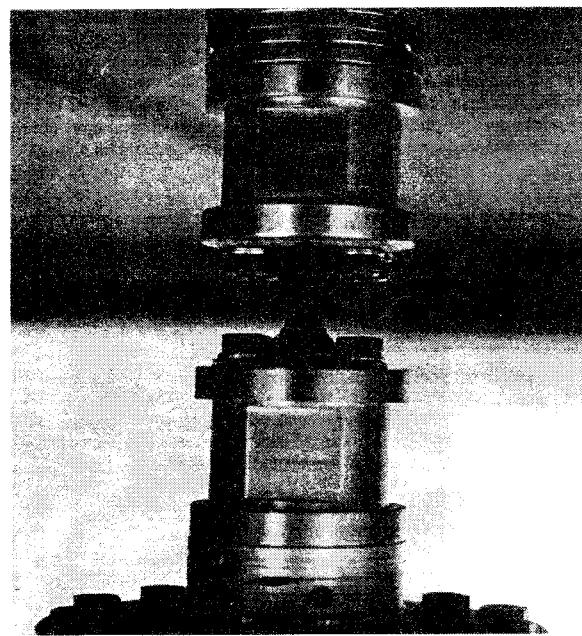


Fig. 5.25 Grip and specimen for the rubber fatigue test

## 4.2 시험결과

Fig. 5.26은 피로시험 중 기록된 최대하중-반복회수 관계를 보여 준다

Cyclic Softening에 의해서 반복회수의 증가에 따라 초기에는 최대 하중값이 약간씩 감소하며, 균열이 발생하여 성장하는 시점에서는 하중값이 급격하게 감소함을 알 수 있다. 그림에서 Solid Circle은 시험편에 균열이 발생하여 시험편의 최대하중이 초기 최대하중의 70 % 까지 감소하는 순간을 나타내며, 이를 피로수명으로 정의하였다. 균열길이를 일정 Cycle 간격으로 측정하지는 못하였지만 대부분의 시험편의 경우에 최대하중이 초기 최대하중의 70 % 정도로 감소하면 육안으로 충분히 관찰 할 수 있을 정도의 크기로 균열이 진전된 상태이다.

Fig. 5.27, 5.28, 5.29는 경도변화에 따른 최대변위-피로수명, 최대변형률-피로수명 및 최대 Cauchy 응력-피로수명 관계를 각각 나타낸다. Fig. 5.27, 5.28에서 최대변위, 또는 최대변형률을 기준으로 할 경우에는 경도가 증가하면 피로강도가 감소하는 것을 알 수 있다. 그러나 최대 Cauchy 응력을 기준으로 할 경우에는 Fig. 5.29에 보이는 바와 같이 경도가 증가하면 피로강도가 증가하는 것을 알 수 있다.

Fig. 5.30은 SRI의 피로수명을 예측하기 위해서 하중제어로 수행된 피로시험 결과로 최대하중-피로수명 관계를 보여 준다.

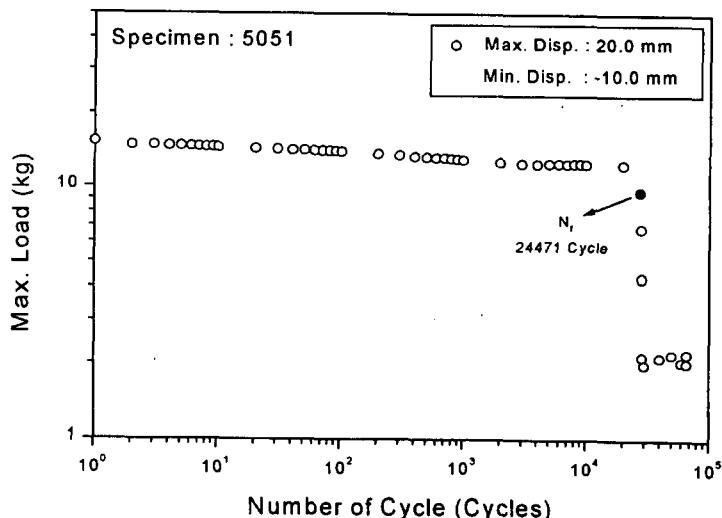


Fig. 5.26 Relationship between max. load and No. of cycles to failure

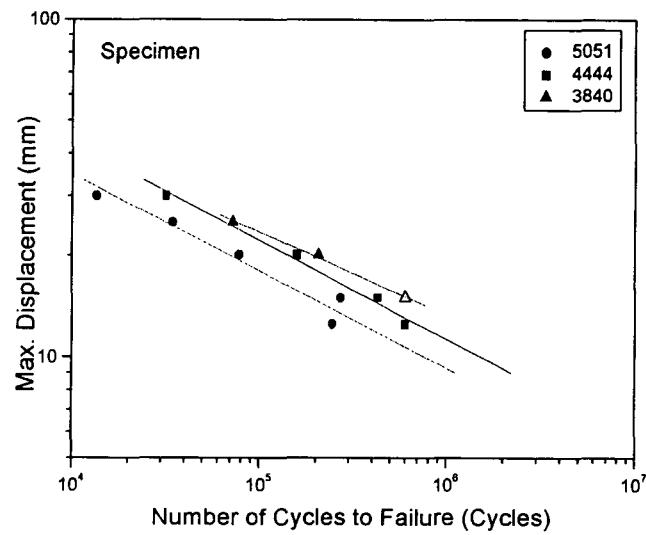


Fig. 5.27 Effect of hardness on the fatigue lives(max. displacement)

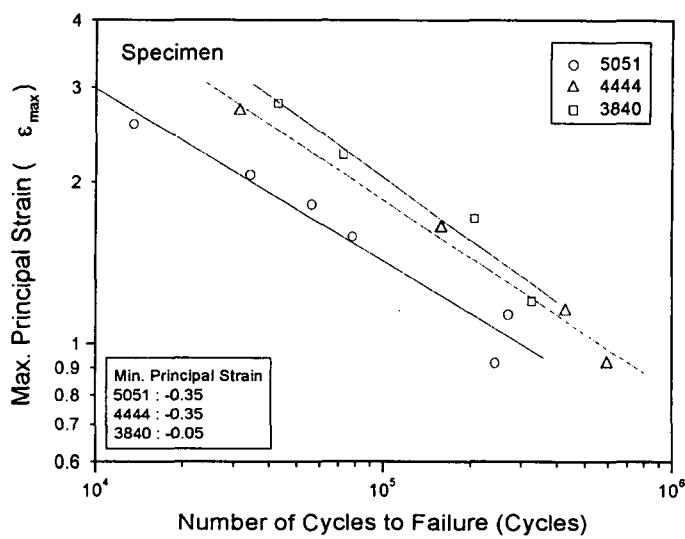


Fig. 5.28 Effect of hardness on the fatigue lives(max. strain)

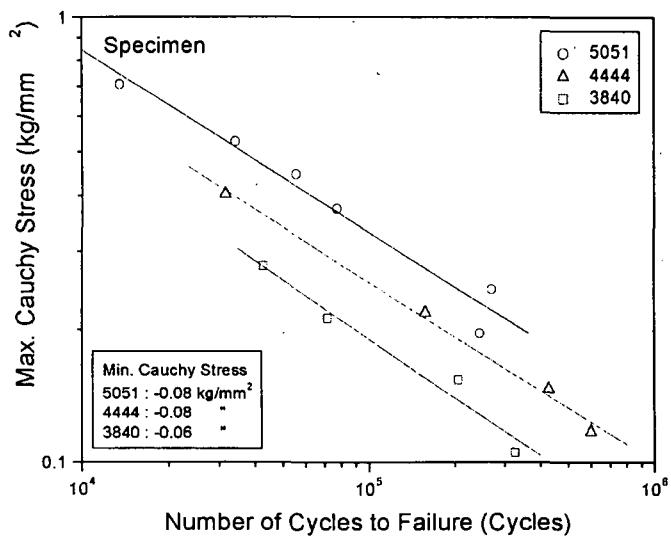


Fig. 5.29 Effect of hardness on the fatigue lives(max. Cauchy stress)

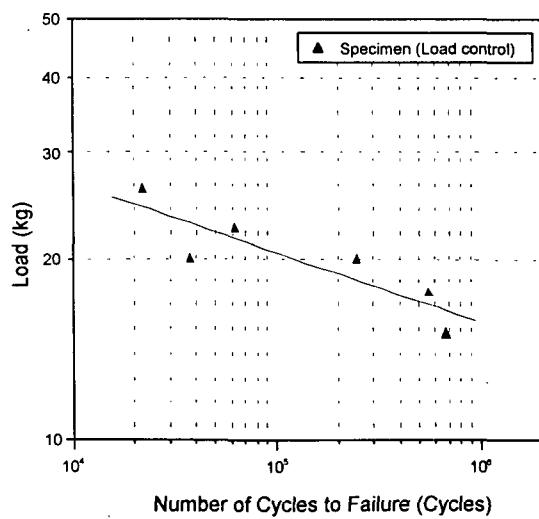


Fig. 5.30 Load – fatigue life curve(load control)

## 제5절 부품 피로시험 및 강도평가

### 5.1 피로시험

본 연구에서 제시된 피로수명예측 절차의 타당성을 검토하기 위해서 5.4.1에 나타낸 시험기를 이용하여 SRI의 피로시험을 수행하였다. 피로시험은 7개의 시편에 대해 최소하중을 -1500 kg으로 일정하게 유지하고 최대하중을 250~700 kg의 범위에서 선택하여 수행하였으며, 시험편에 균열이 발생, 진전되어 완전히 파단된 순간의 Cycle을 피로수명으로 정의하였다.

표 5.1은 피로시험결과를 나타내며, Fig. 5.31에 최대하중과 피로수명과의 관계선도를 나타내었다. 피로파손이 발생한 위치는 최대하중이 250 kg, 300 kg로 낮은 경우에는 고무 부위에서 피로파손이 일어나지 않고 금속 플레이트에서 기준 수명보다 훨씬 긴 수명에서 파손이 일어났다. 이 부위는 압축하중이 작용할 때 상당히 큰 응력이 발생되어 전형적인 금속의 피로파손 양상을 나타내었다. 나머지는 고무가 서로 접촉하여 접혀지는 부위로서 유한요소 해석결과에서 보여준 최대변형을 발생지점과 잘 일치하였다. Fig. 5.32~5.34는 각각 고무에서 피로파손이 발생된 시편의 모습과 겉 판재에서 피로파손이 발생된 시편의 모습을 보여준다.

Table 5.1 Fatigue test results of SRI

시편 ID	최대하중 (kg)	최소하중 (kg)	하중진폭 (kg)	피로수명(cycles)
1	250	- 1500	875	549,500
2	300	- 1500	900	398,400
3	350	- 1500	925	360,700
4	400	- 1500	950	246,000
5	500	- 1500	1000	56,300
6	600	- 1500	1050	26,700
7	700	- 1500	1100	9,000

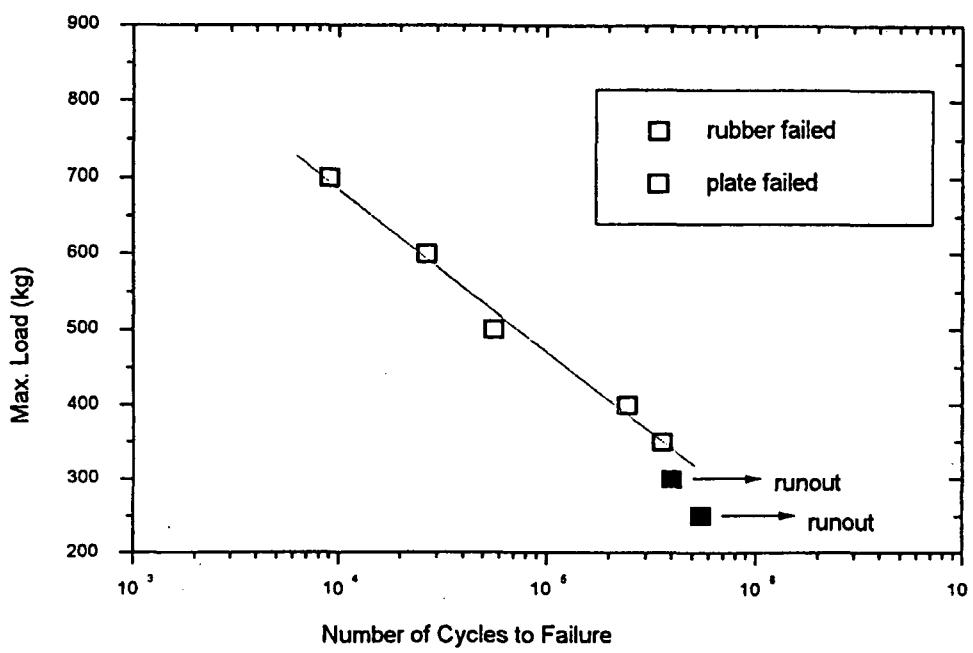


Fig. 5.31 Max. load – fatigue life curve of SRI

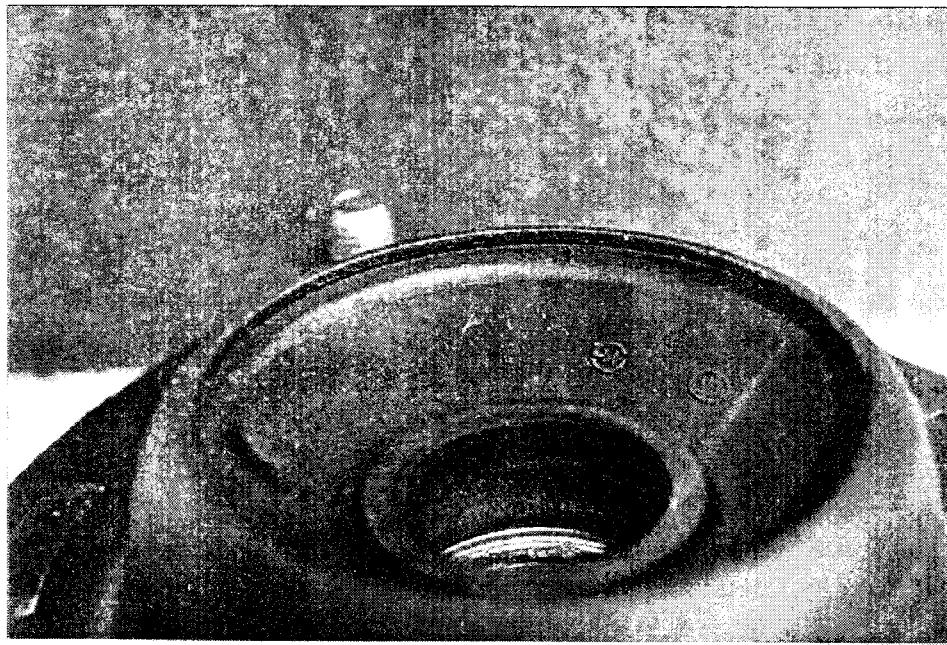


Fig. 5.32 Typical example for fatigue failure of adhesion part

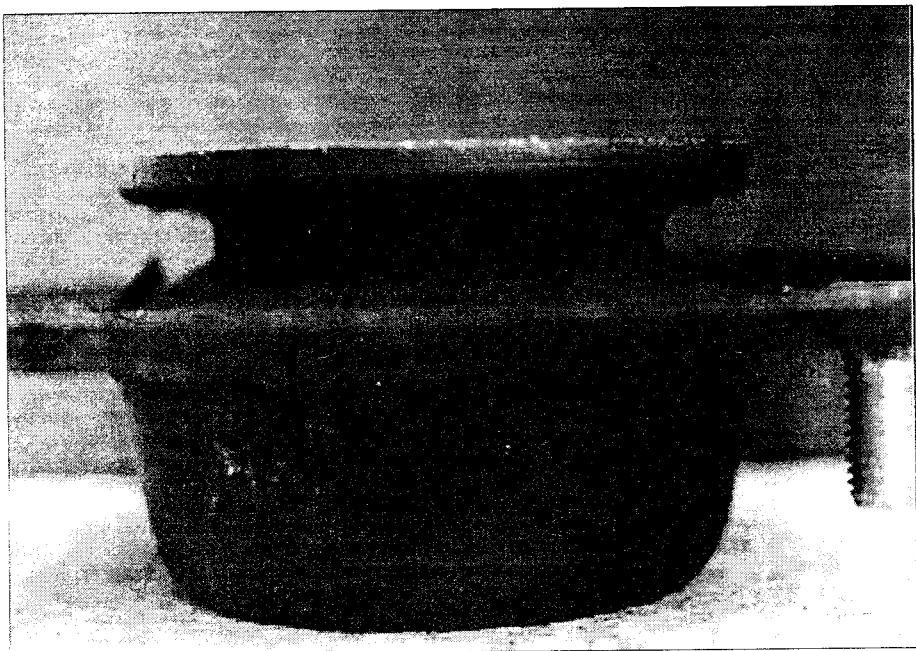


Fig. 5.33 Typical example for fatigue failure of rubber part

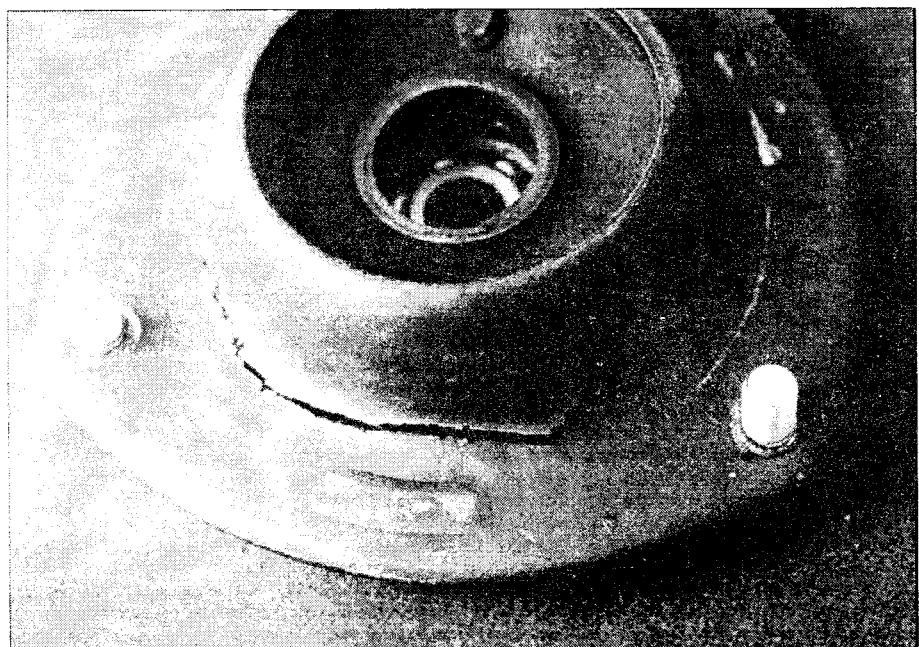


Fig. 5.34 Typical example for fatigue failure of metal part

## 5.2 강도평가

본 연구에서 제안된 방법으로 SRI의 피로수명을 예측하고, 강도를 평가하기 위한 절차는 다음과 같다.

### 1) 대상부품 선정(SRI, 5961)

- 형상, 소재
- 피로강도(설계하중) 기준

### 2) 고무의 재료상수 결정

- 인장, 압축, 전단 시험 등
- Ogden Model, Mooney-Rivlin Model

### 3) 부품 유한요소해석

- 하중-변위 관계(Fig. 5.2)
- 변형률-변위 관계(Fig. 5.3)

### 4) 부품의 피로강도(설계하중) 기준에서의 변형률 크기 결정

- 3)에서 구해진 변형률-변위, 하중-변위 관계 이용
- Signed Total Principal Strain Method 적용
  - . 인장하중 : Max. Total Principal Strain
  - . 압축하중 : Min. Total Principal Strain

### 5) 장구시험편 유한요소 해석

- 하중-변위 관계(Fig. 5.10)
- 변형률-변위 관계(Fig. 5.11)

### 6) 장구시험편의 시험하중 크기 결정

- $(\varepsilon_{sp})_{component} = (\varepsilon_{sp})_{specimen}$
- .  $(\varepsilon_{sp})_{component}$  : 부품에 작용하는 하중에 의한 변형률
- .  $(\varepsilon_{sp})_{specimen}$  : 부품에 작용하는 하중에 의한 변형률

- 7) 6)의 하중으로 장구시험편 피로시험 수행
- 8) 7)의 시험결과 얻어진 피로수명을 부품의 피로수명으로 예측
- 9) 예측된 피로수명과 부품의 피로시험으로 측정된 피로수명과의 비교

Fig. 5.35는 장구형 시험편과 SRI의 최대변형률 - 피로수명 관계를 구하였다. 그림에서 보는 바와 같이 장구형시험편의 피로강도가 SRI의 피로강도보다 약간 작은 것으로 나타났으나, 그 차이는 그다지 크지 않았다.

Fig. 5.36은 장구형시험편의 피로시험 결과로부터 예측된 피로수명과 SRI의 피로시험 결과로부터 측정된 피로수명과의 관계를 보여주며, 오차범위 3배 이내에서 비교적 정확하게 수명을 예측하고 있음을 보여 준다. 그림에서 점선은 오차범위 3배를 나타내는 선도이다.

예측된 피로수명과 측정된 피로수명이 차이가 나는 원인은 제품과 시편과의 크기 효과(Size Effect) 및 표면거칠기 효과, 형상 효과에 의한 최대변형률 분포의 상이성 등에 그 원인이 있는 것으로 사료되며, 이에 대한 연구는 본 연구의 2단계에서 수행 할 예정이다.

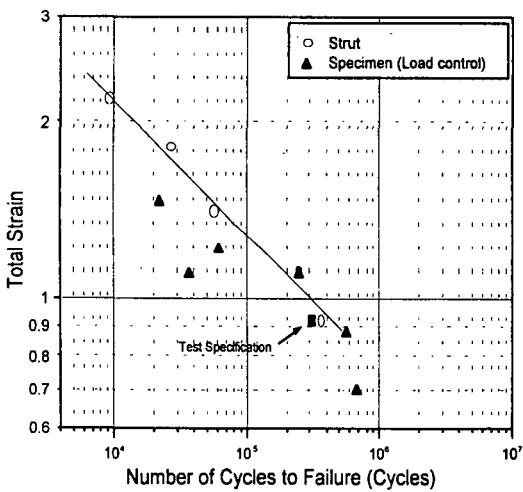


Fig. 5.35 Comparison of specimen and component fatigue lives

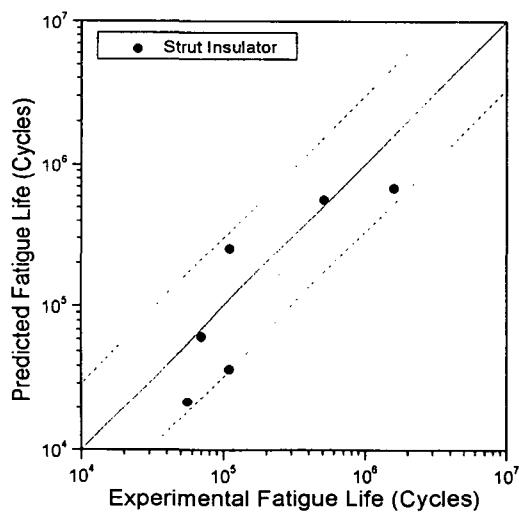


Fig. 5.36 Comparison of predicted and tested fatigue lives by using signed principal strain method

## 제6절 결론

고무부품 설계의 초기단계에서도 단 기간에 비교적 정확하게 부품의 내구수명을 평가할 수 있는 방법을 개발하였으며, 제안된 피로수명 예측 절차는 다음과 같다.

소재의 물성시험(인장, 압축, 전단) 결과를 이용하여 부품 및 장구형 시험편에 대한 유한요소 해석을 수행하고, 최대 인장변형률 및 최소 압축변형률을 고려하는 Signed Principal Strain Method를 이용하여 장구시험편의 하중조건을 결정한다. 결정된 하중조건으로 장구시험편에 대한 피로시험을 수행하여 부품의 피로수명을 예측한다.

예측된 피로수명과 부품의 피로시험결과를 비교하여 본 연구에서 제안된 피로수명 예측 절차의 타당성을 검토하였으며, 오차범위 3배 이내에서 비교적 정확하게 부품의 피로수명을 예측할 수 있었다.

여 백

## 제6장 고무 데이터베이스 시스템

### 제1절 서론

고무는 제조공정에 따라 그 성질의 변화가 큰 물질이며, 원하는 고무의 성질을 확보하고 관리하는 것은 쉬운 일이 아니다. 또한 고무의 특성은 많은 실험에 의해 얻어지며, 데이터의 분산이 커서 데이터 처리도 많은 노력을 필요로 한다.

고무특성에 관한 데이터베이스는 많은 양의 실험 데이터를 축적할 수 있어서 실험 데이터가 사장되는 것을 방지하며, 데이터의 효율적인 활용을 통하여 실험 및 데이터 관리에 소요되는 경비와 시간을 절감할 수 있다. 뿐만 아니라 실제로 실험한 데이터가 없는 경우에도 저장되어 있는 동일한 소재 또는 유사한 소재를 이용하여 사용하고자 하는 고무의 필요한 특성들을 구할 수 있는 장점이 있다.

본 연구에서는 고무의 물성 및 부품에 대한 데이터베이스를 구축하고, 데이터를 조작하고 제어하기 위한 GUI(Graphic User Interface)를 개발하여 고무 부품의 설계에 이용하고자 한다.

데이터베이스의 구축을 위한 데이터베이스 관리시스템(DBMS : Data Base Management System)은 Microsoft(사)의 Access를 사용하였다.

### 제2절 데이터베이스 일반

#### 2.1 데이터베이스의 정의

데이터베이스 관리시스템(DBMS)은 상호 연관을 갖는 데이터 집단과 데이터에 접근하는 프로그램의 집합으로 구성된다. 이러한 데이터의 집단을 보통 데이터베이스라고 부른다. DBMS의 주목표는 데이터베이스내의 정보를 검색하거나 데이터베이스에 정보를 저장하는데 있어서 편리하고도 효율적인 환경을 제공하는 것이다. DBMS에 관한 개략도는 Fig. 6.1과 같다.

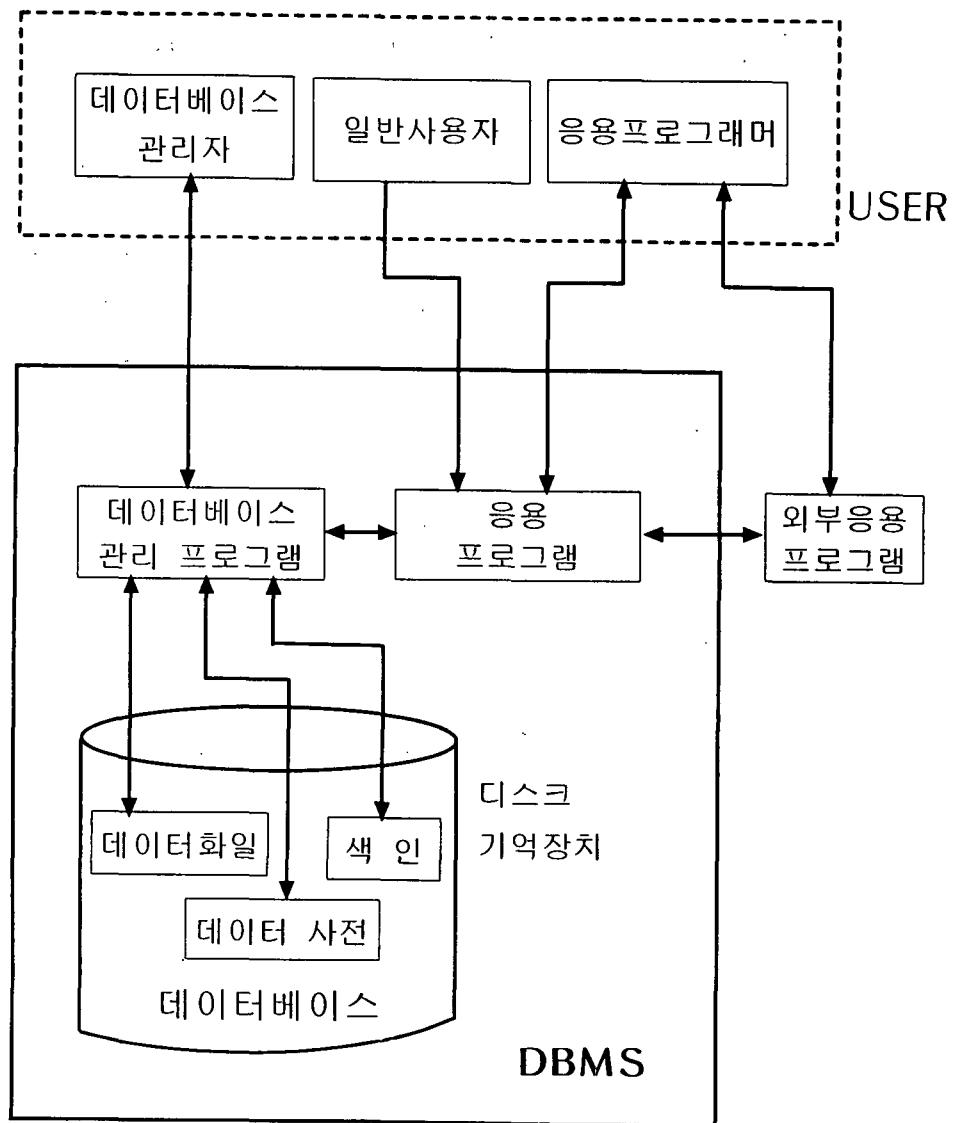


Fig. 6.1 DBMS

### (1) 데이터베이스

처리하고자 하는 정보와 그 정보를 쉽게 처리하기 위한 정보를 개인용 컴퓨터의 하드디스크 등 보조기억장치에 저장한다. 구성은 다음과 같다.

- (가) 데이터 파일-데이터베이스 자체를 저장한다.
- (나) 데이터 사전-데이터베이스의 구조에 관한 정보를 저장한다.
- (다) 색인(Index)-특정한 값을 가지고 있는 데이터 항목을 빨리 액세스하기 위한 것이다.

### (2) 데이터베이스 관리프로그램

데이터베이스 내에 저장된 하위 레벨 데이터와 시스템에 제기되는 응용프로그램 간의 인터페이스를 제공한다.

### (3) 응용프로그램

응용 프로그래머가 데이터베이스 언어를 사용하여 작성한 프로그램으로 데이터베이스 내의 데이터를 관리하거나 데이터베이스를 모르는 일반 사용자가 데이터베이스로부터 필요한 정보를 쉽게 얻을 수 있도록 한다.

### (4) 외부 응용프로그램

데이터베이스 언어만으로는 수행할 수 없는 복잡한 계산이나 그래프 처리, 하드웨어 조작 등을 다룬다.

### (5) 사용자(User)

#### (가) 응용프로그래머

데이터베이스 언어와 고급, 중급, 저급언어를 이용하여 시스템과 대화하는 프로그램을 만드는 사람을 일컫는다.

#### (나) 데이터베이스 관리자

데이터베이스 시스템을 관리하는 사람이다. 규모가 작은 시스템에서는 응용프로그래머와 같은 것이 일반적이다.

#### (다) 일반사용자

프로그램을 작성하지 않고 만들어진 응용프로그램을 이용하여 시스템을 사용하는 사람이다.

## 2.2 Microsoft Access의 구조[6.1, 6.2]

데이터베이스의 연구들은 주로 대형 컴퓨터에 의해 이루어져 왔으나, 최근 PC가 급속히 발달하게 되어 PC에서도 체계적인 데이터베이스 시스템을 사용할 수 있게 되었다. 구축하게 될 데이터베이스는 개인용 컴퓨터에서 운용 가능한 DBMS중 다양한 기능을 가진 Microsoft Access(ver 7.0)를 선택하였다. 이것은 Window 95/98 환경에서 사용되고, 관계형 데이터베이스 관리시스템의 기능을 지니고 있으며, 많은 양의 데이터를 관리하는데 필요한 데이터의 정의, 데이터의 조작 및 데이터 제어 기능을 제공한다. Access 데이터베이스 내에 들어 있는 주요 개체들은 다음과 같다.

### (1) 테이블

데이터를 저장하기 위해서 정의하고 사용하는 개체. 각 테이블에는 특정 주체에 대한 정보를 가지고 있다. 테이블에는 데이터의 서로 다른 종류를 저장하는 필드(또는 열)가 들어 있으며, 주제의 특정 인스턴스에 대한 모든 정보를 모아 놓은 레코드(또는 행)가 들어 있다. 사용자는 데이터를 보다 빠르게 검색할 수 있도록 하기 위하여 각 테이블마다 기본키(각 레코드에 따라 유일한 값을 가지는 하나 이상의 필드)를 정의할 수 있으며, 또한 하나 이상의 인덱스를 정의할 수 있다.

### (2) 질의

하나 이상의 테이블에서 원하는 모양으로 데이터를 볼 수 있도록 해 주는 개체이다. Access에서는 그래픽으로 구성되어 있는 예제에 의한 질의 기능을 사용하거나 질의를 작성하기 위하여 직접 SQL문을 입력할 수 있다. 사용자는 데이터를 선택, 수정, 삽입, 또는 삭제 등을 하는 질의를 정의할 수 있다. 또한 기존에 존재하는 하나 이상의 테이블에 있는 데이터로부터 새로운 테이블

을 생성하는 질의도 정의할 수 있다.

### (3) 폼

주로 데이터 입력이나 화면 표시 또는 응용 프로그램 수행 제어를 위해 설계된 개체이다. 폼은 응용 프로그램이 질의나 테이블에서 추출해 낸 데이터를 표현하는 방식을 완벽하게 정의하는데 사용된다. 또 폼은 인쇄할 수도 있다. 폼은 어떤 이벤트에 대한 반응으로 매크로나 VBA(Visual Basic for Applications) 프로시저를 실행하도록 디자인할 수 있다. 이벤트에 대한 반응 이런 예를 들어, 데이터의 값이 변할 때 어떤 프로시저를 실행하는 것이다.

### (4) 보고서

선택한 데이터의 형식 지정, 계산, 인쇄 및 요약을 위해 설계된 개체. 보고서는 인쇄하기 전에 화면에서 미리 살펴볼 수 있다.

### (5) 매크로

정의된 이벤트에 대한 응답으로 Access가 수행해 주기 원하는 하나 이상의 매크로 함수들에 대한 구조화된 정의를 가지고 있는 개체. 매크로를 작성할 때, 간단한 조건을 포함시켜서 매크로 내에 있는 하나 이상의 매크로 함수가 실행하거나 통과되도록 지정할 수 있다. 매크로를 사용하여 질의를 열어서 실행하거나, 테이블을 열고, 보고서를 인쇄하거나 화면에서 볼 수 있다. 또한 하나의 매크로 내에서 다른 매크로나 VBA 프로시저를 실행할 수도 있다.

### (6) 모듈

사용자가 VBA를 사용하여 코드로 작성한 사용자 정의 프로시저를 가지고 있는 개체이다. 모듈은 동작들에 대한 보다 불연속적인 흐름을 제공하며, 매크로로는 할 수 없는 여러 추적과 같은 작업도 할 수 있도록 해 준다. 모듈은 응용 프로그램의 어디에서도 호출할 수 있는 함수를 가지고 있는 독립된 개체가 될 수도 있으며, 하나의 폼이나 보고서에 직접 연결되어 해당 폼이나 보고서에서 발생하는 이벤트에 반응하도록 만들 수도 있다.

## 제3절 고무 데이터베이스 시스템

### 3.1 고무 데이터베이스 시스템의 구성

고무 데이터베이스 시스템(RubBase)은 Fig. 6.2와 같이 고무물성과 고무부품으로 크게 나뉘어져 있다. 고무물성 데이터베이스는 고무의 재질에 따른 특성 데이터와 관련되어 있으며 선형·비선형특성, 미가황고무특성, 기본물성등을 포함하고 있다. 고무부품 데이터베이스는 차량제원, 도면SPEC, 단품도, 정특성 그래프 등으로 구성되어 있다. 이 두 데이터베이스는 고무의 재질명에 의해 연계되어 있다. 다시 말하면 고무부품 데이터베이스를 이용하다가 관련되는 고무재질의 물성을 검색하고 싶으면 그 재질에 관한 데이터만 추출하여 고무물성 데이터베이스를 활용할 수 있다.

고무물성 데이터베이스는 고무의 비선형 특성에 관련하여 Curve Fitting 프로그램과 연계하여 사용이 가능하다. 데이터베이스 내에서 Curve Fitting 프로그램을 실행시킬 수 있으며 결과로 나온 Mooney상수나 Ogden상수를 데이터베이스에 추가하여 비선형 특성 데이터를 저장할 수 있다.

기능 면에서 보면 고무 데이터베이스는 검색기능과 편집기능을 가지고 있다. 이를 이용하면 원하는 데이터를 추출하거나 제어하고 저장하는 등 데이터 관리를 손쉽게 할 수 있다.

고무 데이터베이스 시스템인 RubBase를 실행하면 Microsoft Access가 구동되고 Fig.6.3과 같이 비밀번호를 입력하게 되어 있다. 이는 구축된 데이터를 허용된 사용자만 활용할 수 있게 하기 위한 보안장치이다.

Fig. 6.4는 RubBase의 주 메뉴 화면이다. 여기서 고무물성 및 고무부품 데이터베이스를 선택할 수 있다.

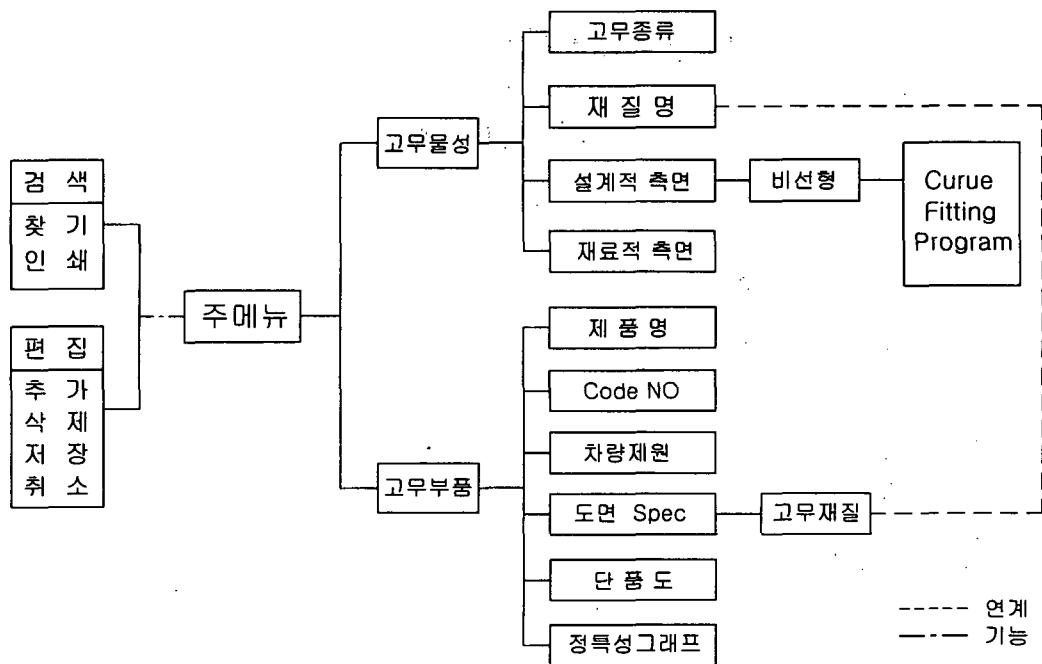


Fig. 6.2 Scheme of Rubber Database System

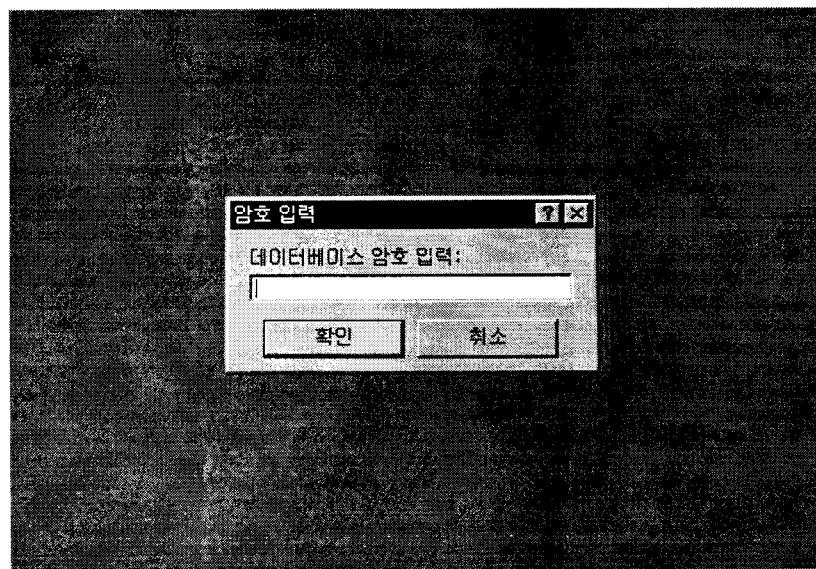


Fig. 6.3 Security System

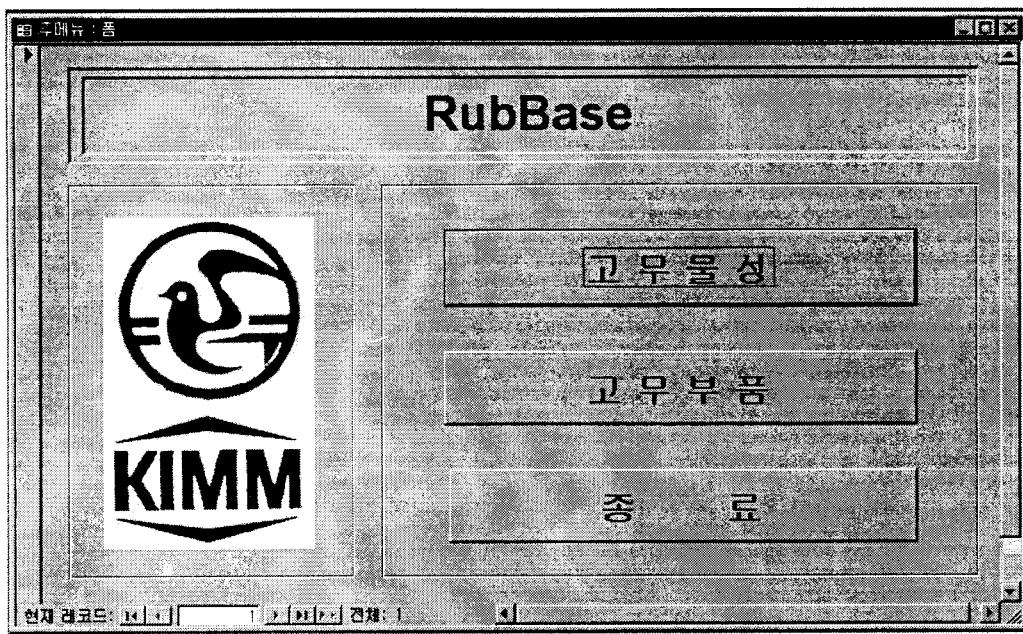


Fig. 6.4 Main Menu

### 3.2 고무물성 데이터베이스

Table 6.1은 현장에서 사용하고 있는 고무물성을 나타내는 형식을 보여준다. Table에는 보는바와 같이 고무에 대한 여러 가지 시험방법, 시험조건, 규격 및 고무의 특성 등에 대한 사항이 포함되어 있다. 이 형식을 바탕으로 고무물성에 대한 데이터베이스로 구축하였다.

Fig. 6.5는 고무물성 데이터베이스의 검색 화면을 보여준다.

비선형 상수 밑에 있는 아이콘(Icon)은 인장, 압축 및 전단시험 등의 데이터를 이용하여 고무의 비선형 상수를 계산하는 Curve Fitting 프로그램을 실행시키기 위한 버튼이다. 이를 이용하여 비선형 상수를 구하고 결과를 데이터베이스에 저장하게 된다. Fig. 6.6은 Curve Fitting 프로그램이 실행된 화면을 보여준다.

검색에 포함되어 있는 기능으로는 찾기와 인쇄가 있다. 마우스의 커서를 원하는 항목에 두고 찾기버튼을 클릭하면 하위메뉴가 나타나며, 여기에 찾을 값

을 설정하면 해당되는 레코드를 찾게 된다. 원하는 데이터를 찾고 인쇄버튼을 클릭하면 데이터가 프린터를 통해 인쇄된다.

Fig. 6.7은 고무물성 데이터베이스의 편집 화면이다. 편집은 추가, 삭제, 저장, 취소의 4가지 기능으로 구성되어 있다. 추가기능은 마지막 레코드 다음에 새로운 데이터를 입력할 경우 사용하며, 삭제는 불필요한 데이터를 지우기 위한 기능이다. 데이터를 추가하거나 수정한 후 데이터를 저장하기 위해서는 저장버튼을 클릭하면 된다. 취소버튼은 데이터를 추가하다가 잘못 입력하여 처음부터 다시 시작하기를 원할 때 사용한다.

데이터는 제어판에 있는 4개의 레코드 이동버튼을 이용하여 앞, 뒤 레코드 하나씩 이동하거나 첫 레코드와 마지막 레코드로 이동 할 수 있다.

제어판의 밑에 있는 종료버튼을 사용하면 상위메뉴인 주메뉴로 이동할 수 있다.

설계자 속성	선택 : 단성계수 0 전단계수 0	비선형 : MOONEY 0 0 0 OGDEN 0 0 0 0 0	저장장 FN5214
제작자 속성			
미가장고무특성	00회 : Tmax 32.4 Tmin 5 Tc90 1.4 Ts2 0.03	Mooney Viscrometer : Mv 31.5 T5 14.60	
기본특성	상온 : 중도 44 비경 1.027 Ts 0 E6 0 M100 12 M200 24 M300 0	노화후 : dMs 0 dTg 0 dEb 0	기타 : Ka 12.97 Kd 16.74 TANd 0.0521 E9 0 TANd 0
기타 특성 : 압축경구풀율 : 10 반발탄성시험 : 77 내오존성 : NO CRACK			
현재 레코드: 11   이전 레코드   다음 레코드   전체: 11			

Fig. 6.5 Search Form for the Properties of Rubber

Table 6.1 An Example of the Properties of Rubber

시험 항목	규격	시험 결과		시험 조건	비고
		1 차	2 차		
O D R	Tmax(kgf · cm)	30 - 35	35.70	37.10	190°C × 6MIN
	Tmin(kgf · cm)	6 - 8	5.30	5.20	
	Tc 90(min)	1.25 - 1.55	1.52	1.55	
	ts 2(min)	0.5 - 0.8	0.60	0.70	
	Mooney.V	25 - 32	27.0	30.7	
	T5(min)	13 - 18	16.13	16.17	
상온	경도(point)	51 - 55	54	55	KS M 6518에 준함
	인장강도(kgf/cm <sup>2</sup> )	210✓	279	266	
	신장율(%)	500✓	565	562	
	M <sub>100</sub> (kgf/cm <sup>3</sup> )	25✓	21	20	
	M <sub>200</sub> (kgf/cm <sup>3</sup> )	55✓	51	48	
	비중(SP.GR)	1.07±0.03	1.006	1.072	
가류 조건	sheet type	-			프레스 금형 온도: °C
	c/set type	-			
압축 영구 줄음율(%)	25✓	12	12	70°C × 22Hrs	N=3EA
	50✓	47	43	100°C × 70Hrs	
내오존성	NO	NO	NO	40°C × 50pphm	N=4EA
	CRACK	CRACK	CRACK	× 20% × 168Hrs	
반발 탄성 시험(%)	60✓	65	66	JIS K 6301	N=4EA
동 특성	Ks(Kgf/mm)		20.15	20.83	2~4mm 구간
	Kd(Kgf/mm)		30.02	30.05	15Hz±0.5mm P/L=80kg
			38.31	38.03	100Hz±0.05mm P/L=80kg
	tan δ		0.1361	0.1216	15Hz±0.5mm P/L=80kg

Table 6.1 An Example of the Properties of Rubber (continued)

시험 항목	규격	시험 결과		시험 조건	비고
		1차	2차		
경도변화(POINT)	- +10	+3	+4	70°C × 24Hrs	
인장강도 변화율(%)	-25 -	-3	-2		
신율 변화율(%)	-25	-10	-7		
경도변화(POINT)	- +10	+5	+5		
인장강도 변화율(%)	-25 -	0	-1		
신율 변화율(%)	-25	-3	-6		
경도변화(POINT)	- +10	+5	+5		
인장강도 변화율(%)	-25 -	-8	-7		
신율 변화율(%)	-25 -	-14	-18		
경도변화(POINT)	- +10	+5	+5		
인장강도 변화율(%)	-25 -	-8	-7		
신율 변화율(%)	-25 -	-14	-18		
경도변화(POINT)	- +10	+6	+7	100°C × 24Hrs	
인장강도 변화율(%)	-40 -	-25	-30		
신율 변화율(%)	-40 -	-21	-25		
경도변화(POINT)	- +10	+9	+9		
인장강도 변화율(%)	-70 -	-57	-60	100°C × 168Hrs	
신율 변화율(%)	-70 -	-49	-56		

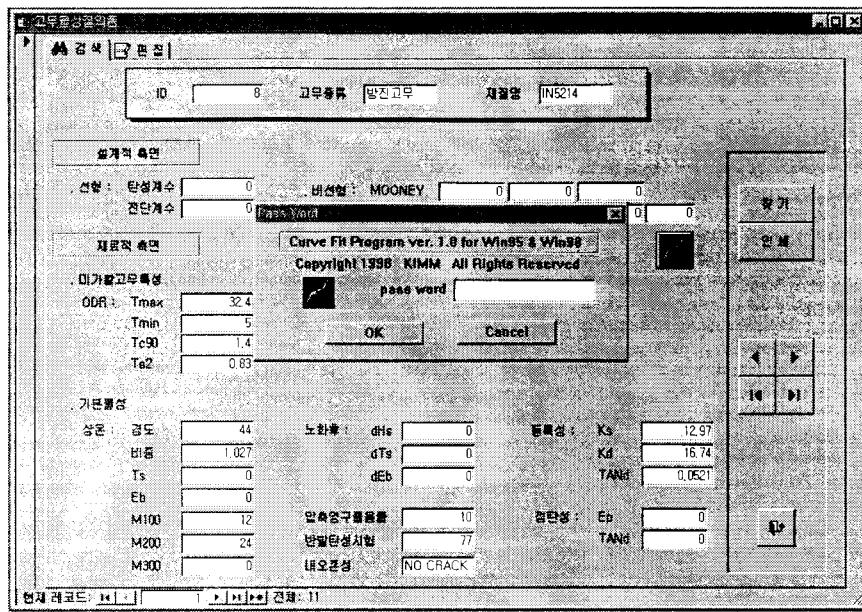


Fig. 6.6 Curve Fitting Program

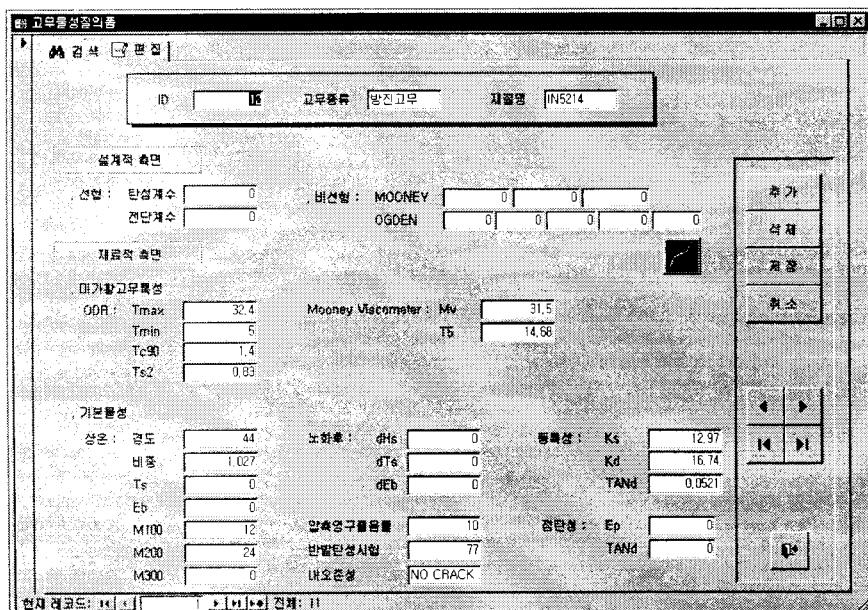


Fig. 6.7 Edit Form for the Properties of Rubber

### 3.3 고무부품 데이터베이스

Table6.2은 현장에서 사용하고 있는 방진고무부품에 관한 사항들을 나타내고 있으며 이를 기초로 하여 고무부품 데이터베이스를 구축하였다. 여기에는 제품명, 차량제원, 도면 SPEC, 단면도, 정특성 그래프 등의 항목들로 구성되어 있다.

고무부품 데이터베이스는 고무물성 데이터베이스와 마찬가지로 크게 검색과 편집의 기능을 가지고 있으며, 세부기능 및 레코드 이동방법 등은 고무물성 데이터베이스와 유사하다.

고무부품의 재질과 고무물성 데이터는 서로 연계가 되어 있다. 고무부품 데이터베이스에서 원하는 데이터를 찾은 후 고무재질 항목 옆에 위치한 아이콘을 클릭하면 같은 재질에 대한 데이터들을 추출한 고무물성 데이터베이스가 선택된다.

Fig. 6.7과 Fig. 6.8은 각각 고무부품 데이터베이스의 검색 및 편집 화면을 보여준다.

Table 6.2 An Example of Products of Rubber

## ANTI-VIBRATION RUBBER LIST

CODE No: HMC-C-03		단 품 도	도면 SPEC'	정특성 GRAPH(측정치)
차 랑 제 원				
차 종 : AVANTE				
구동방식: FF 배기량(cc): 1495			사번(품번) 131-A1J(21834-24700)	
최고출력(ps/rpm): 110/6000			정특성 $90 \pm 15 \text{Kgf} : 6.375 \sim 8.25 \text{Kgf/mm}$	
최대 Torque: kg.m./rpm): 14.8/4700			동특성 $90 \pm 0.5 \text{mm}, 20 \text{Hz} : \text{동배율 } 1.6\text{이하}$	
최고속도(km/h): 185			내구특성 $90 \pm 180 \text{Kg} 1 \times 10^6 \text{ 200CPM}$	
공차중량(kg): 1095			Creep특성	
CYLINDER No: 4			고무재질 IN5214	
IDLE RPM:				
-ENGINE系 LAYOUT			사번(품번) 21812-29150	
<ul style="list-style-type: none"> <li>● CONY' BUSH</li> <li>● HYDRO BUSH</li> <li>■ CONV' X/T</li> <li>■ HYDRO X/T</li> </ul>			정특성	
			동특성	
			내구특성	
			Creep특성	
			고무재질	
			사번(품번) 131-A98(21812-28250)	
			정특성 $120 \pm 15 \text{Kgf} : 15.3 \sim 19.8 \text{Kgf/mm}$	
			동특성 $120 \pm 0.5 \text{mm}, 20 \text{Hz} : \text{동배율 } 1.8\text{이하}$	
			내구특성 $120 \pm 240 \text{Kg} 1 \times 10^6 \text{ 200CPM}$	
			Creep특성	
			고무재질 IN5658	
			사번(품번) 621-A12(21834-24000)	
			정특성 $95 \pm 15 \text{Kgf} : 8.075 \sim 10.45 \text{Kgf/mm}$	
			동특성 $95 \pm 0.5 \text{mm}, 20 \text{Hz} : \text{동배율 } 1.6\text{이하}$	
			내구특성 $95 \pm 190 \text{Kg} 1 \times 10^6 \text{ 200CPM}$	
			Creep특성	
			고무재질 IN5151 IN3840	
COMMENT	• B(1.8AT ENG. MT'G), C(1.8MT ENG. MT'G)는 동일제품임			
MARK	A: ENG. MT'G(1.5 ALL) B: ENG. MT'G(1.8AT) C: ENG. MT'G(1.8MT) D: T/M MT'G(1.5AT)			

제작자: [ ]

검색 [ ]

고무부품명	제품명: Anti-Vibration Rubber	Code No.: HMC-C-03
-------	----------------------------	--------------------

차량 제조		도면 SPEC			
차종	M Car	제작번호	131-ALL(2'834-24700)		
구동방식	FF	경록상	90 +/-	15 kg	6.375 +/-
배기량(cc)	1495	동록상	90 +/-	0.5%	20 Hz
최고출력(ps/dm)	110 / 6000	내구특성	90 +/-	80 kg	1.2E+06 1.6 CPM
최고회전수(kg.m/rpm)	4.8 / 4700	Creep특성			
최고속도(km/h)	185	고무재질	[NS214]		
최저증량(kg)	1095	Comment	B, C는 동일제품		
Cylinder수	4	Mark	A:ENG, MT/G(1.5 ALL), B:ENG MT/G(1 BAT)		
Idler RPM					

Layout	단종도

장특성그래프

현재 레코드: 1 | 2 | 3 | 4 | 전체: 4 |

Fig. 6.7 Search Form for Products of Rubber

49 고무부품설계

검색 | 편집 |

고무부품ID	제품명	Anti-Vibration Rubber	Code No.	HMC-C-03
--------	-----	-----------------------	----------	----------

차량 제원		도면 SPEC		추가 삭제 저장 취소
차종	M Car	번호	131-A1J(21034-24700)	
구동방식	FF	정속성	90 +/- 15 kgf 6.375 +/- 8.25 kg/mm	
배기량(cc)	1495	등속성	90 +/- 0.5 20 Hz 1.6 0.06	
최고출력(ps/rpm)	110 / 5000	내구특성	90 +/- 180 kg 1 X 1E-06 200 CPM	
최대트오크(kg.m/rpm)	14.8 / 4700	Creep특성		
최고속도(km/h)	185	고무제품	N5214	
길이증량(kg)	1095	Comment	B, C는 동일제품	
Cylinder수	4	Mark	A:ENG, MTG(1.5 ALL) B:ENG, MTG(1.8AT)	
Idle RPM		단종도		
Layout		장특성그리프		

현재 레코드: 1 / 1 | 전체: 4 |

Fig. 6.8 Edit Form for Products of Rubber

## 제4절 결과 및 고찰

고무 데이터베이스 시스템인 RubBase를 개발하였다. RubBase의 특징, 기대 효과 및 주요기능은 다음과 같이 요약할 수 있다.

### 1. 특징 및 기대효과

- 1) 고무물성 및 고무부품 특성에 관한 데이터베이스 구축
- 2) 데이터 조작 및 제어를 위한 GUI 개발
- 3) 고무부품의 설계에 활용
- 4) 실험데이터 축적에 따른 시간 및 경비 절감
- 5) 실험데이터의 사장 방지

### 2. 주요기능

- 1) 검색 : 데이터 찾기, 인쇄
- 2) 편집 : 데이터 추가, 삭제, 저장, 취소
- 3) 고무부품의 재질과 고무물성 데이터의 연계
- 4) 비선형 재료상수에 대한 Curve Fitting 프로그램 연계
- 5) 보안장치

고무 데이터베이스 시스템은 방대한 실험 데이터를 저장하고 효율적인 활용을 가능하게 하며, 실험 데이터의 손실을 방지할 뿐만 아니라 실제 실험 데이터가 없는 경우에도 고무의 특성을 예측할 수 있는 장점을 가지고 있다. 더욱 효과적인 고무 데이터베이스 시스템을 구축하기 위해서는 먼저 현장에서 정리되지 않은 많은 데이터들을 데이터베이스화하는 것이 필요하며, 사용자의 활용 후에 대한 의견이 피드백(Feedback)되어 데이터베이스 시스템을 보완하는데 반영되는 것이 중요하다고 사료된다.

# 여 백

## 제7장 결 론

본 연구과제의 수행으로 얻어진 주요 결과 및 결론은 다음과 같다.

- 1) 고무 재료의 비선형 특성을 나타내는 재료상수 결정 방법과 재료시험 방법을 정립하였으며, 각 시편의 형상과 실험 오차를 유한요소해석과 실제 시험을 통하여 분석·검토하였다.
- 2) 자동차 방진고무에 주로 사용되는 6가지 다른 고무 재료에 대한 재료시험을 실시하여 비선형 상수를 결정하였으며, 고무 부품에 대한 각종 특성 값과 함께 일반 PC에서 사용할 수 있는 범용 DBMS 이용한 고무 부품 설계자에게 필수적인 실용적인 Data Base를 구축하였다.
- 3) 고무 재료 및 부품의 피로수명 평가를 위한 장구형 시험편을 설계하였으며, 유한요소해석과 피로시험을 통하여 하중-수명, 변형률-수명, 변형에너지-수명 관계선도를 구하여 피로수명설계를 위한 기반을 구축하였다.
- 4) 각종 자동차용 방진고무(Strut Rubber Insulator, T/M Rubber Mount, Lower Arm Bush 등)의 비선형 유한요소해석을 통하여 변형 및 강성을 예측하여 신제품 개발 시 소요되는 시간과 경비를 절감하였으며, 해석 결과는 시작품에 대한 시험 결과와 잘 일치함을 검증하였다.
- 5) 고무-고무 및 고무-금속 간의 트라이볼로지적 특성 평가를 위한 마찰·마모 시험기를 설계·제작하여 마찰계수 및 마모 특성 Data를 확보하였으며, 부품 설계 시 중요한 자료로서 활용할 수 있게 되었다.
- 6) 고무부품의 비선형/대변형 유한요소해석을 전용프로그램(전·후 처리기 및 Solver)을 PC용으로 개발하여 CAE 기술의 고도화 및 경비 절감을 꾀하였다.  
본 연구를 통해서 얻어진 성과를 통하여 고무류 기계부품의 통합 설계 시스템을 구축하기 위한 기반을 다지며 고무류 기계부품 개발에 소요되는 시간과 경비를 절감하고 개발된 제품의 품질 고도화를 꾀하여 관련 기술의 일류화를 달성하고 국제 경쟁력을 확보하는데 기여할 것으로 기대되며, 아래의 성과 활용이 예상된다.
  - 고무류 기계부품 (자동차 방진고무류)의 CAE 달성을 기반 구축
  - 국내 고무 해석·설계 기술에 관한 관심 및 인식 고조, 관련 기술 고도화

- 자동차 및 철도차량 고무부품의 기술고도화 및 국산화에 기여
- 고무 부품 국산화 개발에 관련된 연구과제 창출
- 비선형 유한요소해석 기술을 활용함으로서 시작 금형 제작 비용 절감 및 신제품 개발에 적극 대응 및 개발 소요기간 단축

## 참고문헌

- 1.1 Korean Rubber Industry, Proceedings of IRC'99 Seoul, p. 21
- 1.2 일본 고무협회 창립 70주년 기념 좌담회, "고무의 미래", 1998, 고무협회지
- 1.3 ISO/TC 45 (고무 및 고무제품) 활동 보고 자료, 1997
- 2.1 Frederick R. Eirich "Science and Technology of Rubber", Academic Press, 1978
- 2.2. L. Treloar, "The Physics of Rubber Elasticity", 3rd ed., Clarendon Press, 1975.
- 2.3. Alan N. Gent "Engineering with Rubber", Hanser Publishers, 1992.
- 2.4. 阿波根 朝浩 "고무力學入門", 日本고무協會誌, 제69권 제 3호, pp. 44 ~56, 1996.
- 2.5. "基礎 고무技術", 韓國 고무學會 編, 1983.
- 3.1 박 현철, 윤 성기, "가황고무의 변형에너지 함수를 통한 재료의 특성화 방법에 관한연구", 대한기계학회논문집, 제16권, 제7호, pp. 1341 ~ 1350, 1992.
- 3.2 M.S. Gadala, "Alternative Method for the Solution of Hyperelastic problems with Incompressibility", Computer and Structure, Vol. 42, pp. 1 ~ 10, 1992.
- 3.3 Pero Raos, Yong Yi Ziiu, "Large Strains Analysis of Rubber-Like Materials FEM", Polimeri 14(6), pp. 290~296, 1993.
- 3.4 L.P. Smith, "The Language of Rubber-Introduction to the specification and testing of elastomers", Burrweworth-Heinemann, 1993.
- 3.5 R. P. Brown "Physical Testing of Rubber", 3rd Edition, Chapman & Hall, 1996.

- 3.6 "加硫ゴム 物理試験方法", 日本工業規格, JIS K 6301<sup>-1975</sup>.
- 3.7 "Standard Test Methods for Rubber Properties in Tension", ANSI/ASTM D412-80
- 3.8 "Standard Test Method for Rubber Property in Compression", ANSI/ASTM D395-78
- 3.9 ISO 1827<sup>(4)</sup>
- 3.10 "MARC User's Manual", MARC Analysis Research Corporation. 1996.
- 3.11 "Curve Fitting of Test Data", MRAC, Ver. 7.3, 1999.
- 4.1 Smith, E. H., Mechanical Engineer's Reference Book, 12th ed., 1994,  
p. 7/146
- 4.2 김완두, "고무부품 설계의 유한요소 해석 기술응용," KSME Vol. 38, No.  
12. 1998, pp. 42
- 4.3 Jankovich, E., Jomaa, M., "FE Stress Analysis of Rubber Automotive  
Parts Including Friction," SAE 910024
- 4.4 김현영, 우창수, 김완두, 이중원, "Computer Simulation of the Behavior of  
CV Joint Boot," IPC-8, 9531354, Vol. 2, pp. 353-358
- 4.5 신수정, 오수익, 이태수, "고무패드 성형법의 유한요소 모델링," KSME  
춘계학술대회논문집(I), 1997, pp. 331-336
- 4.6 김세호, 이형욱, 허훈외, "등속조인트 부트의 유한요소 해석 및 설계 변경  
에의 응용," SAE 추계학술대회9638206, 1996, pp. 323-328
- 4.7 MARC Analysis Reserach Corporation, Non-linear FEA of Elastomer,  
1996, p. 9
- 4.8 김완두, 우창수, 조성도성, "비선형 유한요소 해석을 이용한 부쉬형 방진고  
무의 변형 및 강성 예측," KSME 춘계학술대회논문집(A), 1999,  
pp. 907-912

- 4.9 김완두, 조성도성, “자동차용 원통형 방진고무의 변형 거동해석,” 자동차 테크노센터워크샵, 1999, pp. 317-324
- 4.10 김완두, 조성도성, “A Large Deformation Finite Element Analysis of the Rubber Diaphragm used in Accumulator,” IRC’99 Seoul, 1999, pp. 227-233
- 4.11 김완두, 우창수, 한승우, “자동차 Strut Rubber Insulator의 유한요소 해석 및 피로수명평가,” KSME 고체 및 구조역학부문 추계학술대회논문집, 1997, pp. 44-49
- 4.12 개정방진고무, 방진고무연구회편, 일본철도차량공업회, 1975, p. 7
- 4.13 MARC Analysis Research Corporation, vol. A User Information, 1994
- 5.1 K. Takeuchi, M. Nakagawa, H. Yamaguchi and T. Okumoto, "Fatigue test technique of rubber materials for vibration insulators and thier evaluation," International Polymer Science and Technology, Vol.20, No.10, 1993, pp. T/64-T/69
- 5.2 R. C. Liu, SAE Fatigue Design Handboos, 3rd ed., SAE, 1997, pp. 259-278
- 5.3 J. A. Bannantine, J. J. Comer and T. L. Handrock, Funsamentals of Metal Fatigue Analysis, PrenticeHall, 1990, pp. 239-260
- 5.4 H. Yamaguchi and M. Nakayama, “방진고무 재료의 내피로성 평가,” 풍 전합성기보, Vol.32, No.2, 1990, pp. 82-87
- 5.5 ASTM E-606-92, Standard Practice for Strain-Controlled Fatigue Testing, ASTM, 1996, pp. 520-534
- 6.1 John I. Viescas 저, 이영란 역, Running Microsoft Access for Windows 95 : 한글 액세스, 에프·원, 1996
- 6.2 이준화, 오지영 저, 한글 액세스 97 플러스 원, 대림, 1998

여 백

부록

여 백

## 부록A 온도변화에 따른 고무 특성

고무 및 고무제품은 사용하는 동안 물리적 성질이 저하되어 틈, 갈라짐, 또는 연화되어 누글누글해진다. 이러한 현상을 고무의 노화(aging)라 한다.

고무는 공기 중의 수분, 산소( $O_2$ ), 오존( $O_3$ ), 온도, 빛, 가스 등에 의하여 노화되는데, 최근에는 적외선 흡수 스펙트럼을 사용하여 노화로 인한 분자 구조의 변화가 연구되고 있지만 이들은 화학적으로 볼 때 온도, 오존, 빛의 작용에 의하는 것이 대부분이다.

본 연구에서는 온도에 의한 노화현상에 대해 설명하고, 실제 자동차용 엔진마운트의 온도변화에 따른 특성변화를 알아보았다.

### 1. 고무의 열노화(熱老化)

고무에 열을 장시간 가하면 고무의 성질이 변화되어 인장강도 및 신장을 저하되고 경화(硬化) 또는 연화(軟化)되며, 굴곡저항이 저하되고 압축영구줄음율이 증대되며 표면에 점성 또는 균열이 발생되는 등 물성변화가 나타난다. 이러한 물성의 변화는 원료 고무나 배합에 따라 달라지는데 고무의 내열성은 매우 중요한 물성으로서 오래 전부터 가황 방법이나 노화 방지제 등에 관해 연구되어지고 있다.

그러나 중합체 자체에 의존하는 경우가 압도적으로 많으며 최근에는 점차 새로운 중합체가 개발되어 내열성이 우수한 것이 시판되고 있으나, 금속재료에 비하여 내열성이 극히 낮다는 점이 고분자 물질의 큰 결점의 하나이다.

#### 1.1 각종 고무의 열분해

원료 생고무에 온도를 점차 상승시키면 경화되거나 연화된 다음에 탄화(炭火)되어 마지막에는 타서 재가되는데, 온도를 상승시키면 갑자기 열분해가 심하게 되어 무게가 감소되는 온도를 열분해(熱分解) 온도라고 한다.

열분해 온도는 중합체에 따라 달라지지만 고무는 거의가 300~450 °C에서

완전히 재가 된다. 열분해를 조사하는 방법으로는 온도를 상승시킴과 함께 시료의 무게를 측정하는 열중량분석(TGA)과 온도를 올릴 때 시료의 이상(異常) 열변화를 조사하는 시차(示差)열분석(DTA)을 많이 사용하고 있다.

그림 A-1와 A-2에는 각종 고무의 열-중량변화 곡선과 시차열 곡선의 실험 결과를 나타내었다.

그림 A-2에서 중합체 중 가장 열분해 온도가 높은 것은 플루오르 고무(불소 고무)이고 다음이 실리콘 고무, 아크릴 고무 순이다.

실리콘 고무는 약간 저온에서 감량이 시작되는데 이것은 다른 중합체는 고무만인데 비하여 실리콘 고무는 컴파운드(compound)로 시판되고 있는 것을 사용했기 때문이다. 반대로 열분해가 낮은 것은 에피클로로히드린 고무(CHC), 천연 고무이다.

시차열 곡선은 고무에 따라 피이크(peak)의 위치와 크기가 다소 차이가 있으나 크게 2가지로 나눌 수 있다. 하나는 열분해가 시작되는 온도 이하에서 발열 피이크가 확실하게 인정되는 것이 있고 다른 하나는 거의 인정되지 않는 것이다. 고무의 열분해 온도 이하에서의 발열 피이크는 산화에 의한 것으로 추정되고 고무의 내열노화는 이 피이크가 아니지만 고온 쪽에 있는 것이 바람직하다.

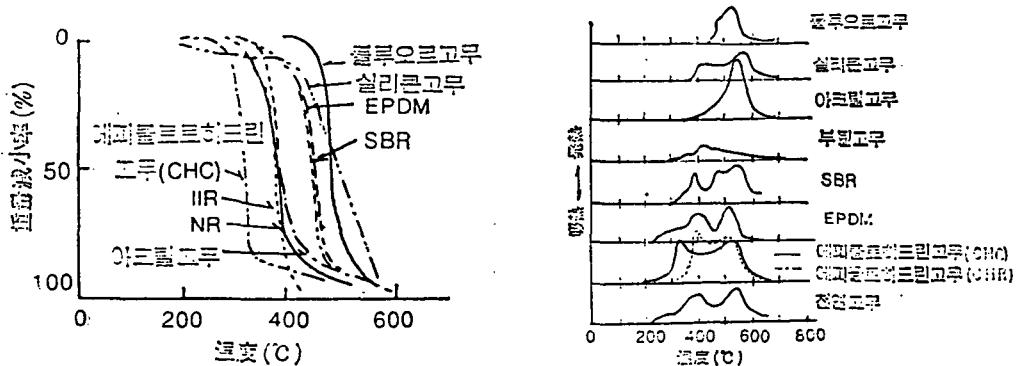


그림 A-1 각종 고무의 열-중량변화 곡선      그림 A-2 각종 고무의 시차열곡선  
그림 A-1 및 A-2에서 내열성을 분류해 보면 그림 A-1에서 50%의 무게가

감소하는 온도를 구하고 이 온도를  $400^{\circ}\text{C}$  이상과 이하로 구분한다.

한편 그림 A-2에서 발열 피이크의 분해가 시작하는 온도 이하에 존재 하는지 또는 존재하지 않는지로 구분하여 그 결과를 표 A1에 요약하였다.

플루오르 고무나 실리콘 고무는 열분해 온도도 높고 산화 피이크도 없는 것으로서 일반적으로 알려져 있는 것처럼 열에 안정한 중합체임을 알 수 있었으며, 에피클로로히드린 고무(epichlorohydrin rubber)나 아크릴 고무는 열분해도는 높지 않지만 분해 온도 이하에서 산화의 발열 피이크가 존재하지 않기 때문에 실용상으로는 내열성이 우수한 중합체로 평가된다.

천연 고무는 아크릴 고무와 분해 온도가 거의 같음에도 불구하고 커다란 산화 피이크가 있으며 내열성에 대한 천연 고무와 아크릴 고무와의 차이는 이 산화 반응으로 생긴다.

표 A1 무게 감소와 발열 피이크로 본 분류

분해개시온도 이하에서의 발열피이크 유무	50% 무게 감소되는 온도	
	400 $^{\circ}\text{C}$ 미만	400 $^{\circ}\text{C}$ 이상
유	부틸 고무 ( $376^{\circ}\text{C}$ ) 천연 고무 ( $380^{\circ}\text{C}$ )	EPDM ( $443^{\circ}\text{C}$ ) SBR ( $442^{\circ}\text{C}$ )
무	에피클로로히드린 고무(CHC, $326^{\circ}\text{C}$ ) 에피클로로히드린 고무(CHR, $360^{\circ}\text{C}$ ) 아크릴 고무 ( $382^{\circ}\text{C}$ )	플루오르 고무( $480^{\circ}\text{C}$ ) 실리콘 고무 ( $496^{\circ}\text{C}$ )

## 1.2 열에 의한 노화와 물성 저하

그림 A-3에 일반적으로 내노화성이 좋은 몇 가지 가황 고무에 대하여 각 온도에 있어서의 인장특성의 변화를 나타내었다. 그림에서 보는 바와 같이 NR, BR, SBR은 100 °C 이상의 온도에서 사용하는 것은 무리임을 알 수 있다.

그림 A-4는 내유성 고무 가황물의 150 °C 열노화와 같은 시료를 No.3 기름에 담근 150 °C 노화 시험 때의 물성 저하를 나타내었다. 이 두가지를 비교하면 기름 중에서 강도 저하는 공기 중에서 보다 아주 적으며 특히 NBR, CR에서는 현저하다. 이것은 기름속에서는 공기와 접촉되지 않으므로 산화 노화가 일어나기 어렵고 강도 저하는 팽윤 효과가 크기 때문일 뿐 열 노화에 의한 효과는 적다는 것을 나타내고 있다.

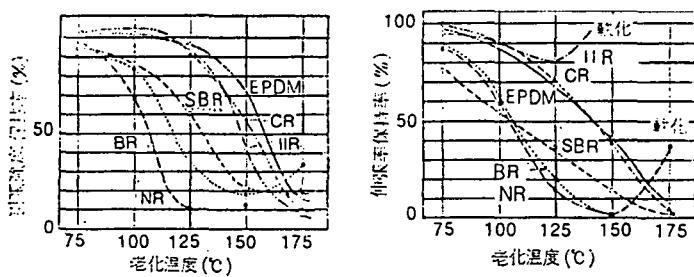


그림 A-3 각종 고무의 96시간 노화 후의 물성과 온도관계

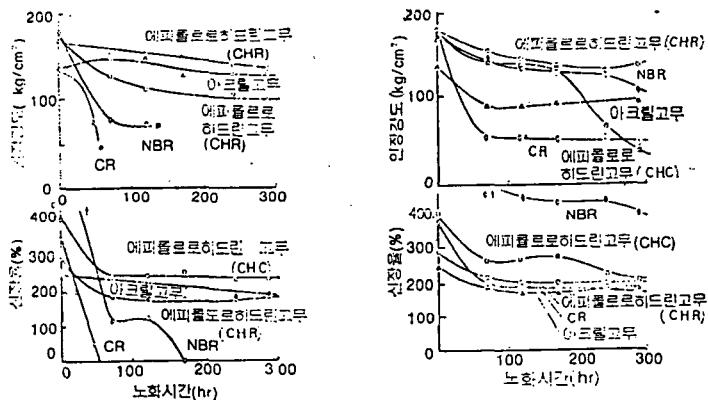


그림 A-4 내유성 고무의 150 °C 열노화 특성과 No.3 기름속의 열노화 특성

## 2. 엔진 마운트의 온도변화에 따른 특성변화

엔진 마운트가 자동차용 고무 부품 중 온도의 영향을 가장 많이 받는 것으로 확인됨에 따라 본 연구에서는 엔진 마운트의 온도변화에 따른 정특성 및 동특성과  $\tan \delta$ 의 특성변화를 확인하여 부품의 신뢰성을 검토하고자 한다.

시험에 사용된 엔진 마운트는 부시형 타입(Type A)과  $\Omega$  타입(Type B)의 hydro. type과 conv. type에 대해 시험을 실시 하였다.

시험온도는  $-10^{\circ}\text{C}$  ~  $80^{\circ}\text{C}$ 로 하여 정특성과 동특성 및  $\tan \delta$ 의 변화를 기준 규격과 비교 검토하였다.

시험결과, 온도증가에 따른 정특성의 변화는 hydro. type이 conv. type 보다 조금 강성이 강하게 나타났으나 두 type 모두 정특성 변화율은 그다지 크지 않고 모두 spec. 범위 내에 있음을 알 수 있었다.

Type A의 동특성 spec.은  $31\text{kg/mm}$  이하인데, 온도 증가에 따라 특성값이 다소 낮아지는 경향( $32.61\sim27.90\text{kg/mm}$ )이 있었으며, 변화율은 그다지 크지 않고 spec. 범위내에 있었다.

Type B의 동특성 spec.은  $27\text{kg/mm}$  이하이지만 idle 구간에서 특성이 크게 낮아져 차량 idle 측면에서 상당히 만족스러운 결과를 얻을 수 있었다.

$\tan \delta$ 의 변화는 온도 증가에 따라 Type A는  $0.52\sim0.42$ 로 기준 spec.인 0.4이상을 만족하였으나, Type B는  $0.7\sim0.38$ 로 온도 증가에 따라 감쇄력이 크게 저하되어 기준 spec.인 0.7이상을 만족하지 못해 차량 충격흡수(shock) 면에서 나쁜 영향을 미침을 알 수 있었다.

표 A2에 온도변화에 따른 엔진 마운트의 특성변화를 나타내었으며 그림 A-5~A-14에는 강성변화 곡선을 도시하였다.

표 A2 온도변화에 따른 엔진 마운트 특성

구 분	온 도	정특성 ( $K_s$ )						동특성 ( $K_d$ )						$\tan \delta$					
		-10	0	20	40	60	80	-10	0	20	40	60	80	-10	0	20	40	60	80
Type A	spec.	$130 \pm 15\text{kg}$						$130\text{kg}, 20\text{Hz} \pm 0.1\text{mm}$						$130\text{kg}, 11\text{Hz} \pm 0.5\text{mm}$					
	hydro. type	$K_s = 14.5 \pm 1.5\text{kg/mm}$						$K_d = 31\text{kg/mm} \downarrow$						$\tan \delta = 0.4 \uparrow$					
	conv. type	15.84	15.77	15.41	15.77	15.58	15.74	32.61	30.28	29.74	29.82	29.25	27.90	0.52	0.44	0.46	0.47	0.46	0.42
Type B	spec.	$1 \sim 5\text{mm}$						$58.6\text{kg}, 8\text{Hz} \pm 1\text{mm}$						$130\text{kg}, 8\text{Hz} \pm 1\text{mm}$					
	hydro. type	$K_s = 12.3 \pm 1\text{kg/mm}$						$K_d = 27\text{kg/mm} \downarrow$						$\tan \delta = 0.7 \uparrow$					
	conv. type	15.93	15.85	15.59	15.29	15.31	16.07	21.28	20.96	20.50	20.91	21.24	22.02	0.70	0.71	0.68	0.61	0.51	0.38

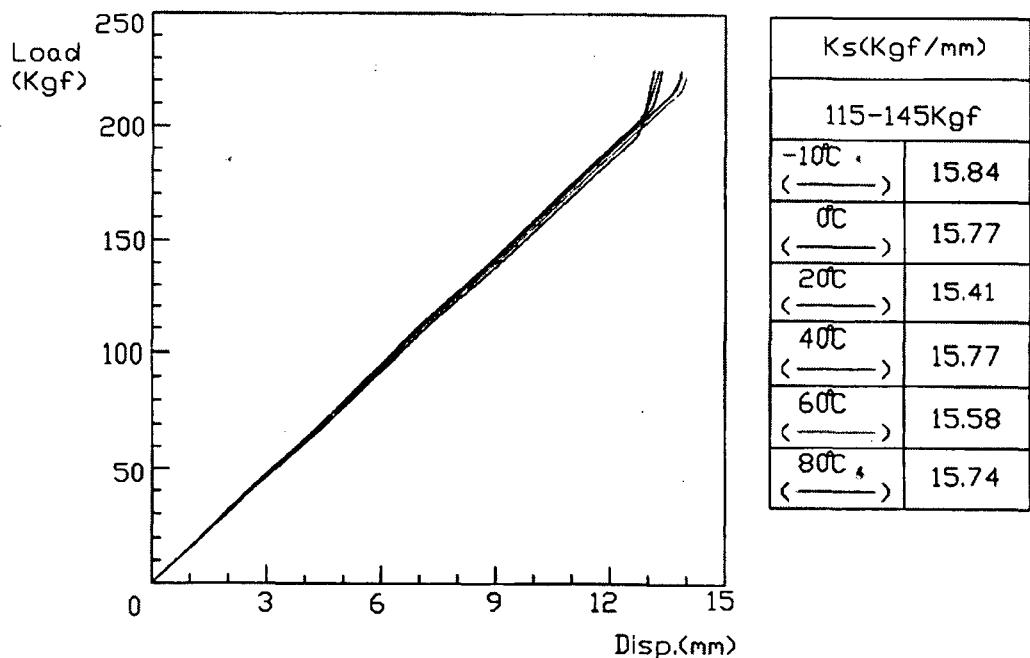


그림 A-5 Type A의 hydro. type의 정특성 곡선

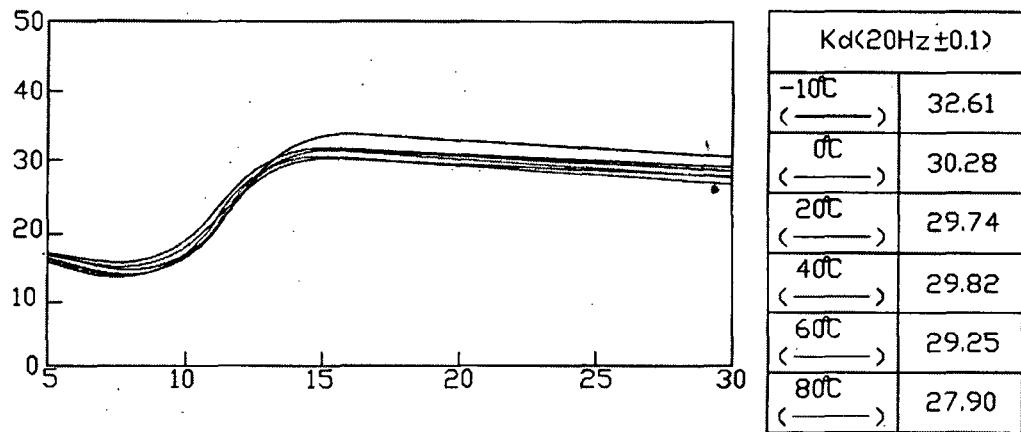


그림 A-6 Type A의 hydro. type의 동특성 곡선

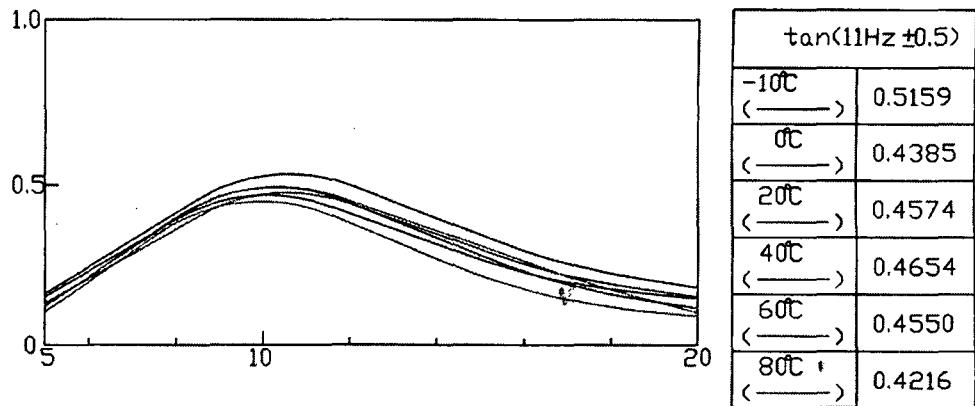


그림 A-7 Type A의 hydro. type의  $\tan \delta$  곡선

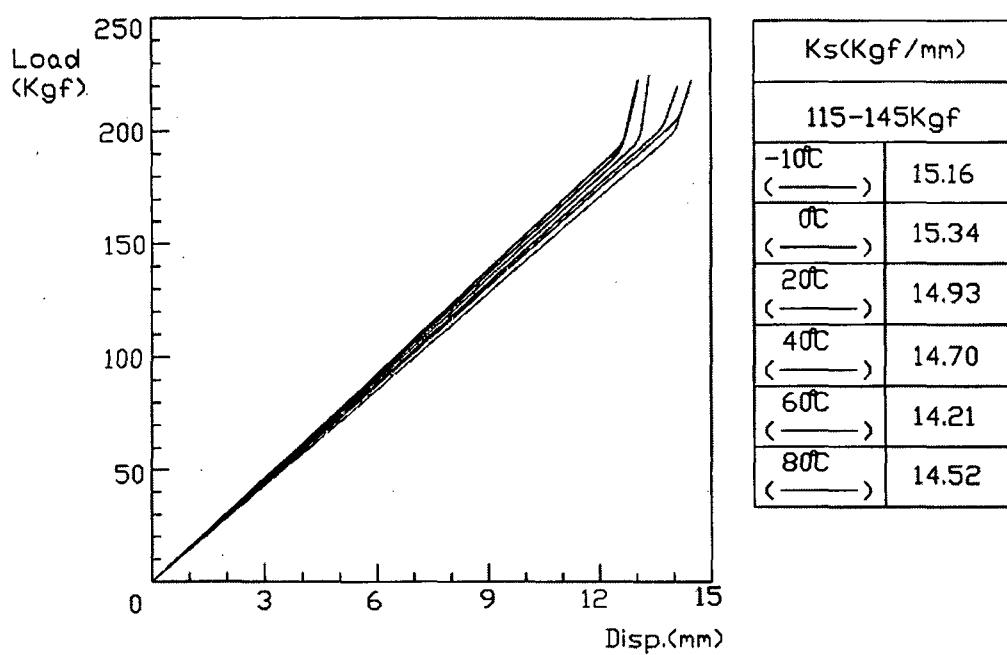


그림 A-8 Type A의 conv. type의 정특성 곡선

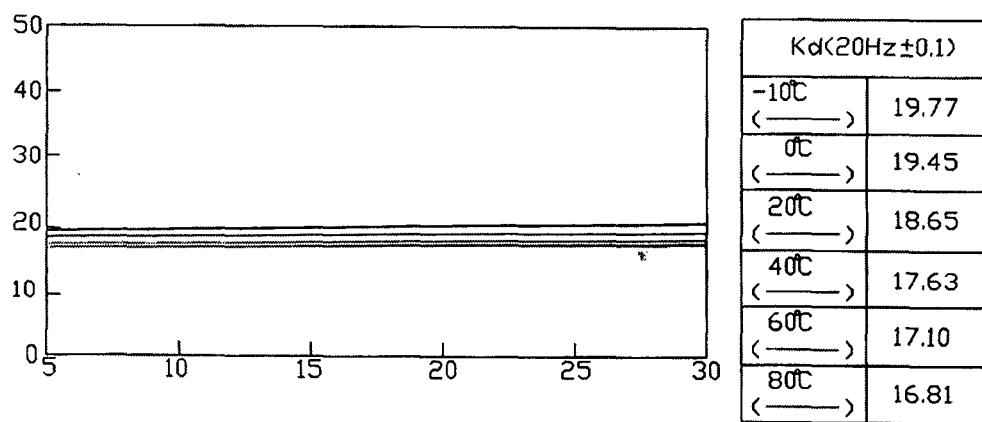


그림 A-9 Type A의 conv. type의 동특성 곡선

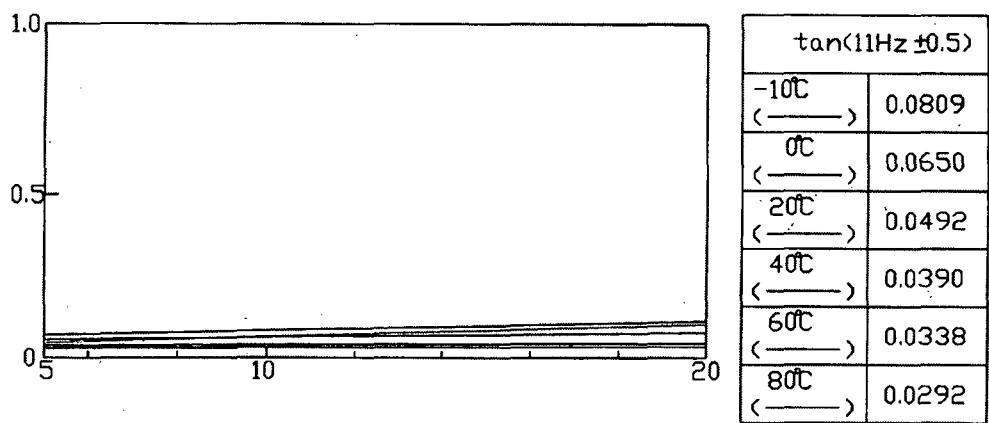


그림 A-10 Type A의 conv. type의  $\tan \delta$  곡선

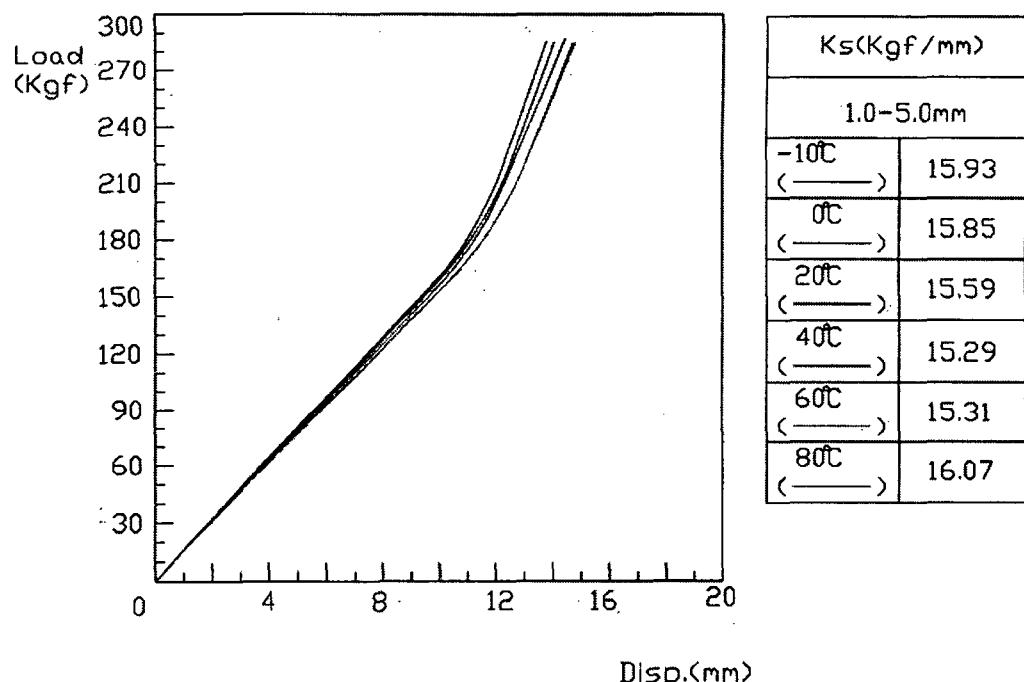


그림 A-11 Type B의 hydro. type의 정특성 곡선

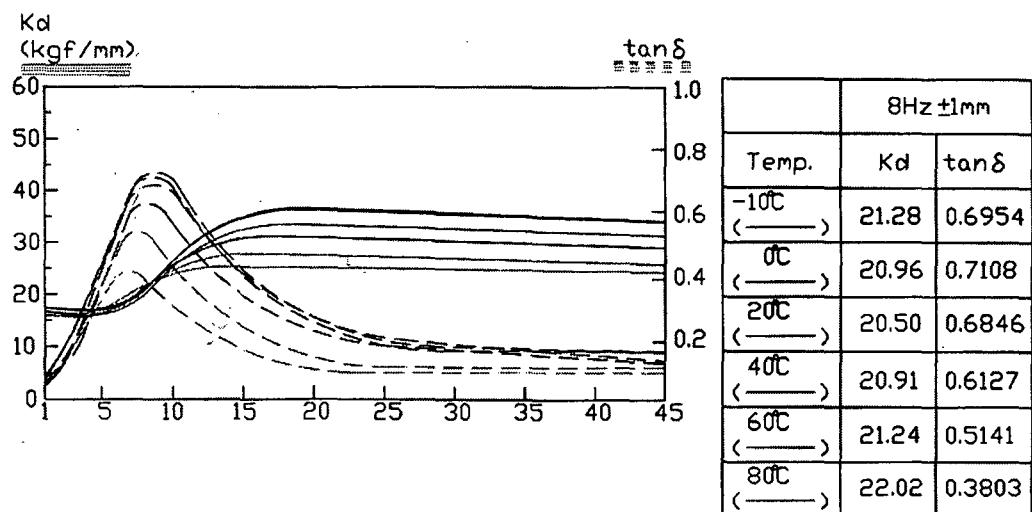


그림 A-12 Type B의 hydro. type의 동특성 및  $\tan\delta$  곡선

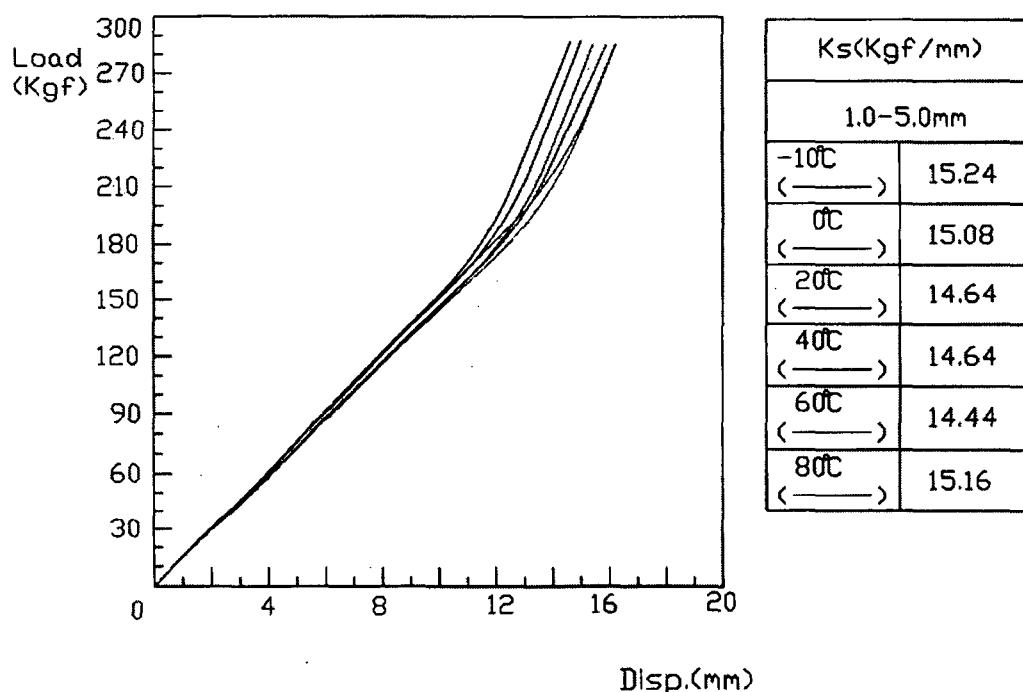


그림 A-13 Type B의 conv. type의 정특성 곡선

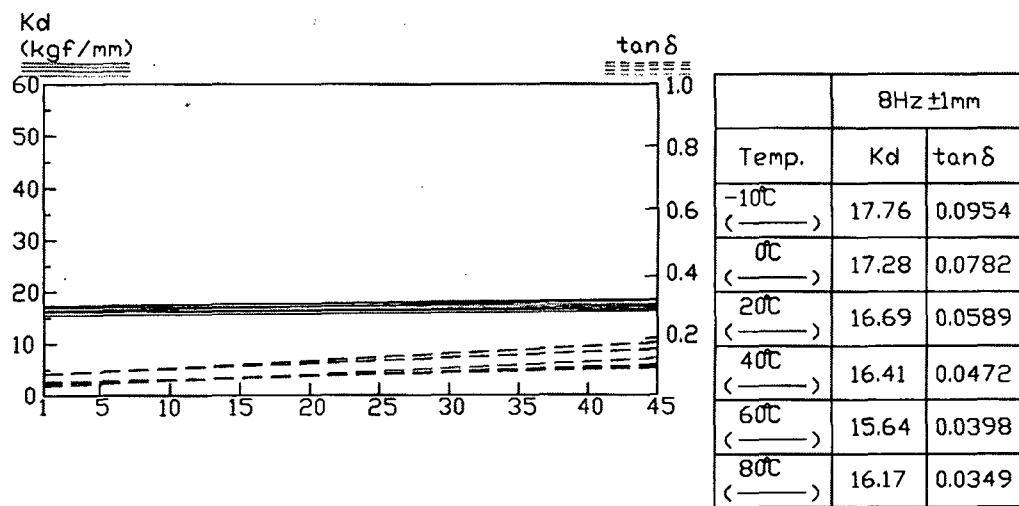


그림 A-14 Type B의 conv. type의 동특성 및  $\tan \delta$  곡선

여 백

위탁연구보고서

대변형(비선형) 유한요소 코드 개발

주관기관 한국기계연구원

위탁기관 강원대학교

연구책임자 : 김현영

공동연구원 : 김중재

연구조원 : 김호

여 백

## 1. 개요

### 1.1 과제 개요

- (1) 수행처 : 강원대학교 공과대학 기계공학과
- (2) 총 연구기간 : 1996. 11. 21 ~ 1999. 9. 20
- (3) 최종 연구목표 : 고무 부품에 대한 유한 요소 정식화 및 기본적인 코드 개발

### 1.2 개발 내용

본 연구 개발의 최종 목표는 초탄성 및 점탄성 거동을 보이는 방진 고무 부품에 대한 해석을 수행할 수 있는 독자적인 소프트웨어의 개발 및 실용화이다. 현재 3차년도 까지의 개발이 완료된 상태이며, 그 내용은 다음과 같다.

구분	내용
1	초탄성 변형 문제의 유한요소 정식화
2	2차원 평면 응력 문제에 대한 유한요소 코드 개발 및 검증
3	2차원 평면 변형, 축대칭 문제에 대한 유한 요소 코드 개발 및 검증
4	2차원 강체와 변형체 사이의 접촉 알고리즘 추가 및 검증
5	2차원 변형체와 변형체 사이의 접촉 알고리즘 추가 및 검증
6	2차원 메쉬 생성기 개발
7	2차원 전 처리기 개발 (Input generator)
8	2차원 후 처리기 개발
9	PC Base 2D 대변형 해석 코드 완성
10	3차원 문제 유한요소 정식화
11	3차원 문제 프로그램 개발 및 검증 해석

## 2. 2차원 free mesh 생성기 개발

### 2.1 서론

이차원 비선형 문제를 유한 요소법을 이용하여 해석하기 위해서는 복잡한 부품의 형상을 요소로 세분화해야 한다. 이와 같은 세분화 작업을 메쉬 생성이라 한다. 고체 역학 문제의 경우 요소는 사각형인 것이 바람직하므로 대개의 해석에서 4 절점 혹은 9 절점의 사각형 요소를 사용한다.

예전에는 메쉬 생성이 주로 mapping 법에 의해 이루어졌다. 즉 사용자가 형상을 몇 개의 4각형 패치로 나누고 각 패치의 변에 원하는 요소 밀도를 지정해 줌으로써 메쉬를 생성하는 방법을 사용해 왔다. 이와 같은 메쉬 생성법은 사용자가 메쉬를 생성하는데 필요한 시간이 매우 길고 해석 오차를 크게하는 요인이 되어 왔다. 특히 최근의 컴퓨터 하드웨어 발전은 비선형 문제의 경우에 대해서도 유한 요소 해석 시간을 크게 단축시켜 메쉬 생성에 필요한 시간이 전체 해석 시간의 대부분을 차지하게 되었다. 이와 같은 문제점들을 극복하기 위해서는 외곽 형상의 정보 만으로 free 메쉬를 자동 생성할 수 있는 전처리기가 필요하다. 다음 절에 본 연구에서 개발한 사각형 요소로 이루어진 메쉬의 자동 생성법을 소개하였다.

### 2.2 메쉬 생성

#### 1) 접근 방법

형상의 외곽 경계에 대해 요소 밀도가 지정되면, Laplace 방정식을 풀어 전체 형상, 즉 경계뿐 아니라 내부에 대한 요소 밀도를 구한다. 이 과정에 대해서는 요소 밀도 평가 부분에서 상술할 것이다. 이렇게 요소 밀도가 구해지면 그에 따라 외곽 경계의 절점을 생성하고 적절한 판단 기준에 의해 형상을 적당한 부위에서 둘로 나누고 그 경계 선에도 요소 밀도에 따라 절점을 생성한다. 나누어진 각각의 영역에 대해 이와 같은 작업을 계속하여 더 이상 나눌 수 없게 되고나면 각 영역은 4개 혹은 6개의 절점으로 이루어진 사각형이 된다. 4

절점 사각형은 이미 요소로서 적합하며 6절점 영역은 패턴 매칭(pattern matching)에 의해 몇 개의 사각형 요소로 나눌 수 있다. 이와 같은 방법에 대해 다음 절부터 단계별로 상술하였다.

## 2) 필요 조건

사각형 메쉬가 생성되기 위해서는 둘로 나누어지기 이전의 어떤 영역의 경계에 있는 절점의 총 수가 짹수개이어야 한다. 이를 위해서는 초기 형상 외곽 경계에 절점을 생성할 때는 물론 영역을 둘로 나눈 후 경계선에 절점을 생성할 때도 이 필요 조건을 만족하도록 해야 한다.

## 3) 형상의 표현

적절한 메쉬 생성을 위해서 CAD 프로그램등을 이용하여 작성한 형상의 외곽선을 직선과 원호로 이루어진 데이터로 표현한다. 이 작업은 CAD interface 프로그램등을 이용하여 행할 수 있다. 외곽 경계선의 꼭지점에는 사용자가 원하는 요소 밀도를 지정해 줄 수 있다. 이 값이 없는 경우 요소는 균일한 크기를 갖게 된다. 한편 본 연구에서 개발된 메쉬 생성기는 닫힌 영역에 대해 요소를 생성하도록 하였으므로 내부에 구멍이 있는 형상에 대해서는 Fig.2.1과 같이 두 개의 닫힌 영역으로 표현해 주면 된다. 각 닫힌 영역에는 생성될 메쉬의 재료 번호를 부여하게 되므로 다른 소재 간의 경계는 재료 번호에 의해 인식 된다.

## 4) 요소 밀도 계산

균일한 크기의 요소를 생성할 경우가 아니라면, 형상 내부의 요소 생성을 위해 경계뿐아니라 내부의 요소 밀도에 대해서도 평가를 해야 한다. 외곽 경계에 주어진 요소 밀도에 의해 내부의 밀도를 정하는 방법으로 적합한 것은 내부 밀도를 다음과 같은 Laplace 방정식을 풀어 얻는 것이다.

$$\nabla^2 u = 0, \text{ in } \Omega \quad (2.1)$$

위 식에서  $u$ 는 요소 밀도,  $\Omega$ 는 영역을 나타낸다. 위 식에 대한 경계 조건은

$$\frac{\partial u}{\partial n} = 0 \quad \text{on } \Gamma \quad (2.2)$$

이 된다. 위 식에서  $\Gamma$ 는 계산 영역의 경계,  $n$ 은 경계의 법선 단위 벡터를 나타낸다. 즉 위의 식들과 함께 외곽에 주어진 요소 밀도를 경계 조건으로 하여 위의 식을 풀어 내부의 밀도를 얻는 것이다. 이와 같은 방법의 장점은 첫째 Laplace 방정식을 만족하는 해는 전체 영역에서 연속이고 미분가능하다는 것이다. 즉 요소 밀도가 전체 영역에서 급격한 변화없이 잘 정의된 값을 갖는다는 것이다. 두 번째는 위의 식을 유한 요소법에 의해 풀 수 있다는 것이다.

유한 요소법에 의해 요소 밀도를 풀기 위해서는 영역을 유한 요소로 나누어야 하는 문제가 있는데 여기서는 다음과 같은 방법을 사용하여 그 문제를 해결한다. 우선 Fig. 2.2 (a)와 같이 요소 밀도를 평가하고자 하는 형상을 포함하는 최소의 사각 박스를 설정하고 그 것을 정해진 수의 사각형 요소로 나눈다. 사각형 요소들 중 해석 영역과 관계없는 요소를 제거하면 그림 (b)와 같으므로 이러한 메쉬에 대해 해석을 시행한다. 본 연구에서는 해석의 정확도를 위해  $25 \times 25$ 개의 초기 요소를 사용하였다. (1.1)식을 부분 적분에 의해 유한 요소식의 형태로 나타내면 다음과 같이 된다.

$$\int \nabla^T N_i \cdot \nabla N_j u_j d\Omega = 0 \quad (2.3)$$

위 식에서  $N_i$ 는 요소내의 shape function,  $u_i$ 는 절점의 요소 밀도를 나타낸다. 위의 식을 모든 요소에 대해 결합하면 다음과 같은 전체 유한 요소 행렬식을 얻는다.

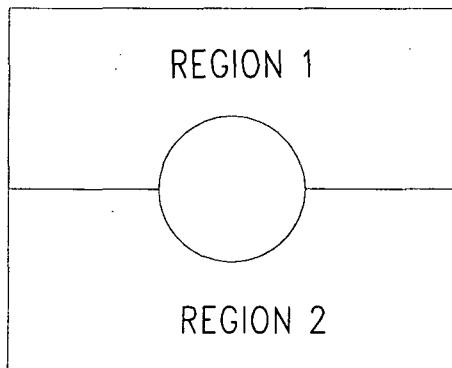
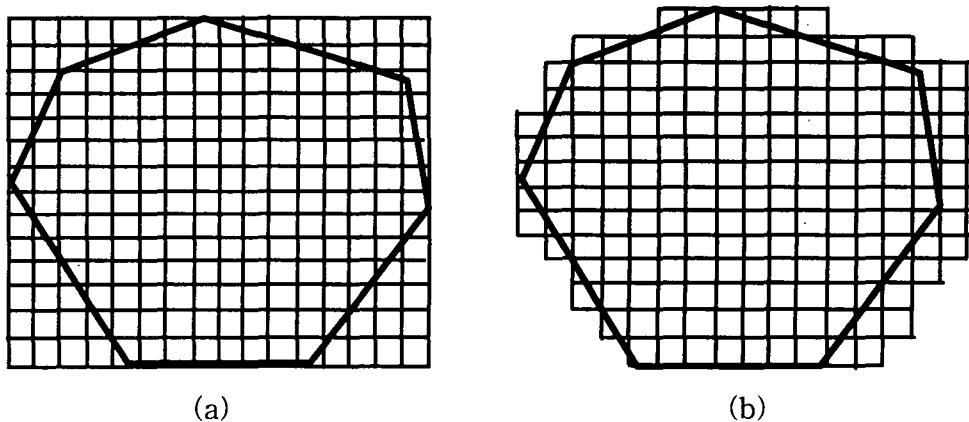


Fig. 2.1 Deviding the region with hole for mesh generation



(a) an object and pre-sampled grid points (b) the active grid points

Fig. 2.2 Finite element mesh for density evaluation

$$\mathbf{KU} = 0 \quad (2.4)$$

한편 형상 외곽에 주어진 요소 밀도 값은 유한 요소 식에서는 절점에 대해  
주어져야 하므로 요소 밀도가 주어진 점에서 가장 가까운 절점으로 밀도값을  
옮긴 후 경계 조건으로 사용한다. 이상의 조건에 대해 요소 밀도를 구하면  
그 결과 값을 외곽 경계의 절점과 영역 분할 후 경계선의 절점을 생성하는데  
사용할 수 있다.

## 5) 절점 생성

절점 생성 과정은 두 단계로 진행된다. 첫 번째 단계에서는 하나의 외곽 곡선(직선 또는 원호)에 대해 생성될 절점의 수를 결정하는 것이고, 두 번째 단계는 절점을 요소 밀도에 따라 곡선에 분포시키는 것이다. 우선 절점수는 외곽 경계 혹은 영역 경계선의 요소 밀도에 따라 계산된다. 요소 밀도와 생성될 절점의 수 사이에는 다음 관계가 있다.

$$\int_{\tau} u(s) ds = R \simeq N-1 \quad (2.5)$$

위 식에서  $R$ 은 적분 결과,  $N$ 은 양 끝점 사이에 생성될 절점의 수,  $u(s)$ 는 경계선의 요소 밀도 함수,  $\tau$ 는 경계선,  $ds$ 는 경계선을 따른 곡선 길이의 미분을 나타낸다. 위에서  $R$ 은 실수 값이 되므로 가장 가까운 정수 값으로  $N-1$ 의 값을 택한다. 또 앞에서 언급한 필요 조건과 같이 사각형 요소의 생성을 위해서는 전체 경계선의 절점수가 짹수이어야 한다. 이 점을 고려하여 외곽 경계선에 대한 평가를 모두 마친 후에는 절점수를 검토하여 조건이 만족되지 않는 경우 가장 오차가 큰 곡선의 절점 수를 조정하여 필요 조건을 만족시키도록 한다.

절점을 곡선에 분포시키는 과정은 다음 식을 따른다.

$$u(s)ds = A d\xi = \text{constant} \quad (2.6)$$

위 식에서  $d\xi$ 는 절점이 균일하게 분포된 계산 공간에서의 곡선 미분이며 ( $d\xi = \text{const}$ ),  $A$ 는 비례 상수이다. 위 식에 의해 요소를 생성하면 실수를 정수화한데 따른 오차를 전체 절점 사이에 고르게 분포시키므로 만족스러운 결과를 얻을 수 있다.

식 (2.6)은 다음과 같은 이차 미분 방정식으로 표현할 수 있다.

$$\frac{d}{d\xi} \left( u(s) \frac{ds}{d\xi} \right) = 0 \quad (2.7)$$

경계 조건은 시작점에서  $s=0$ , 끝점에서  $s=\text{total length}$  이다. 위의 방정식은 반복법에 의해 풀 수 있다.

## 6) 영역 분할 판단 조건

지금까지의 과정에 의하면 영역 경계는 생성된 절점들에 의해 정의된다. 이와 같은 영역을 분할하기 위해서는 영역 경계의 절점들 중 적절한 절점 짹을 선택해서 그 두 절점을 연결하는 직선을 분할선으로 선택해야 한다. 분할선을 결정하는 절점 짹의 선택은 마지막 메쉬의 형태에 크게 영향을 미치므로 그 판단 기준이 적절해야 한다. 분할선의 판단에 고려해야 할 기하학적인 인자들을 Fig. 2.3에 보였다. 그림에서  $\alpha_i$ 는 절점  $i$ 와 관련된 각도이며,  $\gamma_{ij1}$ ,  $\gamma_{ij2}$ 와  $\gamma_{ji1}$ ,  $\gamma_{ji2}$ 는 절점  $i$ 와  $j$ 에 대한 분할 각들이다. 두 절점에 의한 분할의 적합도는 다음과 같은 식에 의해 판정한다.

$$\delta_{ij} = \sum_{k=1}^2 \left[ \left( \frac{\alpha_i}{2} - \gamma_{ijk} \right)^2 + \left( \frac{\alpha_j}{2} - \gamma_{jik} \right)^2 \right] \quad (2.8)$$

여기서는 다음과 같은 판단 기준을 사용하였다.

- (i) 만약  $\alpha_i$ 가 90도보다 작으면 이 절점은 분할 짹의 선택 후보에서 제외한다.
- (ii) 만약 절점 짹의 분할각들 ( $\gamma_{ij1}$ ,  $\gamma_{ij2}$ ,  $\gamma_{ji1}$ ,  $\gamma_{ji2}$ ) 중 60도보다 작은 것이 있으면 후보에서 제외한다.
- (iii) 위의 두 조건을 모두 통과한 절점 짹들 중  $\delta_{ij}$ 가 가장 작고, 두 절점 간의 거리가 가장 가까운 절점 짹을 분할선의 양끝점으로 선택한다.

이 때 선택된 절점 짹에 의한 분할선이 경계선과 교차하지 않는지 판단한다. 만약 경계선과 교차하면 두 번째 최선의 짹을 선택한다. 이상의 과정에 의해 분할선이 선택되면 분할선에 대해 절점을 생성하고 영역을 두 개의 절점 그룹으로 분리한 후 각 그룹에 대해 분할을 계속한다.

## 7) 패턴 매칭

분할이 완료되고 나면 분할된 영역은 4개 혹은 6개의 절점으로 이루어진 사각형이 된다. 4개의 절점으로 이루어진 영역은 요소가 되며 6개의 절점으로 이루어진 영역은 다시 4개의 절점으로 이루어진 영역으로 나누어야 한다. 6개의 절점으로 이루어진 사각형 영역은 Fig. 2.4 (a)와 같은 3개의 패턴으로 나

타낼 수 있으며 각각의 패턴은 그림 (b)와 같이 몇 개의 사각형 영역으로 나눌 수 있다. 이상의 과정에 의해 모든 영역은 사각형 유한 요소로 분할된다.

## 8) 형상 개선과 bandwidth 최소화

패턴 매칭까지 완료된 후 요소들의 형상은 상당히 왜곡되어 있다. 이런 요소의 왜곡을 제거하고 요소의 형상을 개선하기 위해서 Laplacian smoothing 알고리즘을 사용한다. 즉 절점의 위치를 주변 관련 절점 위치의 평균 위치로 이동시키는 것이다. 이 과정에서 전체 절점에 대해 이동을 하고나면 다시 평균 위치가 바뀌므로 이와 같은 과정을 몇 회 반복하는 것이 좋다. 이 연구에서는 5회의 반복을 행하였다. 실제로 3회 이상의 반복에서는 절점의 전체 이동량이 크게 감소하는 것을 알 수 있다.

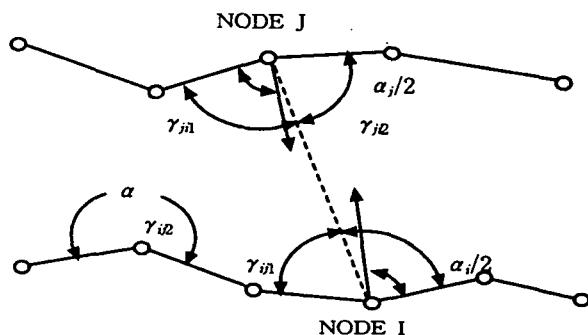


Fig. 2.3 Schematic illustration of the geometric entities associated with the splitting criteria

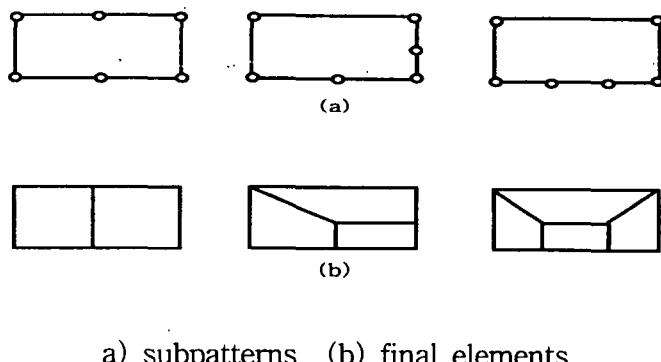
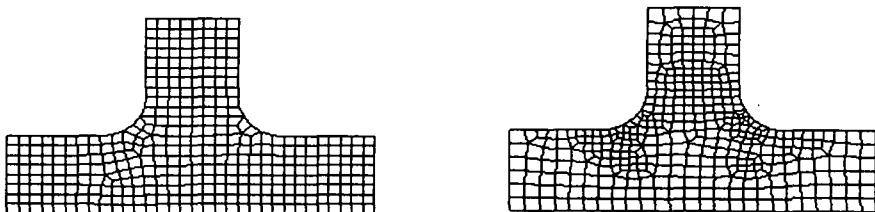


Fig. 2.4 The three subpatterns that are used to generate the final elements

생성된 절점과 요소의 유한 요소 행렬은 bandwidth가 뭍시 크다. 따라서 유한 요소법에 의한 계산량을 고려하여 메쉬의 bandwidth를 줄여 주는 것이 필요하다. 본 연구에서는 제안된 많은 방법 중 Collins의 방법을 사용하였다.

### 2.3 요소 생성 예

여기서는 전술한 알고리즘에 따라 개발한 전처리기를 이용해 몇 가지 예에 대해 메쉬를 생성하여 그 타당성을 검토하였다. Fig. 2.5에 보인 것은 일반적인 T형 형상에 대해 생성된 메쉬이다. 그림 (a)의 경우는 약 400개의 균일한 요소로 메쉬를 생성하도록 한 것이다. 본 연구에서 개발한 전처리기는 지정한 영역에 대해 생성되기를 원하는 요소 수를 지정할 수 있도록 하였다. 그럼 (b)의 경우는 응력 집중을 고려하여 필렛 부위의 상대 요소 밀도를 2배로 하고 같은 수의 요소가 생성되도록 한 경우이다. 두 경우 모두 유한 요소 모델로 사용하기에 적합한 것으로 볼 수 있다.



(a) uniform density given

(b) higher density given near fillet

Fig. 2.5 Generated mesh for T-shaped structure by developed pre-processor

### 3. 초탄성 문제 유한 요소 정식화

#### 3.1 비선형 고체 역학 문제의 해석

유한요소법을 이용하여 정적인 고체 역학 문제를 해석할 경우, 만약 소재가 선형 탄성 거동을 보이고, 각 절점의 변위가 매우 작으며, 경계 조건이 하중을 가하는 동안 변하지 않는다면 가상일의 원리에 의해 다음과 같은 행렬 평형 방정식을 얻을 수 있다.

$$KU = R \quad (3.1)$$

위식에서  $R$ 은 절점력 벡터로 체력  $R_B$ , 표면력  $R_S$ , 초기 응력에 의한 힘  $R_C$  및 집중 하중에 의한 힘  $R_I$ 의 합이다. 각각은 다음과 같이 주어진다.

$$R = R_B + R_S - R_I + R_C$$

$$R_B = \sum_m \int_{V^{(m)}} H^{(m)T} f^{B(m)} dV^{(m)} \quad (3.2)$$

$$R_S = \sum_m \int_{S_1^{(m)}, \dots, S_q^{(m)}} H^{S(m)T} f^{S(m)} dS^{(m)}$$

$$R_I = \sum_m \int_{V^{(m)}} B^{(m)T} \tau^{I(m)} dV^{(m)}$$

또  $K$ 는 강성 행렬로 다음과 같이 주어진다.

$$K = \sum_m \int_{V^{(m)}} B^{(m)T} C^{(m)} B^{(m)} dV^{(m)} \quad (3.3)$$

위 식에서 위첨자  $m$ 은 요소를 나타내며,  $H$ 는 shape function,  $B$ 는 변위-변형률 관계,  $C$ 는 변형률-응력 관계를 나타내는 행렬이다. 위 식으로부터 절점 변위 벡터  $U$ 를 계산할 수 있다. 한편 위식을 이용하여 비선형 문제를 직접 해석할 수 없는 이유는 다음과 같다.

- (i) 강성 행렬  $K$ 와 절점력 벡터  $R$ 에 대한 적분을 요소의 원래 면적에 대해 행하므로 변위가 큰 경우 사용할 수 없다.
- (ii) 일정한  $B$ 와  $C$  행렬을 사용하므로 비선형 거동을 보이는 소재에 대해서는 사용할 수 없다.

(iii) 하중이 가해지는 도중 경계조건이 바뀌는 접촉 문제의 경우 사용할 수 없다.

일반적인 비선형 문제의 해석은 작용 하중에 대한 물체의 평형 상태를 찾는 것이다. 작용 하중이 시간의 함수로 주어진다고 가정하면 유한 요소에 의해 표현된 물체의 평형 상태는 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$${}^tR - {}^tF = 0 \quad (3.4)$$

위 식에서 좌측 위첨자는 물리량이 발생한 시간 즉 배치를 나타낸다. 따라서  ${}^tR$ 은 시간  $t$ 에서의 외부 하중이며  ${}^tF$ 는 시간  $t$ 에서의 내부 응력에 의한 절점 하중을 나타낸다. 이 때

$${}^tR = {}^tR_B + {}^tR_S + {}^tR_C \quad (3.5)$$

이며 현재 응력을 초기 응력이라고 보면,  $R_I = {}^tF$ 이다. 즉,

$${}^tF = \sum_m \int {}^tV^{(m)} B^{(m)T} {}^t\tau^{(m)} {}^t dV^{(m)} \quad (3.6)$$

이 된다. 여기서 일반적인 대변형 해석의 경우에는 시간  $t$ 에서의 응력뿐 아니라 물체의 부피도 미지의 값이다. 비선형 거동의 해는 하중이 가해지는 모든 이력 동안 (3.4)식으로 주어지는 평형 방정식을 만족하는 것이어야 한다. 가해지는 하중의 변화를 대개 시간에 따른 하중값으로 표현하게 되는데, 정해석의 경우 시간은 하중의 변화에 따른 물체 배치의 변화를 나타내기 위한 기준으로서 편의적으로 사용하는 가상의 값이 된다. 물체의 거동이나 배치가 하중이 가해지는 경로에 유관한 비선형일 경우, 평형 방정식을 해석 결과를 얻고자하는 전체 시간 범위에 대해 단계적으로 (incremental step-by-step) 풀어야 한다. 단계적인 해석법은 기본적으로 어떤 시간  $t$ 에서 해를 알고 있다고 가정할 때 적절하게 선택된 시간 증분  $\Delta t$  후의 해, 즉  $t + \Delta t$  시간의 해를 구하는 방법이다. (3.4)식으로부터  $t + \Delta t$  시간의 평형 방정식은 다음과 같다.

$${}^{t+\Delta t}R - {}^{t+\Delta t}F = 0 \quad (3.7)$$

여기서  ${}^{t+\Delta t}R$ 은 물체의 변형에 무관하다고 가정한다. 시간  $t$ 에서의 해를 알고 있으므로 내부 응력에 의한 하중을 다음과 같이 쓴다.

$${}^{t+\Delta t}F = {}^tF + F \quad (3.8)$$

위식에서  $F$ 는 시간  $t$ 에서  $t+\Delta t$  까지의 변위와 응력의 변화에 따른 절점력 증분을 나타낸다. 이 값은 접선 강성 행렬 (tangent stiffness matrix),  ${}^tK$ 에 의해 다음과 같이 근사할 수 있다.

$$F \doteq {}^tKU \quad (3.9)$$

위식에서  $U$ 는 절점 변위 증분 벡터이고, 접선 강성 행렬은 다음과 같이 정의된다.

$${}^tK = \frac{\partial {}^tF}{\partial {}^tU} \quad (3.10)$$

(3.8)과 (3.9)식을 (3.6)식에 대입하면 다음과 같은 결과를 얻는다.

$${}^tKU = {}^{t+\Delta t}R - {}^tF \quad (3.11)$$

위식을 풀면  $U$ 를 얻을 수 있고 따라서  $t+\Delta t$ 에서의 근사해는 다음과 같다.

$${}^{t+\Delta t}U \doteq {}^tU + U \quad (3.12)$$

그러나 위식으로 얻은 근사해는 (3.9)식의 근사에 의해 큰 오차를 가질 수가 있다. 따라서 실제에서는 충분히 정확한 해를 얻기 위해 반복 해법을 이용하여 해를 구한다. 유한 요소법에 쓰이는 대표적인 반복 해법은 Newton-Raphson 법에 기초한 방법들이다. Newton-Raphson 법에 쓰이는 식은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} {}^{t+\Delta t}K^{(i-1)}\Delta U^{(i)} &= {}^{t+\Delta t}R - {}^{t+\Delta t}F^{(i-1)} \\ {}^{t+\Delta t}U^{(i)} &= {}^{t+\Delta t}U^{(i-1)} + \Delta U^{(i)} \end{aligned} \quad (3.13)$$

(for  $i=1, 2, 3, \dots$ )

위 식의 초기 조건으로는 다음 값들이 사용된다.

$$\begin{aligned} {}^{t+\Delta t}U^{(0)} &= {}^tU \\ {}^{t+\Delta t}K^{(0)} &= {}^tK \\ {}^{t+\Delta t}F^{(0)} &= {}^tF \end{aligned} \quad (3.14)$$

### 3.2 INCREMENTAL TOTAL LAGRANGIAN FORMULATION

Lagrangian 해석에서 가상일의 원리에 의한  $t + \Delta t$  시간의 평형 방정식은 다음과 같다.

$$\int_{t+\Delta t}^{t+\Delta t} \tau_{ij} \delta_{t+\Delta t} e_{ij} d^{t+\Delta t} V = R^{t+\Delta t} \quad (3.15)$$

위식에서  $\tau_{ij}$ 는 Cauchy stress tensor,  $V$ 는 시간  $t + \Delta t$ 에서의 부피,  $\delta_{t+\Delta t} e_{ij}$ 는 가상 변위에 따른 변형률 텐서를 나타내며 다음식으로 주어진다.

$$\delta_{t+\Delta t} e_{ij} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial \delta u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \delta u_j}{\partial x_i} \right) \quad (3.16)$$

위식에서  $\delta u_i$ 는  $t + \Delta t$  시간의 물체 배치에 부가되는 가상 변위를 나타내며,  $x_i$ 는  $t + \Delta t$  시간의 물체점의 Cartesian 좌표를 나타낸다. 또

$$R^{t+\Delta t} = \int_{t+\Delta t}^{t+\Delta t} f_i^B \delta u_i d^{t+\Delta t} V + \int_{t+\Delta t}^{t+\Delta t} f_i^S \delta u_i^S d^{t+\Delta t} S_f \quad (3.17)$$

이며, 여기서  $f_i^B$ 는  $t + \Delta t$  시간의 단위 부피당 외력,  $f_i^S$ 는  $t + \Delta t$  시간의 표면 단위 면적당 traction,  $S_f$ 는 traction이 작용하는 표면,  $\delta u_i^S$ 는  $S_f$ 에서의 가상 변위를 나타낸다. 시간  $t + \Delta t$ 에서의 해를 (3.15)식을 이용하여 직접 구할 수 없는데, 그 이유는  $t + \Delta t$ 에서의 물체 배치가 미지이기 때문이다. (3.15)식에 쓰인 Cauchy 응력은 물체가 변형없이 단지 회전만 해도 그 값이 변하는 특성이 있어  $t + \Delta t$ 에서의 응력이 시간  $t$ 에서의 응력에  $\Delta t$  시간 동안의 물체 변형에 의한 응력 변화를 더한 값이 되지 않기 때문이다. 따라서 비선형 문제의 해석을 위해 내부 가상일을 정확히 표현할 수 있으면서, 물체의 강체 회전(rigid body rotation)에 대해서는 변화하지 않는 응력과 변형률을 사용한다. Second Piola-Kirchhoff 응력과 Green-Lagrange 변형률이 그 것이다. 이 두 가지를 사용하면 다음과 같이 표

현된다.

$$\int {}^0_V \delta^{t+\Delta t} {}^0 S_{ij} d^0 V = {}^{t+\Delta t} R \quad (3.18)$$

위 식에서 좌측 아래 첨자는 물리량을 측정하는데 사용된 기준 배치를 나타낸다. 즉  ${}^{t+\Delta t} {}^0 S_{ij}$  는  $t + \Delta t$  시간의  $S_{ij}$ 를 시간 0에서의 형상을 기준으로 측정한 값이다.  $S_{ij}$ 는 second Piola-Kirchhoff 응력을 나타내며 Cauchy 응력과 다음과 같은 관계가 있다.

$${}^t S = -\frac{^0 \rho}{^t \rho} {}^0 X {}^t \tau {}^0 X^T \quad (3.19)$$

또는 텐서로 나타내면 다음과 같다.

$${}^t S_{ij} = -\frac{^0 \rho}{^t \rho} {}^0 x_{i,m} {}^0 x_{j,n} {}^t \tau_{mn} \quad (3.20)$$

위식에서  ${}^0 X$  는 inverse deformation gradient를 나타내며 deformation gradient  ${}^t X$  는 다음과 같이 정의된다.

$${}^t X = \begin{bmatrix} \frac{\partial {}^t x_1}{\partial {}^0 x_1} & \frac{\partial {}^t x_1}{\partial {}^0 x_2} & \frac{\partial {}^t x_1}{\partial {}^0 x_3} \\ \frac{\partial {}^t x_2}{\partial {}^0 x_1} & \frac{\partial {}^t x_2}{\partial {}^0 x_2} & \frac{\partial {}^t x_2}{\partial {}^0 x_3} \\ \frac{\partial {}^t x_3}{\partial {}^0 x_1} & \frac{\partial {}^t x_3}{\partial {}^0 x_2} & \frac{\partial {}^t x_3}{\partial {}^0 x_3} \end{bmatrix} \quad (3.21)$$

또  $\epsilon_{ij}$  는 Green-Lagrange 변형률을 나타내며 다음과 같이 정의된다.

$${}^t \epsilon = \frac{1}{2} ({}^t X^T {}^t X - I) \quad (3.22)$$

또는

$${}^0 \epsilon_{ij} = \frac{1}{2} ({}^t u_{i,j} + {}^t u_{j,i} + {}^t u_{k,i} {}^t u_{k,j}) \quad (3.23)$$

위식에서  $I$ 는 단위 행렬을 나타낸다.

## 4. 2차원 접촉 문제 코드 개발 및 검증

### 4.1 유한요소 정식화

#### (1) 서론

접촉은 근본적으로 해석 전 확정된 경계 조건으로 주어지지 않는 것이 가장 큰 어려움이다. 지금까지 유한 요소법을 이용한 접촉 문제의 처리에 대한 많은 연구와 발전이 있었다. 현재는 특수한 경우를 제외한 모든 일반적인 접촉 문제가 해석되고 있다. 본 연구에서는 지금까지 개발되어 사용되고 있는 접촉 처리 알고리즘 중에서 일반적인 이차원 문제에 적용가능한 것을 사용하여 유한요소 코드를 개발하고자 하였다. 사용될 알고리즘은 강체-변형체, 변형체-변형체; sticking 혹은 sliding 조건; 물체 사이의 큰 상대 변위; 접촉과 분리의 반복 등의 조건에 대해 해석이 가능한 것이다.

#### (2) 접촉 문제의 정식화

접촉이 있는 문제는 다음과 같은 범함수를 이용한다.

$$\Pi_1 = \Pi - \sum_k W_k \quad (4.1)$$

위 식에서  $\Pi$ 는 접촉이 없는 경우의 incremental 평형 방정식에 대한 통상의 전체 포텐셜을 나타낸다.  $\sum_k W_k$ 는 접촉력에 의한 포텐셜 증분을 나타낸다. 이 항은 접촉 조건을 부가하기 위한 Lagrange multiplier로 볼 수 있다. 아래 첨자 k는 접촉이 일어난 절점을 나타낸다.

##### 1) Sticking 접촉에 대한 접촉력 포텐셜

이후 편의상 접촉 대상 두 물체를 contactor와 target으로 표현하며, 접촉의 처리는 contactor 절점이 target 세그먼트를 침범하지 못하는 것으로 한다.

Contactor 절점 k가 (i)번째 iteration에서 sticking 접촉을 한다고 고려되는 것은 다음 두가지 경우이다: (a) (i-2)번째 iteration에서 접촉 판정이 없었던

contactor 절점이  $(i-1)$ 번째 iteration에서 target을 침범한 경우 (b) 접촉 중의 마찰 저항이 슬라이딩을 막기에 충분한 경우. (a)의 경우  $(i)$ 번째 iteration 시작 때는 절점 k의 접촉력이 0이지만 침범이 제거되면서 접촉력이 발생한다. Fig. 4.1은 절점 A와 B로 이루어진 target 세그먼트 j와 절점 k가 접촉된 상태를 보인 것이다. 그림에서

$t + \Delta t \mathbf{x}_k^{(i-1)}, t + \Delta t \mathbf{x}_A^{(i-1)}, t + \Delta t \mathbf{x}_B^{(i-1)}$  : 절점 k, A, B의  $(i-1)$ 번째 iteration 후의 좌표 (global)

$t + \Delta t \mathbf{x}_C^{(i-1)}$  : 절점 k의 가상 접촉점 좌표 (global)

$\Delta_k^{(i-1)}$  : 침범

$d_j^{(i-1)}$  : 세그먼트 j의 길이

$r, s$  : target 표면을 따른 isoparametric 좌표 (local)

$\mathbf{n}_r, \mathbf{n}_s$  : target 세그먼트의 r, s 방향 단위 벡터

$\mathbf{i}, \mathbf{j}$  : x, y 방향의 단위 벡터 (global)

$\beta^{(i-1)}$  : 가상 접촉점의 위치를 나타내는 파라미터

절점 k에는 절점력  $t + \Delta t \lambda_k^{(i-1)}$  가 발생한다. 이 값에 대한 평가는 뒤 부분에 상술하였다. 이 때

$$t + \Delta t \lambda_k^{(i-1)} = t + \Delta t \lambda_{kx}^{(i-1)} \mathbf{i} + t + \Delta t \lambda_{ky}^{(i-1)} \mathbf{j} \quad (4.2)$$

가 된다. 또 접촉 형상으로부터

$$\Delta_k^{(i-1)} = t + \Delta t \mathbf{x}_k^{(i-1)} - t + \Delta t \mathbf{x}_C^{(i-1)} \quad (4.3)$$

$$d_j^{(i-1)} = \mathbf{n}_r^T [ t + \Delta t \mathbf{x}_B^{(i-1)} - t + \Delta t \mathbf{x}_A^{(i-1)} ] \quad (4.4)$$

$$\begin{aligned} \beta^{(i-1)} &= \bar{\mathbf{n}}_r^T [ t + \Delta t \mathbf{x}_C^{(i-1)} - t + \Delta t \mathbf{x}_A^{(i-1)} ] \\ &= \bar{\mathbf{n}}_r^T [ (t + \Delta t \mathbf{x}_k^{(i-1)} - \Delta_k^{(i-1)}) - t + \Delta t \mathbf{x}_A^{(i-1)} ] \end{aligned} \quad (4.5)$$

이다. 위식에서

$$\bar{\mathbf{n}}_r = \frac{\mathbf{n}_r}{d_j^{(i-1)}} = \bar{n}_{rx} \mathbf{i} + \bar{n}_{ry} \mathbf{j} \quad (4.6)$$

이다. 또 target 세그먼트의 양 끝 절점 A, B에는  $t+\Delta t \lambda_k^{(i-1)}$ 의 힘이 다음과 같이 분산되어 가해진다.

$$t+\Delta t \lambda_A^{(i-1)} = -(1 - \beta^{(i-1)}) t+\Delta t \lambda_k^{(i-1)} \quad (4.7)$$

$$t+\Delta t \lambda_B^{(i-1)} = -\beta^{(i-1)} t+\Delta t \lambda_k^{(i-1)} \quad (4.8)$$

절점 k, A, B의 (i)번째 iteration에서의 변위 증분을  $\Delta u_k^{(i)}$ ,  $\Delta u_A^{(i)}$ ,  $\Delta u_B^{(i)}$ 라 하면, 이 변위들에 의해 침범  $\Delta \lambda_k^{(i-1)}$ 가 제거되어야 한다. 또 이미 접촉이 이루어진 상태라면 접촉점 C는 iteration 동안 변하지 않는다. 따라서  $\beta^{(i)} = \beta^{(i-1)}$ 이다. (i)번째 iteration에서 절점 k의 접촉에 의한 포텐셜  $W_k$ 는

$$W_k = t+\Delta t \lambda_k^{(i)T} (\Delta u_k^{(i)} + \Delta u_k^{(i-1)}) + t+\Delta t \lambda_A^{(i)T} \Delta u_A^{(i)} + t+\Delta t \lambda_B^{(i)T} \Delta u_B^{(i)} \quad (4.9)$$

이며, 접촉력은

$$t+\Delta t \lambda_k^{(i)} = t+\Delta t \lambda_k^{(i-1)} + \Delta \lambda_k^{(i)} \quad (4.10)$$

이 된다.  $W_k$  위 식에서  $\Delta \lambda_k^{(i)}$ 는 절점 k에서 접촉력의 변화이다. 이상으로부터 포텐셜에 대해 정리하면

$$\begin{aligned} W_k = & t+\Delta t \lambda_k^{(i-1)T} [(\Delta u_k^{(i)} + \Delta u_k^{(i-1)}) - (1 - \beta^{(i-1)}) \Delta u_A^{(i)} - \beta^{(i-1)} \Delta u_B^{(i)}] \\ & + \Delta \lambda_k^{(i)T} [(\Delta u_k^{(i)} + \Delta u_k^{(i-1)}) - (1 - \beta^{(i-1)}) \Delta u_A^{(i)} - \beta^{(i-1)} \Delta u_B^{(i)}] \end{aligned} \quad (4.11)$$

이 된다. 위 식이 절점 k의 sticking 접촉에 대한 포텐셜이 된다.

## 2) Sliding 접촉에 대한 접촉력 포텐셜

Contactor 절점 k의 접선 응력이 마찰력보다 크면, 이 절점은 sliding 접촉 상태에 있는 것으로 처리한다. 이 경우 포텐셜은 접촉점 파라미터  $\beta^{(i-1)}$ 의 값이 (i)번째 iteration에서 변해 새로운  $\beta^{(i)}$  값을 갖게 되므로 sticking 접촉의 경우에 비해 복잡해진다. 그러나 접촉력은 iteration 동안 변하지 않는 것으로 한다. (4.7)–(4.9)식으로부터  $\beta^{(i)}$ 를 써서 정리하면

$$W_k = {}^{t+\Delta t} \lambda_k^{(i)T} [ (\Delta \mathbf{u}_k^{(i)} + \Delta \mathbf{u}_k^{(i-1)}) - (1 - \beta^{(i)}) \Delta \mathbf{u}_A^{(i)} - \beta^{(i)} \Delta \mathbf{u}_B^{(i)} ] \quad (4.12)$$

가 되며, 여기서

$$\beta^{(i)} = \beta^{(i-1)} + \Delta \beta^{(i)} \quad (4.13)$$

이다. 또 (4.5)식의 선형화에 의해 다음과 같은 근사식을 얻는다.

$$\Delta \beta^{(i)} \simeq \bar{\mathbf{n}}_r^T [ (\Delta \mathbf{u}_k^{(i)} + \Delta \mathbf{u}_k^{(i-1)}) - (1 - \beta^{(i-1)}) \Delta \mathbf{u}_A^{(i)} - \beta^{(i-1)} \Delta \mathbf{u}_B^{(i)} ] \quad (4.14)$$

또 sliding에 대해

$${}^{t+\Delta t} \lambda_k^{(i)} = {}^{t+\Delta t} \lambda_k^{(i-1)} + \Delta \lambda_k^{(i)} \quad (4.15)$$

$$\Delta \lambda_k^{(i)} = - \Delta \lambda_s^{(i)} \mathbf{n}_s \quad (4.16)$$

이다. 위 식에서  $\Delta \lambda_s^{(i)}$  는  ${}^{t+\Delta t} \lambda_k^{(i-1)}$  의 법선 성분의 크기 변화량이다.

(4.16)식에서 (-)부호가 쓰인 것은 법선력의 증가가  $\mathbf{n}_s$ 의 반대 방향이기 때문이다. (4.15)와 (4.16)식을 (4.12)식에 대입하고  $\Delta \beta^{(i)}$  가 무시할 만큼 작다고 가정하면 다음식을 얻을 수 있다.

$$W_k = {}^{t+\Delta t} \lambda_k^{(i-1)T} [ (\Delta \mathbf{u}_k^{(i)} + \Delta \mathbf{u}_k^{(i-1)}) - (1 - \beta^{(i-1)}) \Delta \mathbf{u}_A^{(i)} - \beta^{(i-1)} \Delta \mathbf{u}_B^{(i)} ] \\ + \Delta \lambda_s^{(i)} \{ - \mathbf{n}_s^T [ (\Delta \mathbf{u}_k^{(i)} + \Delta \mathbf{u}_k^{(i-1)}) - (1 - \beta^{(i-1)}) \Delta \mathbf{u}_A^{(i)} - \beta^{(i-1)} \Delta \mathbf{u}_B^{(i)} ] \} \quad (4.17)$$

위 식이 절점 k의 sliding 접촉에 대한 포텐셜이 된다.

$W_k$ 에 대해 (4.17)식과 같이 contactor 절점의 위치를  $\beta^{(i-1)}$ 로 사용하면 평형 방정식과 구속 방정식으로부터 대칭인 접선 강성 행렬을 얻는다. 만약 (4.17)식에서  ${}^{t+\Delta t} \lambda_k^{(i-1)}$ 의 계수에  $\beta^{(i-1)}$  대신  $\beta^{(i)}$ 를 사용하면 접선 강성 행렬이 비대칭이 된다. 왜냐하면 (i)번째 iteration에서, (i-1)번째 iteration의 결과 접촉력이  $\beta^{(i)}$  위치에 작용하게 되고, 반면 변위 구속은  $\beta^{(i-1)}$ 에 대해 이루어지기 때문이다. 그러나 실제로  $\Delta \beta^{(i)}$ 는 iteration 사이의 변화량으로 극히 작은 값이므로 (4.17)식을 사용하는 것은 문제가 없다. 또 계산 시간과 저

장 용량면에서도 유리하므로 여기서는 위 식을 사용하였다.

### 3) 유한 요소 지배 방정식

접촉을 포함한 점진적 유한 요소 방정식은 (4.11)과 (4.17)식을 (4.1)식에 대입하고 식의 해가 되는  $\delta\boldsymbol{\Pi}_1 = 0$  으로부터 얻는다. 그에 따르면 다음과 같은 식을 얻을 수 있다.

$$\begin{aligned} & \left[ \begin{bmatrix} {}^{t+\Delta t} \mathbf{K}^{(i-1)} & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} + \left[ {}^{t+\Delta t} \mathbf{K}_c^{(i-1)} \right] \right] \left[ \begin{bmatrix} \Delta \mathbf{U}^{(i)} \\ \Delta \boldsymbol{\lambda}^{(i)} \end{bmatrix} \right] \\ &= \left[ \begin{bmatrix} {}^{t+\Delta t} \mathbf{R} \\ 0 \end{bmatrix} \right] - \left[ \begin{bmatrix} {}^{t+\Delta t} \mathbf{F}^{(i-1)} \\ 0 \end{bmatrix} \right] + \left[ \begin{bmatrix} {}^{t+\Delta t} \mathbf{R}_c^{(i-1)} \\ {}^{t+\Delta t} \boldsymbol{\Delta}_c^{(i-1)} \end{bmatrix} \right] \end{aligned} \quad (4.18)$$

위 식에서

$\Delta \mathbf{U}^{(i)}$  : (i)번째 iteration에서 변위 증분 벡터; dimension  $(NEQ \times 1)$

$\Delta \boldsymbol{\lambda}^{(i)}$  : (i)번째 iteration에서 접촉력 증분 벡터;  $(NEQC \times 1)$

${}^{t+\Delta t} \mathbf{K}^{(i-1)}$  : (i-1)번째 iteration 후의 접선 강성 행렬;  $(NEQ \times NEQ)$

${}^{t+\Delta t} \mathbf{K}_c^{(i-1)}$  : (i-1)번째 iteration 후의 접촉 강성 행렬;  $(NEQT \times NEQT)$

${}^{t+\Delta t} \mathbf{F}^{(i-1)}$  : (i-1)번째 iteration 후의 요소 응력에 의한 절점력 벡터;  
 $(NEQ \times 1)$

${}^{t+\Delta t} \mathbf{R}$  : 전체 외력 벡터;  $(NEQ \times 1)$

${}^{t+\Delta t} \mathbf{R}_c^{(i-1)}$  : (i-1)번째 iteration 후의 누적된 접촉력 벡터;  $(NEQC \times 1)$

${}^{t+\Delta t} \boldsymbol{\Delta}_c^{(i-1)}$  : 침범 벡터;  $(NEQC \times 1)$

$NEQ$  : 전체 변위 자유도

$NEQC$  : 점진적인 접촉 구속 방정식의 수

$(= 2 \times (\text{sticking 접촉 절점 수}) + (\text{sliding 접촉 절점 수}))$

$NEQT = NEQ + NEQC$

각 contactor 절점  $k$ 에 대한 항이  $t+\Delta t \mathbf{K}_c^{(i-1)}$ ,  $t+\Delta t \mathbf{R}_c^{(i-1)}$ ,  $t+\Delta t \mathbf{A}_c^{(i-1)}$ 에 포함된다. 하나의 contactor 절점에 대한 위의 항들을 아래에 기술하였다. Sticking 접촉의 경우, (4.11)식의 첫 번째 항은 접촉력 벡터  $t+\Delta t \mathbf{R}_c^{(i-1)}$ 가 되며 두 번째 항은 접촉 강성 행렬  $t+\Delta t \mathbf{K}_c^{(i-1)}$ 와 침범 벡터  $t+\Delta t \mathbf{A}_c^{(i-1)}$ 가 된다.

$$t+\Delta t \mathbf{R}_c^{(i-1)} = \begin{bmatrix} t+\Delta t \lambda_{kx}^{(i-1)} \\ t+\Delta t \lambda_{ky}^{(i-1)} \\ -(1-\beta^{(i-1)}) t+\Delta t \lambda_{kx}^{(i-1)} \\ -(1-\beta^{(i-1)}) t+\Delta t \lambda_{ky}^{(i-1)} \\ -\beta^{(i-1)} t+\Delta t \lambda_{kx}^{(i-1)} \\ -\beta^{(i-1)} t+\Delta t \lambda_{ky}^{(i-1)} \end{bmatrix} \quad (4.19)$$

$$t+\Delta t \mathbf{A}_c^{(i-1)} = \begin{bmatrix} \mathcal{A}_{kx}^{(i-1)} \\ \mathcal{A}_{ky}^{(i-1)} \end{bmatrix} \quad (4.20)$$

$$t+\Delta t \mathbf{K}_c^{(i-1)} = \begin{bmatrix} \ddots & & & & -1 & 0 \\ & 0 & & & 0 & -1 \\ & & \ddots & & 1-\beta^{(i-1)} & 0 \\ & & & \ddots & 0 & 1-\beta^{(i-1)} \\ \dots & \dots & \dots & & \beta^{(i-1)} & 0 \\ & & & & 0 & \beta^{(i-1)} \\ & & & & & \dots \\ & & & & & & \dots \\ & & & & & & & 0 & 0 \\ & & & & & & & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (4.21)$$

한편 해 벡터는 자세히 쓰면 다음과 같다.

$$\begin{bmatrix} \Delta \mathbf{U}^{(i)} \\ \Delta \boldsymbol{\lambda}^{(i)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Delta \mathbf{u}_k^{(i)} \\ \Delta \mathbf{u}_A^{(i)} \\ \Delta \mathbf{u}_B^{(i)} \\ \Delta \boldsymbol{\lambda}_k^{(i)} \end{bmatrix} \quad (4.22)$$

Sliding 접촉의 경우에도 비슷한 방법으로 (4.17)식으로부터 (4.19)식과 같은  $t+\Delta t \mathbf{R}_c^{(i-1)}$  벡터와 (4.21)식과 비슷한  $t+\Delta t \mathbf{K}_c^{(i-1)}$  행렬을 얻을 수 있다.

단 이 경우에는 구속 조건 식이 하나가 된다. 또

$${}^{t+\Delta t} \Delta_c^{(i-1)} = [-n_{sx} \Delta_{kx}^{(i-1)} - n_{sy} \Delta_{ky}^{(i-1)}] \quad (4.23)$$

이며, 해 벡터는

$$\begin{bmatrix} \Delta U^{(i)} \\ \Delta \lambda^{(i)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Delta \mathbf{u}_k^{(i)} \\ \Delta \mathbf{u}_A^{(i)} \\ \Delta \mathbf{u}_B^{(i)} \\ \Delta \lambda_s^{(i)} \end{bmatrix} \quad (4.24)$$

이다.

한편 (4.19)식에 표현된  ${}^{t+\Delta t} \mathbf{R}_c^{(i-1)}$  는 단순히 수식적인 표현이며, 실제 코드에서는 이 힘 벡터를 다른 방법으로 구한다. 이에 대해서는 다음 절에 설명하였다.

### (3) 접촉 조건(sticking or sliding)과 마찰 저항의 평가

(i-1)번째 iteration이 끝나면 절점 변위  ${}^{t+\Delta t} \mathbf{U}^{(i-1)}$  과 절점력  $\Delta \mathbf{R}^{(i-1)}$  을 구해진다. 여기서

$$\Delta \mathbf{R}^{(i-1)} = {}^{t+\Delta t} \mathbf{F}^{(i-1)} - {}^{t+\Delta t} \mathbf{R} \quad (4.25)$$

이다.

접촉면에 속하지 않는, 즉 접촉하지 않은 절점의  $\Delta \mathbf{R}^{(i-1)}$  성분들은 평형이 만족되지 않은 힘(out-of-balance)이 된다. 한편 접촉된 절점의 경우 접촉력  ${}^{t+\Delta t} \mathbf{R}_c^{(i-1)}$  이 발생한다. 이러한 접촉력은  $\Delta \mathbf{R}^{(i-1)}$ 로부터 평가된다. 이렇게 접촉력을  $\Delta \mathbf{R}^{(i-1)}$ 로부터 평가하면, (4.18)식에 사용된 Lagrange multiplier의 증분에 의한 평가보다 안정된 결과를 얻을 수 있다.

다음 절에 contactor 세그먼트와 절점을 고려하여, 절점이 sticking 혹은 sliding 조건등 어느 상태인지,  ${}^{t+\Delta t} \mathbf{R}_c^{(i-1)}$  를 어떻게 평가하는지에 대한 내용을 서술하였다.

어떤 Iteration 중 contactor 절점이 target 표면을 침범하면 (4.19)에서 (4.22)식의 행렬이 다음 다음 iteration에 포함된다. 즉, 접촉이 판단된 후 처

음 iteration에서는 sticking 조건이 쓰인다.

### 1) Contactor 세그먼트에 분포된 표면력과 합력

어떤 contactor 절점이 접촉 해제 조건 또는 sticking 혹은 sliding 접촉 조건에 있는지에 대한 판단은 절점력의 전체 크기와 비교 크기에 의해 쉽게 판단할 수 있다.

판단의 첫 번째 단계는 절점력  $\Delta R^{(i-1)}$ 로부터 contactor 경계를 따른 표면력 분포를 계산하는 것이다. 우선  $t_x^k$ 와  $t_y^k$ 를 절점 k에서 분포 표면력의 크기라 하면, 절점력과의 관계를 식으로 나타낼 수 있다. 우선 평면 용력과 평면 변형 문제의 경우 두께를 h라 하면

$$\begin{bmatrix} \Delta R_{kx}^{(i-1)} \\ \Delta R_{ky}^{(i-1)} \end{bmatrix} = h \begin{bmatrix} t_x^{k-1} & t_x^k & t_x^{k+1} \\ t_y^{k-1} & t_y^k & t_y^{k+1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{d_{j-1}^{(i-1)}}{6} \\ \frac{d_{j-1}^{(i-1)} + d_j^{(i-1)}}{3} \\ \frac{d_j^{(i-1)}}{6} \end{bmatrix} \quad (4.26)$$

이며, 축대칭 문제의 경우에는 (y축을 회전 중심으로 가정)

$$\begin{bmatrix} \Delta R_{kx}^{(i-1)} \\ \Delta R_{ky}^{(i-1)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} t_x^{k-1} & t_x^k & t_x^{k+1} \\ t_y^{k-1} & t_y^k & t_y^{k+1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{d_{j-1}^{(i-1)}}{12} (t^{+\Delta t} x_{k-1}^{(i-1)} + t^{+\Delta t} x_k^{(i-1)}) \\ \frac{d_{j-1}^{(i-1)}}{12} (t^{+\Delta t} x_{k-1}^{(i-1)} + 3t^{+\Delta t} x_k^{(i-1)}) + \frac{d_j^{(i-1)}}{12} (3t^{+\Delta t} x_k^{(i-1)} + t^{+\Delta t} x_{k+1}^{(i-1)}) \\ \frac{d_j^{(i-1)}}{12} (t^{+\Delta t} x_k^{(i-1)} + t^{+\Delta t} x_{k+1}^{(i-1)}) \end{bmatrix} \quad (4.27)$$

이다. 위 식에서  $t^{+\Delta t} x_k^{(i-1)}$ 은 (i-1)번째 iteration 후 절점 k의 x 좌표를 나타낸다. (4.26)과 (4.27) 식으로부터 매 iteration 후의 표면력  $t_x^k$ 와  $t_y^k$ 를 구할 수 있다. 이 값들로부터 접선 및 법선 표면력  $t_i^k$ 와  $t_n^k$ 를 계산한다. 절점 k와

$k+1$ 로 이루어진 세그먼트  $j$ 에 대해 이 값들을 얻기 위해서는  $t_x^k$ 와  $t_y^k$ ,  $t_x^{k+1}$ 와  $t_y^{k+1}$ 을 세그먼트의 법선 및 접선 방향으로 변환한다. 이때 절점 사이의 값은 두 절점에서의 값을 연결하는 직선상에 있는 것으로 한다. 이런 방법에 의해 계산된 값은 세그먼트 사이의 절점에서는 불연속이 된다.

한 세그먼트의 상태에 대한 정의를 위해, 그 세그먼트에 작용하는 법선력과 접선력의 합을 이용한다. 평면 응력과 평면 변형 문제의 경우, 세그먼트  $j$ 에 대한 법선력의 합은

$$T_n^j = h \frac{d_j^{(i-1)}}{2} (t_n^k + t_n^{k+1}) \quad (4.28)$$

이며, 접선력의 합은

$$T_t^j = h \frac{d_j^{(i-1)}}{2} (t_t^k + t_t^{k+1}) \quad (4.29)$$

이 된다. 위 식에서  $d_j^{(i-1)}$ 은 (i)번째 iteration에서 세그먼트  $j$ 의 길이이다. 비슷하게 축대칭 문제의 경우 두 값은 다음과 같이 계산된다.

$$T_n^j = \frac{d_j^{(i-1)}}{6} \{ 2(t_{x_k}^{(i-1)} t_n^k + t_{x_{k+1}}^{(i-1)} t_n^{k+1}) + (t_{x_{k+1}}^{(i-1)} t_n^k + t_{x_k}^{(i-1)} t_n^{k+1}) \} \quad (4.30)$$

$$T_t^j = \frac{d_j^{(i-1)}}{6} \{ 2(t_{x_k}^{(i-1)} t_t^k + t_{x_{k+1}}^{(i-1)} t_t^{k+1}) + (t_{x_{k+1}}^{(i-1)} t_t^k + t_{x_k}^{(i-1)} t_t^{k+1}) \} \quad (4.31)$$

위의 계산 결과로부터 한 세그먼트의 상태에 대해 판단할 수 있으며, 마찰법칙을 적용할 수 있다.

## 2) 세그먼트의 접촉 해제

$T_n^j$ 의 값이 음이면 그 세그먼트는 접촉이 해제된 것으로 고려한다. 이 경우 contactor 세그먼트의 법선 및 접선 표면력은 0으로 한다.

### 3) 세그먼트가 앞의 iteration에서 sticking 접촉 상태였을 때

세그먼트의 법선력  $T_n^j$  값으로부터, Coulomb의 마찰 법칙을 이용하여 세그먼트의 마찰 저항,  $T_f^j$ 를 구할 수 있다. 이 때  $T_f^j = \mu_s T_n^j$ 이며  $\mu_s$ 는 정적 마찰 계수이다. 이 경우 두가지 상황이 일어날 수 있다.

상황 1. 세그먼트의 마찰 저항이 접선력의 합보다 큰 경우. 즉  $T_f^j \geq |T_t^j|$ 이면 세그먼트는 계속 sticking 상태이다.

상황 2. 세그먼트의 마찰 저항이 접선력의 합보다 작은 경우. 즉  $T_f^j < |T_t^j|$ 이면 세그먼트는 sliding 상태로 바뀌게된다. 이런 상태에서는  $T_f^j = \mu_d T_n^j$ 가 된다. 이 때  $\mu_d$ 는 동적 마찰 계수이다.

세그먼트가 sticking 상태인지 sliding 상태인지에 대한 기준은 contactor 절점이 sticking 상태인지 sliding 상태인지 결정하는데 기준이 된다.

한편  $t + \Delta t \mathbf{R}_c^{(i-1)}$ 에 대한 평가는 위의 두가지 상황에 대해 별개로 이루어진다.

상황 1의 경우 세그먼트 j의 접선 및 법선 표면력이 절점력 계산에 직접 쓰인다(Fig.4.2). 이 경우 절점력은 바로  $\Delta \mathbf{R}^{(i)}$ 의 값과 같다.

상황 2의 경우에 대해 접선 표면력과 절점력의 관계는 Fig.4.2의 (b)에 보인 것과 같다. 그림에 보인 바와 같이 sliding 접촉의 경우, 접선력은 마찰 저항의 크기를 가지며 세그먼트 내에서 일정한 값이 된다. Fig.4.2에 보인 것은 평면 응력과 평면 변형에 대한 것이다. 축대칭 문제의 경우에는  $(t_t^k + t_t^{k+1})/2$ 를 다음 식으로 주어지는  $\tilde{t}_t$ 로 바꾸면 된다.

$$\tilde{t}_t = \frac{2T_t^j}{d_j^{(i-1)}(x_k^{(i-1)} + x_{k+1}^{(i-1)})} \quad (4.32)$$

이상을 요약해 보면 다음과 같다. 즉, 접촉 해제가 없는 경우, 접촉력  $t + \Delta t \mathbf{R}_c^{(i-1)}$ 은 법선 표면력과 보정된 접선 표면력으로부터 계산되며, 접촉 해제가 이루어지는 경우 세그먼트의 법선 표면력과 접선 표면력은 0으로 한다.

#### 4) 세그먼트가 앞의 iteration에서 sliding 접촉 상태였을 때

세그먼트가 sliding 접촉 상태에 있었을 경우에도 앞 절과 비슷한 계산이 이루어진다. 이 경우 다른 점은 마찰 계수로  $\mu_d$ 가 사용된다는 것이다. 앞 절의 상황 1의 경우 세그먼트의 상태는 sticking으로 전환되며, 상황 2의 경우 세그먼트는 계속 sliding 상태에 있게 된다.

#### 5) Contactor 절점의 상태

일단 contactor 세그먼트의 상태가 결정되면, 이에 따라 contactor 절점의 상태를 결정할 수 있다. Table 1에 contactor 절점의 상태를 평가하는 기준을 나열하였다. 이 기준에 의해 각 contactor 절점에 대해 추가될 방정식의 수가 결정된다. 즉, 접촉이 이루어지지 않았거나 해제된 경우에는 방정식이 추가되지 않으며, sliding 접촉일 경우 1개, sticking 접촉일 경우 2개의 방정식이 추가된다.

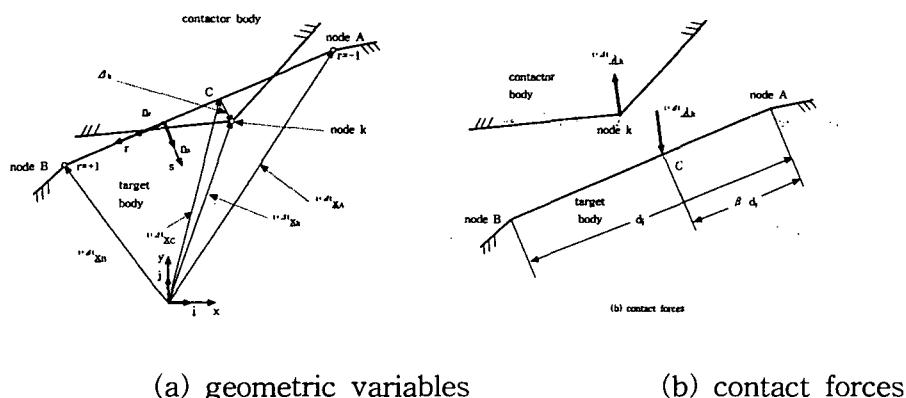


Fig. 4.1 Definition of variables for segment  $j$   
(right superscript (i-1) is not given)

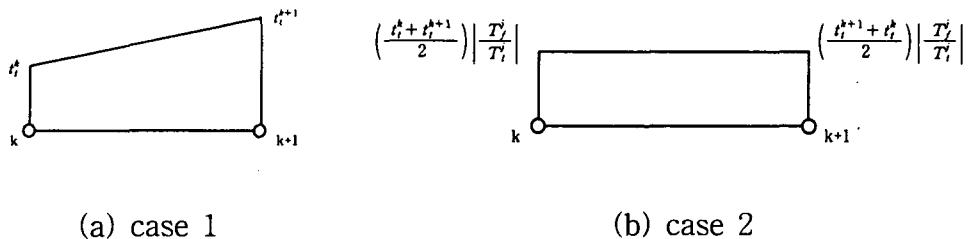


Fig. 4.2 Tangential tractions used in calculation of contact force vector

## 5. 평면 변형률 및 축대칭 문제에 대한 해석 코드 개발

### 5.1 서론

이차원 초탄성 소재에 대한 유한요소 정식화는 1차년도에 보고하였다. 본 연구에서는 이와 같은 정식을 바탕으로 이차원 변위/압력 유한요소를 개발하고 검증하였다.

### 5.2 재료상수의 결정

초탄성 소재의 거동은 에너지 포텐셜에 의해 표현되며 이 에너지 포텐셜은 모델에 따라 몇 개의 계수로 표현된다. 따라서 재료에 대한 표준 시험으로부터 이 계수값을 정해주는 것이 필요하다. 유한요소 정식화 과정에서 언급한 바와 같이 Mooney-Rivlin form과 Ogden form의 변위관련 에너지 포텐셜은 다음식으로 주어진다.

$${}^t_0\bar{W} = C_1({}^t_0J_1 - 3) + C_2({}^t_0J_2 - 3) + W_H({}^t_0J_3) \quad (5.1)$$

$${}^t_0\bar{W} = \sum_{n=1}^3 \left\{ \frac{\mu_n}{\alpha_n} [(L_1^{\alpha_n/2} + L_2^{\alpha_n/2} + L_3^{\alpha_n/2})(L_1 L_2 L_3)^{-\alpha_n/6} - 3] \right\} + W_H({}^t_0J_3) \quad (5.2)$$

$${}^t_0W_H = \frac{1}{2} \chi ({}^t_0J_3 - 1)^2 \quad (5.3)$$

본 연구에서는 Mooney-Rivlin form을 확장한 다음식과 같은 James-Green-Simpson 형태도 포함하였다.

$$\begin{aligned} {}^t_0\bar{W} = & C_{10}({}^t_0J_1 - 3) + C_{20}({}^t_0J_1 - 3)^2 + C_{30}({}^t_0J_1 - 3)^3 \\ & + C_{01}({}^t_0J_2 - 3) + C_{02}({}^t_0J_2 - 3)^2 + W_H({}^t_0J_3) \end{aligned} \quad (5.4)$$

위의 여러 식 중에서 Mooney-Rivlin form과 James-Green-Simpson form의 계수들은 표준 시험 결과에 대해 일반 최소자승법을 적용하여 최적의 계수들을 찾을 수 있고, Ogden form에 대해서는 Levenberg-Marquardt의

iteration method에 의해 최적의 계수를 찾을 수 있다. 각 계수에 대한 curve fitting 코드는 개발 코드에 포함시켜, 입력 파일에 직접 표준 시험 결과를 넣어주면 내부에서 계수들을 계산하여 사용하도록 하였다. 최적화된 계수들의 값은 출력 파일에서 그 값을 확인할 수 있다.

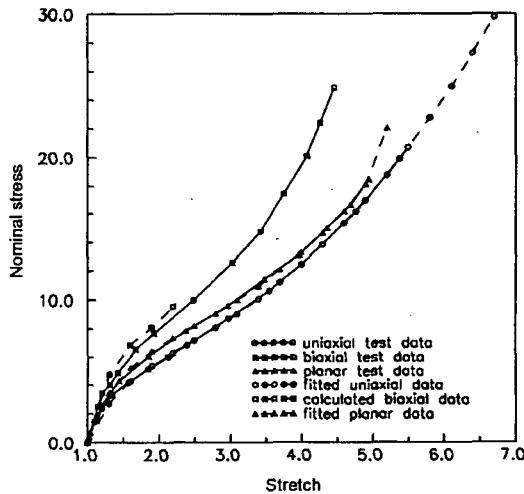


Fig. 5.1 Fitted data by uniaxial and planar data  
(Ogden model with 4 terms used)

### 5.3 변위/압력 요소 개발

본 연구에서는 1차년도에 서술한 정식화를 이용해 이차원 평면 변형 및 축대칭 문제에 대한 변형/압력 유한요소를 개발하였다. 개발된 코드의 검증을 위해 Treloar의 인장 및 평면 변형 시험 데이터를 curve fitting에 의해 얻은 곡선과 이 계수를 입력하여 유한요소 해석한 결과를 비교해 보았다. Fig. 5.2는 평면 변형 곡선과 한 개의 평면변형 요소를 사용해 변형 문제를 해석한 결과를 보인 것이다. 검증 해석 결과 해석 결과는 원래 계수값들에 의해 표현되는 곡선을 잘 따르고 있음을 알 수 있다.

위의 검증에 쓰인 요소들은 4/1 변위/압력 요소이며, 9/3 요소를 사용했을

경우에도 같은 결과를 얻는다. 해석은 400% 주변형까지 행한 것이며 (5.0 stretch). 전체 충분의 수는 오차를 최소화하기 위해 100단계로 한 것이다. 결과에는 매 5단계의 결과를 보였다. 한편 비압축성의 정도는 체적 탄성 계수에 의해 표현되는데, 이 값은 코드 내부에서 Poisson 비와 다음 관계를 갖도록 하였다.

$$\nu = \frac{1}{1-2\nu} \quad (5.5)$$

따라서 Poisson 비에 대한 입력은 0.49 이상의 값이 되도록 해야하며, 만약 체적 탄성 계수를 알 경우 그 값에 맞춰 Poisson 비 값을 입력하면 된다. 보다 실제적인 문제에 대한 예는 앞 장의 접촉 문제에서 보인 바와 같다.

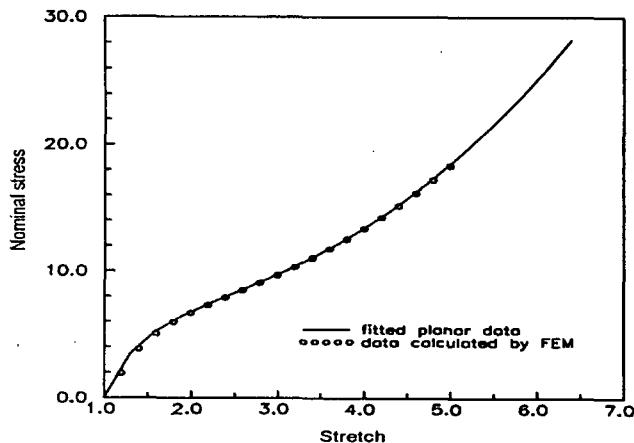


Fig. 5.2 Fitted planar data and calculated data by FEM  
(Ogden model with 2 terms used)

## 6. PC 기반 2D 대변형 해석 프로그램

### 6.1 구 성

개발된 2차원 접촉 알고리즘과 변위-압력 유한요소 코드를 이용하여 제작된 Solver와 함께 각기 개별적으로 제작된 Pre/Post processor는 Microsoft Windows 95/98 기반 고무 전용 해석 프로그램의 형식을 갖추고 있다. Pre 와 Post-processor는 Microsoft 사의 Visual C++ 4.2/5.0 개발 툴을 사용해 작성 되었고 Windows API 함수를 이용하였다. 이 두 프로그램은 모두 2차원의 모델들만을 다루며, Pre-processor는 Solver의 입력 파일을 시각적인 기능을 이용하여 편리하게 작성하는 기능과 Post-processor는 Solver의 결과 파일을 그래픽을 이용하여 출력하는 기능을 갖추었다. 전체적인 프로그램의 구성은 Table 6.1 과 같다.

Table 6.1 프로그램의 구성

모듈	프로그램
1	Mesh-Generator
2	Pre-processor
3	Solver
4	Post-processor

### 6.2 Mesh generator

2차원상에 달혀진 형상정보를 바탕으로 1 element당 4개의 node를 갖는 메쉬를 자동으로 생성한다. 독립적인 실행파일의 형태를 갖고 있으며 Windows 안에 있는 MS-DOS창의 프롬프트 상태에서 또는 Windows 내에서가 아닌 MS-DOS 프롬프트 상태에서 실행시킬 수 있다. Fig. 6.1은 메쉬를 생성시킨 예를 보여준다.

### 6.3 Pre-processor

프로그램의 Pre-processor는 Mesh generator에서 작성된 메쉬 모델을 이용하거나 Marc나 Nastran등의 외부에서 작성된 메쉬가 포함된 메쉬 bulk 파일을 Import 하여 Solver 입력 파일을 작성하는 기능을 시각적으로 지원한다. Solver의 실행은 외부 MS-DOS 프롬프트 상태에서 독립적으로 실행 할 수도 있지만 Pre-processor의 내에서 직접 실행하여 결과를 출력하는 기능도 지원하고 있다. Fig 6.2는 프로그램에서 작성된 Solver input 모델을 나타낸다.

### 6.4 Post-processor

Post-processor의 경우, Solver의 결과 파일을 불러들여 변형양상, 응력, 변형율 등을 가시적으로 파악할 수 있도록 Contour 보기 기능을 지원하고, 변형양상의 경우 Animation 기능을 지원한다. 개괄적인 기능의 구성은 모델의 변형된 형태를 볼 수 있게 또는 변형전과 변형후의 모습을 함께 볼 수 있게 해주는 Shape 부분, 모델의 변형으로 인해 내부에서 발생한 응력 또는 변형률상태를 볼 수 있게 해주는 Contour 부분으로 나뉜다. 이외 부가적인 기능으로는 위의 기능들을 좀더 유연하게 출력하기 위한 Zoom 기능들이 포함되어 있는 View 부분 그리고 단계적인 time step을 결정하는 기능, Line의 두께를 바꾸는 기능 등이 포함되어 있는 Option 부분이 있다.

이 외 부가적인 프로그램으로 Curve fitting 프로그램이 있다. 고무 시편에서 출력된 실험 데이터를 이용하여 고무의 여러 가지 물성 계수를 추출한다. 추출할 수 있는 계수의 종류로는 Mooney-Rivlin, Ogden 2term, Ogden 3term, Ogden 4term, James-Green 이 있다.

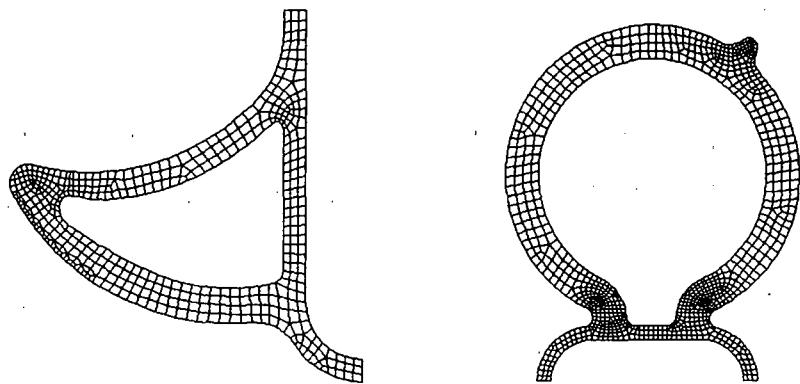


Fig. 6.1 Example of Mesh Generation

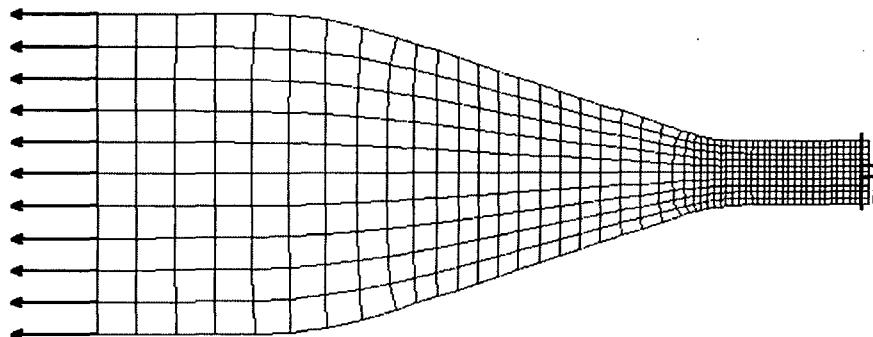


Fig. 6.2 Dumbbell3 specimen Model for Solver input

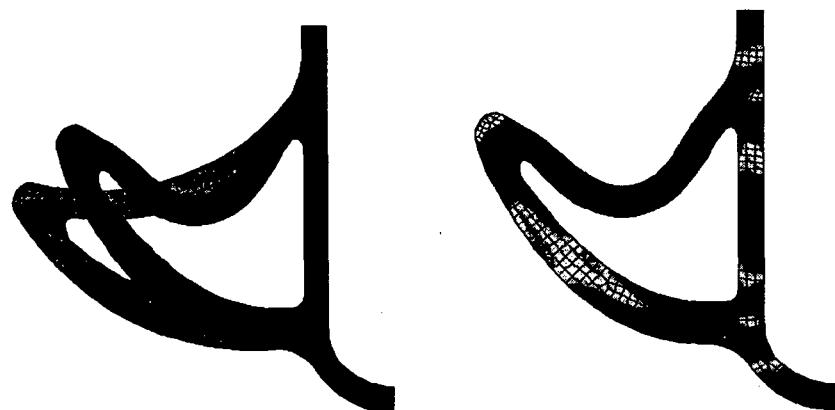


Fig. 6.3 Deformed shape

Fig. 6.4 Stress distribution

## 6.5 프로그램의 검증 해석

개발된 프로그램을 검증하기 위해 상용 프로그램(MARC)과 비교를 하였다. 검증의 정확성을 기하기 위해 메쉬 모델을 같이 하였다. 사용된 메쉬 모델은 dumbell 3형 고무 인장시편이며, 이 재료의 평변변형 실험데이터를 개발된 프로그램과 MARC가 같이 이용하였다. 재료 상수는 각 프로그램의 Curve fitting 프로그램을 이용하여 구하였다. 전체 시편을 사용하지 않고 대칭인 특징을 이용하여 1/2 모델링 하였다. 재료상수 및 조건은 다음과 같다. Table 6.2는 Curve fitting 프로그램을 이용하여 추출된 Ogden 2 terms 계수이다.

- (i) 절점, 요소수 : 583, 520
- (ii) 가해진 변위 : 200
- (iii) total time step : 100
- (iv) time increment : 1.0
- (v) iteration method : Quasi Newton method
- (vi) 전체 길이 : 50 mm

Fig. 6.5는 MARC와 개발된 프로그램의 모델의 변형된 양상을 비교한 그림이다. 두 그림 모두 200으로 신장된 동일한 형태의 변형 형태를 보여주고 있다. Fig. 6.6은 각 프로그램의 Cauchy stress (x축 방향) 분포 형태를 나타낸 그림이다. 역시 같은 응력의 분포 형태를 보여주고 있으며 최대와 최소값 또한 아주 근소한 차이로 일치하였다. 참고로 두 응력 분포는 각 프로그램의 Post-processor를 이용하여 작성되었다. Table 6.3은 두 프로그램의 최대, 최소 응력값을 나타낸다.

Table 6.2 Fitted material property

$\mu_1$	0.0352359	$a_1$	2.51586
$\mu_2$	0.00882602	$a_2$	-1.94835

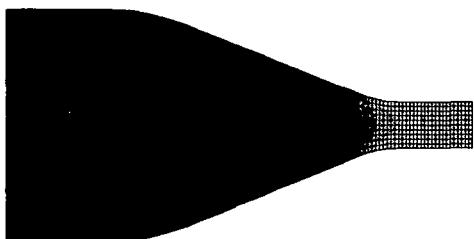
(a) MARC

(b) Developed program

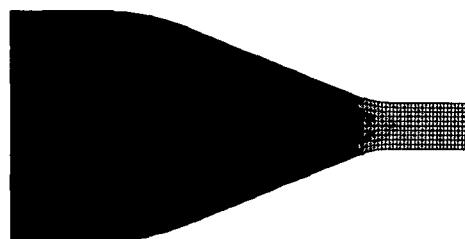
Fig. 6.5 Deformed shape

Table 6.3 Comparison of Cauchy stress

	Developed program	MARC
maximum value	7.73e+000	7.561e+000
minimum value	4.11e-001	4.567e-001



(a) MARC



(b) Developed program

Fig. 6.6 Distribution of Cauchy stress(S11)

## 7. 3차원 코드 개발

대개의 변형률 및 응력 해석과 내구 수명 예측에 필요한 평균 응력 해석 등은 상세 모델을 통해 2차원 문제로 해석하게 된다. 이는 3차원 상세 모델의 경우 workstation에서도 해석이 어려우며, 특히 고무 부품과 같이 대변형 접촉이 이루어지는 경우 거의 해석이 이루어질 수 없기 때문이다. 그럼에도 본 연구에서 3차원 코드를 개발한 이유는 실제 부품의 3차원 각 방향으로의 스프링 상수 값을 예측하는 데에 3차원 모델이 필수적이기 때문이다. 이 경우 3차원 모델은 세부 형상보다는 전체 형상을 개략적으로 표현하도록 200개 이내의 요소를 사용하여 해석을 수행하는 것이 바람직하다.

3차원에서 초탄성 소재에 대한 구성식은 2차원의 것을 그대로 적용할 수 있다. 기타 요소에 대한 적분 등은 일반 유한 요소법과 동일하므로 여기서는 서술하지 않는다. 또한 전술한 바와 같은 이유로 3차원 접촉 요소는 코드에 포함시키지 않았으며, 요소의 종류도 선형 육면체 요소만으로 한정하였다. 대체로 3차원 모델은 중간 범위의 변위까지 해석이 이루어지므로, 에너지 함수의 형태도 Mooney-Rivlin과 James-Green-Simpson 모델을 사용하면 된다. 개발된 코드의 검증은 하나의 요소를 이용한 일축 인장 문제를 해석하여 시험 곡선(정확히는 curve fitting된 계수에 의한 곡선)과 비교하는 방법을 사용하였다. 해석 유한 요소모델의 형상은 Fig. 7.1과 같다. 정사각육면체가 변형 전의 형상이고, 직육면체가 변형 후의 형상이다. Fig. 7.2는 실험 데이터와 해석 데이터의 응력-변형율 그래프이다. 2차원의 경우와 마찬가지로 해석은 시험 곡선과 매우 근사하게 일치하였다.

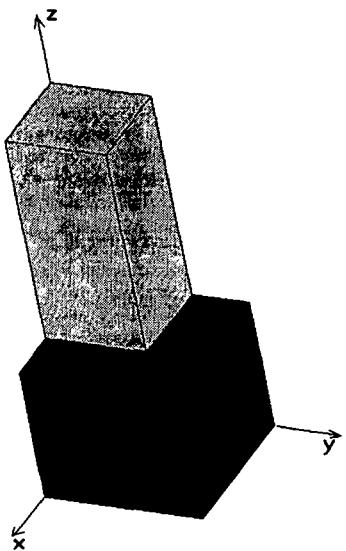


Fig. 7.1 Deformed shape & Undeformed shape

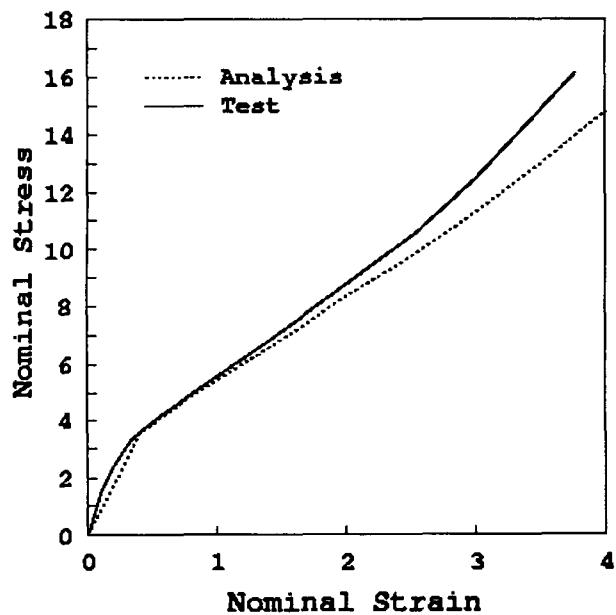


Fig. 7.2 Comparison of result data and test data

# 여 백

위탁연구보고서

고무류의 트라이볼로지 특성 평가

주관기관 한국기계연구원

위탁기관 원광대학교

연구책임자 : 천 길 정

참여연구원 : 오 성 모

이 동 환

유 형 태

# 여 백

# 1. 서론

## 1.1 연구의 목적 및 필요성

고무 재료의 성능이 개선됨에 따라 그 응용 사례가 매우 광범위해지고 있다. 그러나 고무재료는 금속재료와는 달리 점탄성 특성이 강하고 마찰 마모특성도 금속과는 매우 상이하다. 특히 표면거칠기와, 상대속도, 마찰면 사이의 윤활제의 종류, 온도, 하중의 크기 등에 따라 마찰특성이 현저히 변화하기 때문에 다양한 사용조건과 적용사례에서 발현될 제반 기계적 특성을 체계적으로 규명해야 할 필요가 있다. 따라서 본 연구에서는 공업용 고무재료의 제반 마찰 마모 특성을 파악함으로써 고무재료가 이용되는 기계요소와 시스템의 거동을 해석하고 수명을 예측하여 설계에 응용할 수 있도록 하고자 한다.

## 1.2 연구의 범위

본 연구에서는 1차년도에 독자적인 고무마찰 특성 시험장치를 개발하고, 2차년도에는 개발된 시험장치를 개선하고, 마모 특성까지를 측정할 수 있도록 보완하여, 개발된 시험장치를 이용하여 특정 고무재료의 마모특성을 측정하는 일이 수행되었다.

수행된 주요 연구내용을 살펴보면,

- 1) 마찰 특성 시험장치 개선 및 마모 특성 측정 기능 개발
  - 다양한 운전조건에서 마찰특성과 마모특성 측정이 용이한 시험장치 개발
  - 시험장치 제작과 관련된 제반 문제점 파악 및 해결
  - 시험장치 제작 기술 확보
- 2) 마모특성 측정 실험 수행
  - 신규 제작된 시험장치를 이용한 시험 수행
  - 다양한 가공조건과 재질에 대한 마모특성 파악
  - 측정된 데이터의 수집 및 해석

- 3) 마찰 특성 시험장치 개선 및 마모 특성 측정 기능 개발
  - 다양한 운전조건에서 마찰특성과 마모특성 측정이 용이한 시험장치 개발
  - 시험장치 제작과 관련된 제반 문제점 파악 및 해결
  - 시험장치 제작 기술 확보
- 4) 마모특성 측정 실험 수행
  - 신규 제작된 시험장치를 이용한 시험 수행
  - 다양한 가공조건과 재질에 대한 마모특성 파악
  - 측정된 데이터의 수집 및 해석

### 1.3 예상효과

- 1) 공업용 고무재료의 제반 가공조건과 사용조건하에서의 마모 특성을 규명함으로써 고무재료가 이용되는 기계시스템이나 기계요소의 거동을 정확히 예측하고, 신뢰성 있는 설계의 기반 확보
- 2) 고무재료 마모 특성 시험장치에 대한 독자적인 설계기술 확보

## 2. 마찰마모 시험기의 개발

### 2.1 시험기의 기능 분석 및 요구조건

마찰시험기는 다양한 종류의 고무류 부품의 마찰특성을 다양한 조건하에서 측정할 수 있는 기능을 갖추어야 한다.

시험기에는 측정하려고 하는 시편과 상대운동에 필요한 에너지 및 시험조건에 관한 신호가 들어가야 하고(E. M. S), 시험이 끝난 시편과 시험결과에 관한 신호가 시험기로부터 나와야 하기 때문에(M'.S'), 시험기를 블랙박스 형태로 표현하면 Fig. 1과 같다.

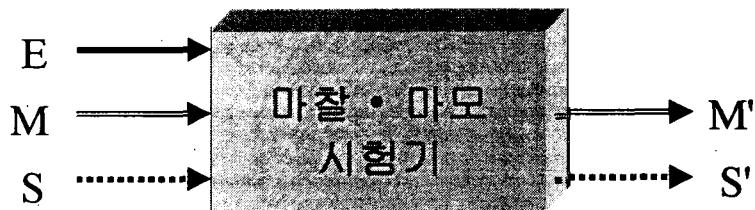


Fig. 1 Black box diagram of the tester

마찰계수를 측정하기 위해서는 시편과 기준재료 사이에 상대운동이 있어야 하고, 이때 두 물체 사이에 작용하는 수직력과 마찰력을 측정하면 마찰계수를 계산할 수 있다. 마찰 계수는 수평 접촉면이나 속도가 0이 아니라고 판단되는 두 표면 사이의 속도와는 무관하다. 두 물체 사이에 안정적인 수직력이 작용하는 상태에서 상대운동을 발생시키기 위해서는, 시편 구속과 수직력부과 및 상대운동 기능과 같은 부분기능이 있어야 한다. 또한 상대운동과 운동상태를 조절하고 감시하기 위한 부분 기능들이 필요하며, 이러한 부분 기능들을 포함하는 전체기능구조는 Fig. 2와 같다.

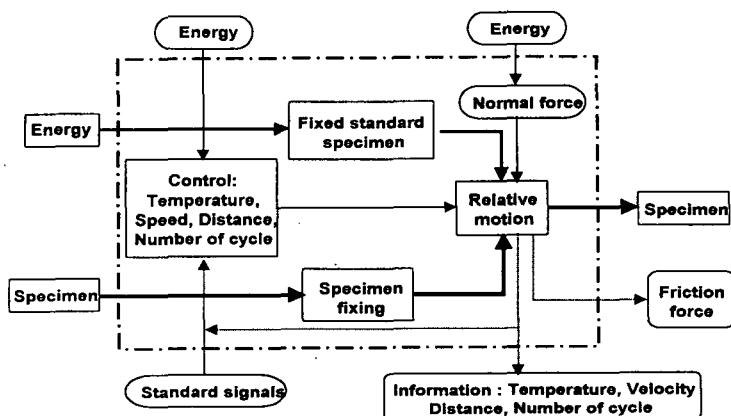


Fig. 2 Functional structure of the tester

마찰실험을 하는 동안 두 표면 사이에 관계되는 속도와 마찰 계수등의 실험 조건을 알아두어야한다. 그리고 이러한 실험 조건으로는 하중(접촉압력), 속도

온도, 경도, 분위기(대기), 상대적 재질과 내구성들을 고려하여 결과적으로 속도가 증가하면서 마찰 계수가 낮아지게 되는 속도 범위를 고려하여 나타낸다. 부분기능인 시편과 기준시편 구속에 요구되는 사항은 상대운동시 구속상태가 풀리지 않아야 하며, 구속에 의해 측정이 영향을 받지 않을 것과, 간단하며 부가적 에너지 소모가 적어야 한다. 또한 염가이어야 하고, 구속상태에서 부여되는 운동이 가능하며, 탈·착이 용이해야 할뿐 아니라 분위기 조절이 쉬워야함은 물론 타 재료도 설치가 가능하여야 한다. 상대운동에 관한 요구사항(시편과 시편고정요소에 대한 관성력의 영향, 마찰력에 의한 굽힘 모멘트와 전단력과의 관계등)은 마찰특성의 결정에 필요한 운동이 가능하여야 하고, 반복상태에서도 동일한 상태가 유지되어야 하며, 액튜에이터의 소형경량화 및 단순성이 보장되어야 한다. 수직력 부과와 관련된 조건으로는 가해진 힘의 계측이 가능해야 하고, 측정중 안정적이어야 하며 하중의 조절이 용이해야 한다. 마찰력측정을 위해서는 측정신호가 신뢰성있고 안정적이며, 간단하고 전산 처리시에 용이하게 이해 할 수 있는 디지털 신호를 갖추어야한다. 제어측면에서는 설정조건이 시험지속 기간 중 불변해야 하고 신뢰성이 있어야한다. 상태정보 측정과 기준신호 제공면에서는 공히 설정이 용이하며 신뢰성이 있어야 한다.

## 2.2 시험장치 구성

앞에서 검토한 기능 분석과 요구조건에 따라 다양한 해결방안들을 고안하고 비교한 결과, 상대운동은 시편의 회전운동으로, 시편과 기준시편의 구속은 고정장치로, 수직력측정은 로드셀로, 마찰력측정은 굽힘변형을 이용한 등가력으로 구현시키고, 운전상태와 조절 및 신호계측은 전용제어기를 이용하는 안이 제일 적합한 것으로 판정되었다. 개념설계에 의해 결정된 시험기의 전체적 구조는 Fig.3과 같다.

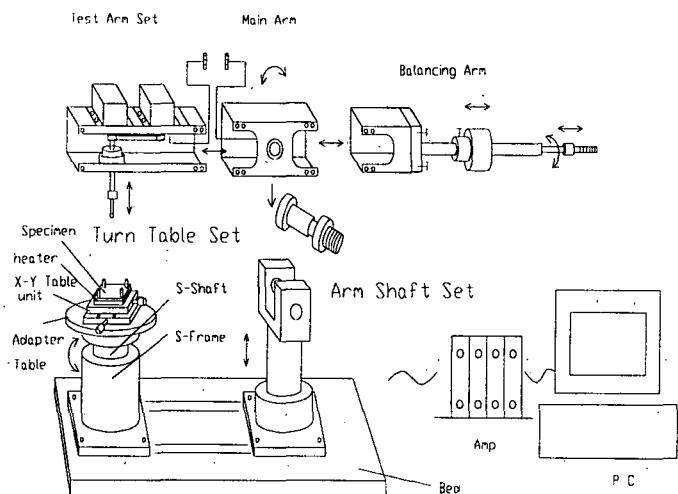


Fig. 3 Schematic diagram of the tester

기준 시편을 고정하고 수직력을 부과하여 마찰력을 측정하는 기능은 상부의 Test arm 과 Main arm 및 Balancing Arm이 수행하며, 시편을 고정하고 상대운동을 발생시키며 온도를 조절하는 기능은 하부의 Turn table이 수행한다. 측정된 신호들은 전용 Amp를 거쳐 PC에 저장되고 도시된다. Fig. 4와 Fig. 5는 각각 시험기의 전체 외관과 시편 설치 부위를 보여준다.

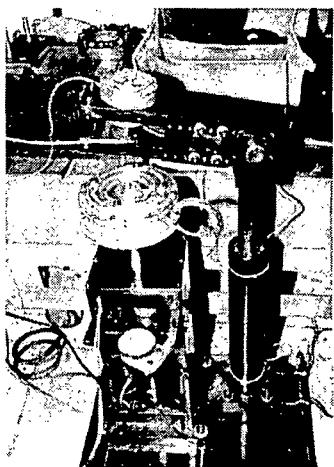


Fig. 4 Appearance of the tester

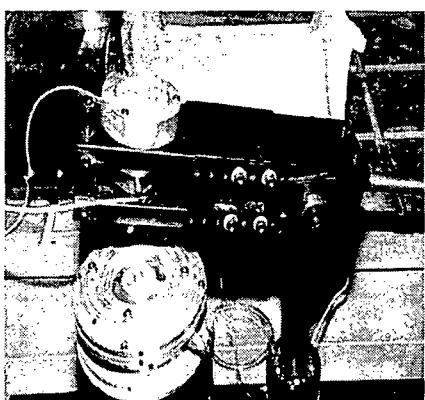


Fig. 5 Parts of relative motion

## 2.3 마찰특성 예비실험

본 연구에 의해 개발된 마찰시험기의 특징은, 마찰력을 측정하는데 있어서 상대운동에 의해 발생하는 시편과 시편 고정요소들의 관성력이 영향을 미치지 않는다는 점이다[2]. 시편과 기준시편이 접촉을 유지하며 상대운동을 일으킬 때 발생되는 마찰력을 측정하기 위하여 기준시편이 외팔보 형태의 핀 끝에 고정되어 있기 때문에, 마찰력으로 인한 집중하중이 핀 끝에 작용함으로써 핀에는 굽힘모멘트와 전단력이 작용하고, 이를 핀의 표면에 부착된 스트레인게이지를 이용하여 측정하도록 되어있다(Fig. 6). 한편 수직력 측정은 힘의 작용 선상에서 측정하는 것이 제일 정확하므로(아베의 원리) 수직력이 핀을 통하여 직선적으로 전달되기 때문에, 핀에는 마찰력에 의한 힘과 수직력에 의한 힘이 모두 작용한다. 수직력이 작용하는 상태에서 상대운동에 의한 마찰력이 추가로 발생하면, 스트레인게이지에 의해서 측정되는 변형률과 응력은 마찰력과 수직력의 영향을 모두 포함하고 있다. 따라서 스트레인게이지를 이용하여 측정된 신호를 마찰력 계산에 이용하고자 할 때, 수직력에 의한 성분이 오차요인으로 작용하므로, 이에 의한 예상오차를 검토하였다. Fig. 6과 같이 마찰력  $F$ 가 작용하는 핀의 끝에서 스트레인게이지가 부착된 부분까지의 거리가  $l$ , 면적모멘트가  $I$ , 탄성계수  $E$ 일 때, 굽힘모멘트에 의한 변형률은 식(1)과 같이 계산된다.

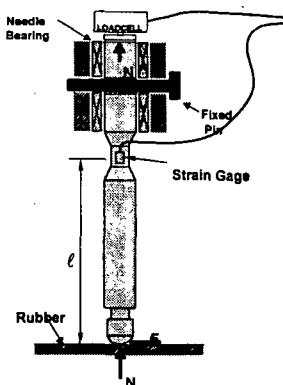


Fig. 6 Schematic diagram of the tester pin showing friction force and bending moment

$$\begin{aligned}
 \varepsilon_b &= \frac{\sigma_{\max}}{E} = \frac{1}{E} \cdot \frac{M \cdot r}{I} \\
 &= \frac{1}{E} \cdot \frac{8}{\pi r^3} \cdot M \\
 &= \frac{1}{E} \cdot \frac{8}{\pi r^3} \cdot F \cdot l \quad (1)
 \end{aligned}$$

한편 작용되는 수직력이  $N$ , 편의 단면적이  $A$ 일 때 압축력에 의해 발생되는 변형률은 다음과 같다.

$$\varepsilon_c = \frac{N}{EA} \quad (2)$$

굽힘모멘트에 의한 변형률과 수직력에 의한 변형률의 상대적 크기는

$$\begin{aligned}
 \frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_b} &= \frac{N}{EA} \cdot \frac{E\pi r^3}{8Fl} \\
 &= \frac{N}{E\pi r^2} \cdot \frac{E\pi r^3}{8Fl} \\
 &= \frac{r}{8l} \cdot \frac{N}{F} \quad (3)
 \end{aligned}$$

수직력과 마찰력사이의 관계식을 이용하여 식 (3)을 변형하면 식 (4)와 같다.

$$\frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_b} = \frac{r}{8l} \cdot \frac{1}{\mu} \quad (4)$$

설계된 편의 반경  $r = 4mm$ , 편의 끝에서 스트레인게이지가 부착된 곳 까지의 거리  $l = 70mm$ 이고, 고무류에서 예상되는 마찰계수를 대략  $\mu = 0.5$ 로 할 때, 일정한 크기의 수직력에 의한 오차성분은 다음과 같다.

$$\begin{aligned}
 E_{stat} &= \frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_b} = \frac{4}{8 \times 70} \times \frac{1}{0.5} \\
 &= 0.0143 \approx 1.4\%
 \end{aligned}$$

한편 수직력이 가해지고 상대운동은 없는 상태에서 발생되는 스트레인게이지의 신호를 오토발란싱을 이용하여 영으로 하면, 이후에는 상대운동에 의해 발생하는 마찰력만이 신호로써 검출된다. 상대운동에 의한 채터링 등에 의해 수직력이 미소하게 변화하나, 그 변동크기는 대략 정적하중의 10%를 넘지 않기 때문에 오토발란싱을 거친후의 수직력에 의한 기여도 오차는

$$E_{tot} \approx E_{stat} \times 0.1 = 0.14\%$$

로써 일반적인 마찰계수 정확도에는 거의 영향을 미치지 않는 걸 알 수 있다.

최적화 설계는 좌굴 방지가 가능한 한 마찰부로부터의 길이는 길게 하고, 계이지 부착부 직경은 가늘게 함으로써 실현 가능하다.

### 3. 트라이볼로지 특성 측정 실험

#### 3.1 금속대 고무 마찰계수 특성 시험

##### 3.1.1 실험 조건 및 방법

본 실험에는 초탄성체 고무류의 마찰 특성을 측정하고자 자체 개발한 마찰·마모시험기(FriWeT:Friction & Wear Tester)를 사용하였다(Fig. 1). 마찰시험기는 기계시스템의 거동에 따른 변화를 예측하도록 설정되었으며, 시험조건에 따라 폭 넓은 범위나 고무 마찰의 인위적인 영향에 대처하도록 개발되었다. 측정하고자 하는 시편이 항온조 상면에 고정되어 회전운동을 하고, 탈·착이 가능하며 실험 조건에 따른 조절이 용이해야 하면서 다른 재료의 시편을 고정시키면서 설치하기 쉬워야한다. 시편과 접촉하는 표준시편은 핀의 형태이며 수직상태로 고정된다. 실험 조건으로는 하중(접촉압력), 속도, 온도, 경도, 분위기(대기), 상대적 재질(고무-스틸)과 내구성등을 고려한다. 그리고 상대운동은 시편의 회전운동으로, 시편과 기준 시편의 구속은 고정장치로 되어있다. 시편과 상대마찰을 하는 표준 시편은 직경이 8.7mm인 구이고, 재질은 베어링강이다. 시편이 설치되는 항온조의 표면온도는 상온과 40°C, 그리고 60°C로 조절된다. 수직력 측정은 로드셀로 하중을 각각 20N, 50N, 70N으로 변화시키면서 측정하고, 마찰력 측정은 굽힘변형을 이용한 등가력으로 구현하며, 이때 시편의 선속도는 2.7mm/sec와 13.8mm/sec이다. 고무시편은 직경 150mm인 원판으로 두께가 1.5mm인 것을 사용하였다. 재질별 접촉 면적과 접촉 압력은 Table 1과 같다.

Table 1. Contact pressure of tester ball

재 질 하중(N)		A	B	C	D	E
10	접촉지름 (mm)	4.5	4.5	4.5	4.1	4.15
	접촉면적 (mm <sup>2</sup> )	15.90	15.90	15.90	13.20	13.53
	접촉압력 (kgf/cm <sup>2</sup> )	6.41	6.11	6.41	7.72	7.53
30	접촉지름 (mm)	4.95	5.25	5.1	5.3	4.6
	접촉면적 (mm <sup>2</sup> )	19.24	21.65	20.43	22.06	16.62
	접촉압력 (kgf/cm <sup>2</sup> )	15.90	14.13	14.97	13.86	18.40
50	접촉지름 (mm)	5.45	5.35	5.75	5.65	5.1
	접촉면적 (mm <sup>2</sup> )	23.33	22.48	25.97	25.07	20.43
	접촉압력 (kgf/cm <sup>2</sup> )	21.85	22.67	19.63	20.33	24.95

### 3.1.2 실험 결과 및 고찰

#### 가. 마찰계수의 일반적 특성

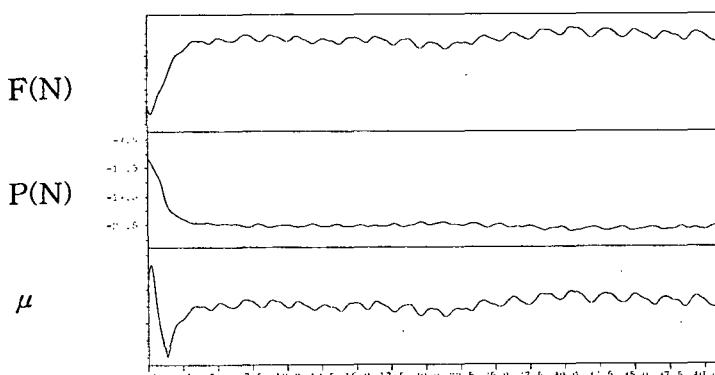


Fig. 7 Measured forces and friction coefficients [F: Friction force, P: Normal force,  $\mu$ :Friction coefficient] (Test cond. : A, Temp; 23.5°C, Load 20N, Velocity; 2.7mm/s)

Fig. 7은 저속·저하중 상온에서의 일반적 거동을 보여주는 측정 결과이다. 그림에 보이는 바와같이 시험에 이용된 모든 재질은 하중과 속도 및 온도 조건에 관계없이 stick-slip에 의한 것으로 측정되는 채터링현상이 발생하여, 일방향 상대 운동의 경우에도 마찰계수 값이 일정하지 않고 주기적으로 변화한다. 이때의 최고치와 최저치를 각각 정마찰 계수( $f_s$ )와 동마찰 계수( $f_k$ )로 간주 한다.

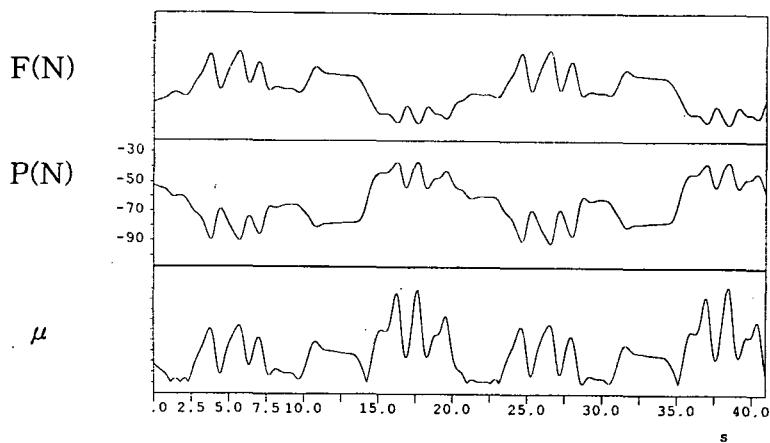


Fig. 8 Measured forces and friction coefficients [F: Friction force, P: Normal force,  $\mu$ :Friction coefficient] (Test cond. : A, Temp; 60.0°C, Load; 70N, Velocity; 13.8mm/s)

Fig. 8은 60°C, 70N, 13.8mm/sec상태의 마찰계수를 보여주는 일반적인 거동 측정 결과이다. 저속, 저하중, 상온에서의 결과와는 달리, 일정한 크기의 정하중을 가하였음에도 불구하고 수직력이 현저한 변동을 보이고, 이에따라 마찰력과 마찰계수도 급격한 변동을 보인다.

채터링 주기는 동일 재질의 경우에도 하중과 속도 및 온도 변화에 따라 상이 하며, 따라서 채터링 진동은 시험기 고유의 진동특성이 아닌 재질 및 운전 조건에 따라 결정되는 변수로 추정된다.

#### 나. 속도변화에 따른 마찰계수의 변화 경향

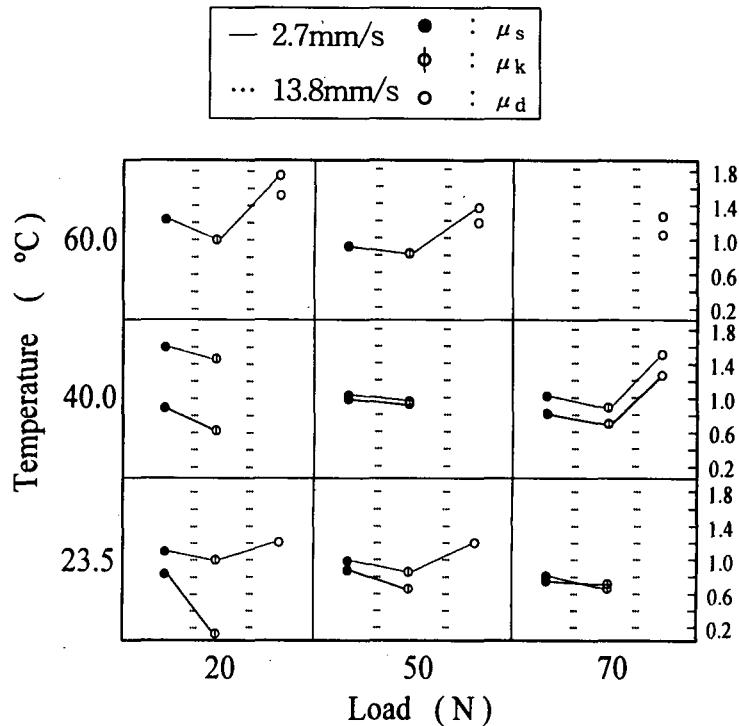
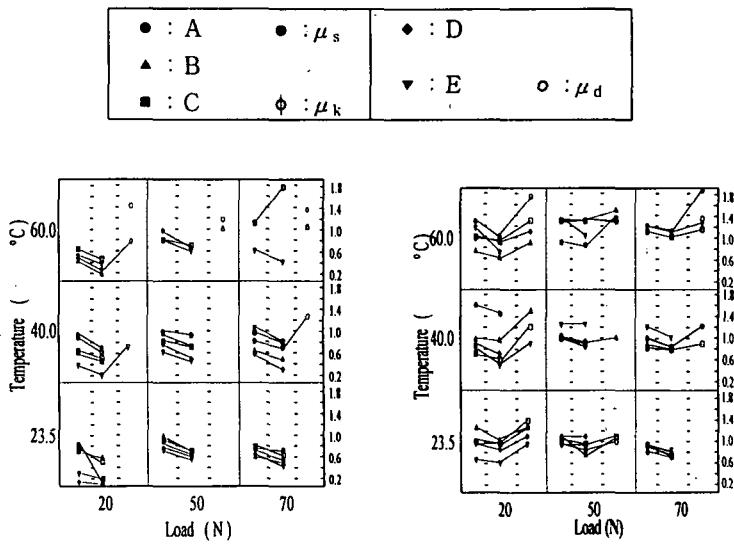


Fig. 9 Friction coefficients as a function of load and temp.(specimen : A)

특정재질(A)에 대한 하중과 온도에 따른 변화경향을 Fig.9에 나타내었다. 그림에서 보는 바와 같이 동일 조건하에서 속도가 증가하면 마찰계수도 증가 한다. 이러한 경향은 고속의 상대운동시 국소적 융착 표면을 형성할 시간이 충분하지 않음으로써 마찰계수가 줄어드는 금속의 일반적인 경향과는 상반되는 현상이다. 이러한 특성은 고무류 표면에서의 점탄성 특성에 기인 하는 것으로 추정된다.

## 다. 하중변화에 따른 마찰계수 변화 경향



(a) velocity = 2.7 mm/sec

(b) velocity = 13.8 mm/sec

Fig. 10 Friction coefficients of various materials as a function of loads and temperature at various velocity( $\mu_s$ : static friction,  $\mu_k$ : kinetic friction,  $\mu_d$ : drag friction).2.3.3

Fig. 10에서 보는바와 같이 동일 조건하에서 수직하중이 증가하면 마찰계수는 미소하게 감소하는 경향을 보인다. 하중이 증가함으로써 평균접촉 면적이 증가하고, 이로 인하여 접촉압력이 감소함으로써 접촉 표면간의 점착력이 감소하기 때문인 것으로 추정되며, 이러한 경향은 금속의 경우와 동일함을 알 수 있다.

## 라. 온도변화에 따른 마찰계수의 변화 경향

온도 변화에 따라 마찰계수가 변화하나(Fig. 9, Fig. 10), 그 경향은 재질과 수직하중 조건에 따라 모두 상이하여 일관성이 없다. 단, 고하중일수록 재질에 따른 마찰계수의 차이가 줄어든다.

### 마. 끌림마찰(Drag Friction) 현상

대체로 고온 고속 조건하에서 마찰계수의 평균값이 일정하지 않고 상대운동이 계속됨에 따라 마찰력이 계속해서 증가하고 이로 인하여 마찰계수 역시 선형적으로 증가하거나 급격히 증가하는 현상이 관찰된다(Fig. 11).

이것은 고무류 재질의 초탄성특성으로 인하여 마찰 표면이 큰 전단탄성 변형을 일으키고, 이 탄성변형에 비례하는 탄성력이 그대로 마찰력으로 작용하며, 운동방향으로 밀린 표면이 돌기를 형성하여 상대운동에 저항함으로써 급격한 탄성회복이 이루어지는 현상에 기인하는 것으로 추정된다. 특히 속도가 증가 할수록 끌림마찰 현상이 현저해짐을 알 수 있다.

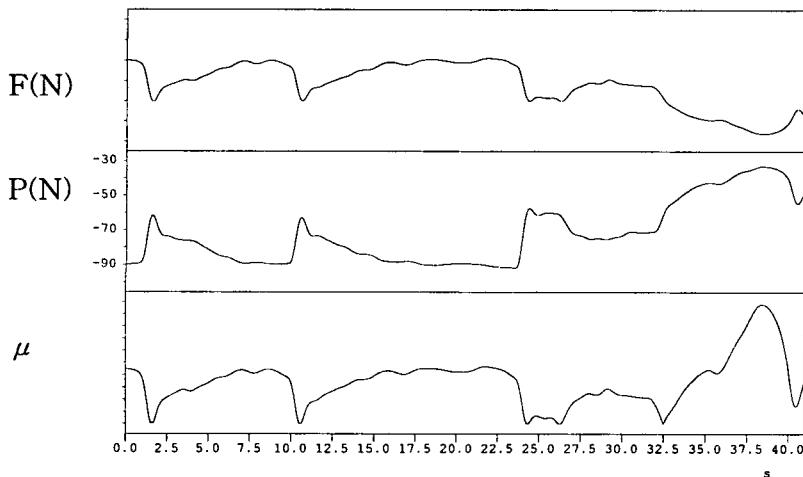


Fig. 11 Measured forces and friction coefficients [F: Friction force, P: Normal force,  $\mu$ : Friction coefficient] (Test cond. : C, Temp; 60°C, Load; 70N, Velocity; 2.7mm/s)

## 3.2 고무대 고무마찰계수 측정 시험

### 3.2.1 실험조건 및 방법

고무대 금속(강)간의 상대 마찰계수 측정실험에 이어, 고무대 고무의 상대 운동에 의한 마찰계수를 측정하고자, 원판 형태의 피측정 시편에 동일 재질의 고무 시편을 사각 형태의 판재로 제작하여 수직 하중을 가한 상태에서, 정

역전 방향으로 회전 시키면서 수직력과 마찰력을 측정하여 마찰계수를 계산하였다. 시편과 접촉하는 표준시편은 편의 형태이며 수직상태로 고정된다. 속도, 하중 및 온도 변화에 의한 경향은 고무 대 금속의 경우와 동일할 것으로 예상되어, 재질들 간의 상대적 차이만을 규명하고자 한가지 조건에서만 실험을 수행하였다.

시편과 상대마찰을 하는 표준 시편은 동일 재료로서 가로 세로가 각각 7mm, 10mm인 샤각 판 형태이다. 수직력은 60N, 속도는 9.8mm/sec 이고, 온도는 상온이다.

테스터핀 끝에 설치된 기준 시편에 의해 편 끝에 마찰력이 작용하고, 이에 의해 편에는 굽힘모멘트와 전단력이 발생하게 되며, 이 힘들은 테스터 편에 부착된 스트레인게이지의 변형률에 의해 등가적으로 계산된다. 수직력은 텁이 부착된 테스터 편과 동일 선상에 설치된 로드셀을 이용하여 측정한다. 수직력과 마찰력을 A/D보드를 통하여 실시간으로 수집 저장하고, PC에서 마찰계수를 계산 처리한다.

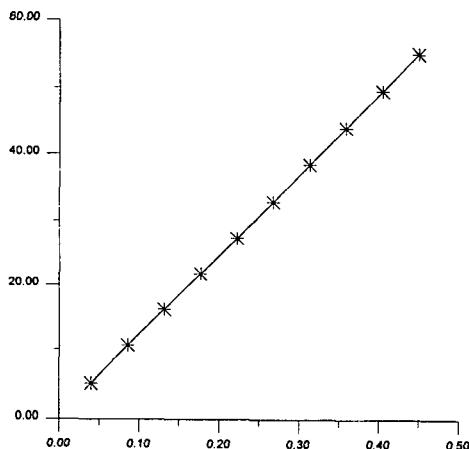
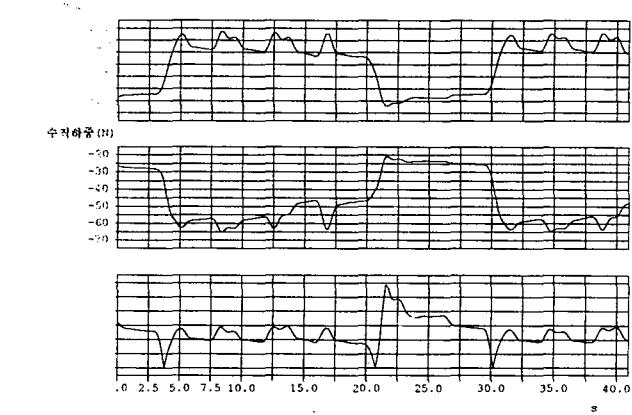


Fig. 3 Test result of linearity of the equivalent friction force

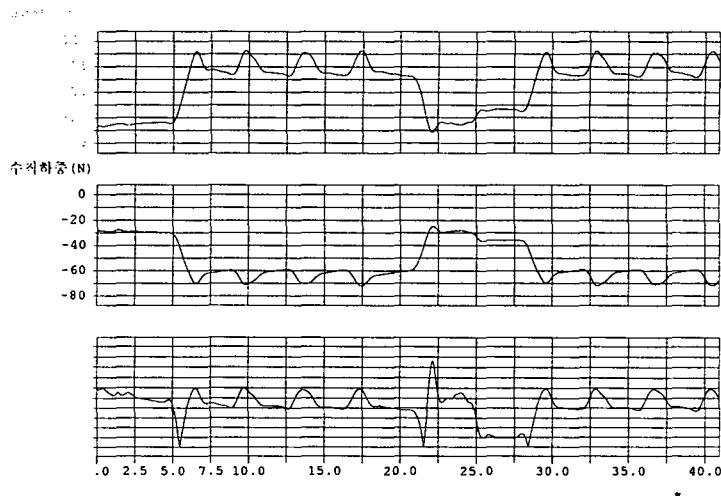
### 3.2.2 측정 결과 및 고찰

Fig. 4는 상온에서의 일반적 거동을 보여주는 측정 결과이다. 그림에 보이는

바와 같이 시험에 이용된 모든 재질은 stick-slip에 의한 것으로 추정되는 채터링현상이 발생하여, 일방향 상대 운동의 경우에도 마찰계수 값이 일정하지 않고 주기적으로 변화한다. 이러한 경향은 고무 대 금속의 경우와 유사하다. 이때의 최고치와 최저치를 각각 정마찰 계수( $f_s$ )와 동마찰 계수( $f_k$ )로 간주한다.

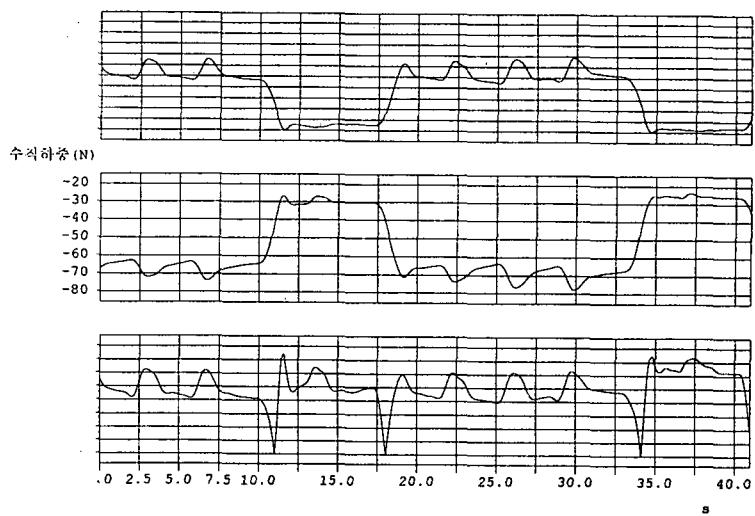


(a) material: 3840



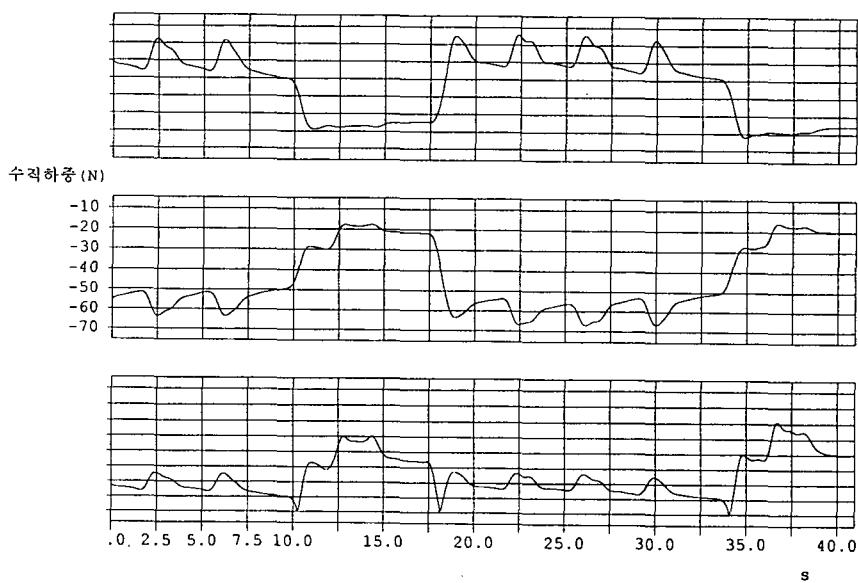
(b) material: 4143

Fig. 4 Measured forces and friction coefficients(Continued)



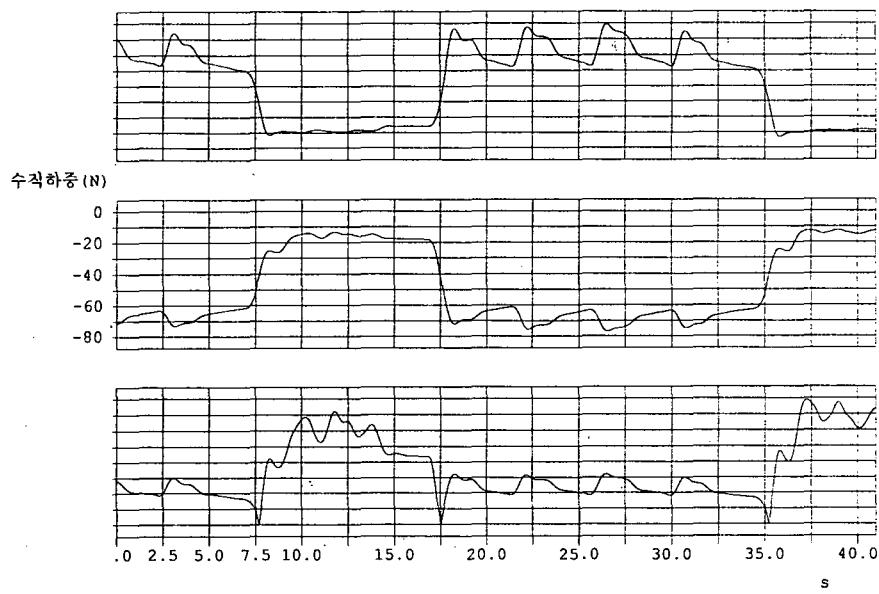
(c) material: 4444

Fig. 4 Measured forces and friction coefficients(continued)



(d) material: 5051

Fig. 4 Measured forces and friction coefficients(continued)



(e) material: 5961

Fig. 4 Measured forces and friction coefficients.

Table 1 Friction coefficients of various materials

Materials	$f_s$	$f_k$
3840	1.32-1.45	0.9-1.0
4143	1.45-1.50	0.97-1.0
4444	1.5-1.55	1.0-1.05
5051	1.25-1.3	0.7-0.8
5961	1.5-1.6	0.9-0.92

유사한 마찰조건 하에서의 고무대 금속간 상대마찰인 경우에 비하여, 정마찰계수는 약 20-50% 증가한 값을 보이고, 동마찰 계수는 약 10-30% 증가하는 경향을 보인다.

### 3.3 마모 특성 측정 실험

#### 3.3.1 실험 조건 및 방법

두 물체간의 상대 접촉면은 원판 대 원판으로 하였다. 기준시편을 수직으로 설치하여 고정시키고, 시편만을 한쪽 방향으로 연속 회전시킨다. 기준시편이 설치된 상부의 암에는 추를 설치하여 두 접촉 평면사이에 수직하중을 가한다. 기준시편으로는, 측정 하고자 하는 재질과 동일한 고무판을 사용하였다. 상대 운동 속도는 모터 제어기를 이용하여 조절한다. 두 재질 사이에는 초기에 아무런 매개 재질도 없게 하여 견마찰 조건을 유지하였다.

접촉판의 지름은 83mm이고 수직하중은 12.51kgf이며, 따라서 접촉 압력은 0.23Mpa(kgf/cm<sup>2</sup>)이다. 수직력이 이보다 더 증가할 경우에는 고무 대 고무의 경우 극심한 채터링이 발생하여 정상적인 상대 운동이 발생하지 않았다. 온도는 상온(23°)으로 유지 되었으며, 제일 바깥 부근의 접선 방향 선속도는 83mm/sec이다. 상대 마찰운동을 시키며 30분 간격으로 마찰표면을 관찰하고 마모량을 측정한다.

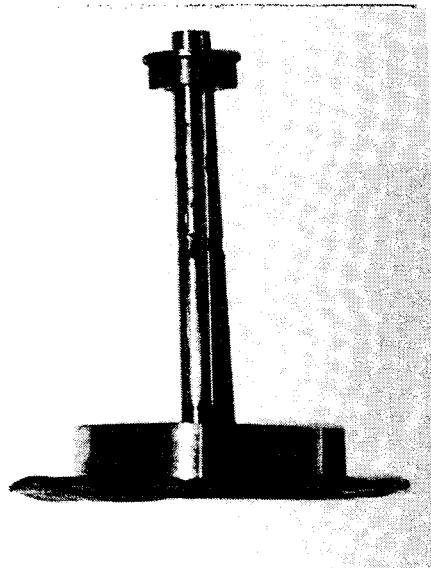


Fig. 5 Rubber plate with tester pin

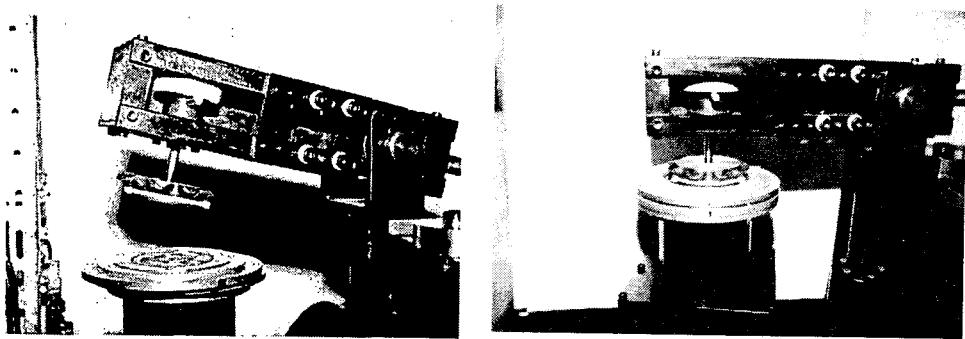


Fig. 6 Test rubber plate and contacting state of the tester

### 3.3.2 실험 결과 및 고찰

동일한 재질의 고무를 기준 시편으로 사용 하였을 때, 마찰이 시작된 후 약 30분 경과후, 두 재질의 표면에는 고무재질이 녹아 형성된 것으로 추정되는 점액형태의 물질이 형성 되었으며, 이 물질이 일종의 구리스와 같은 윤활제 작용을하여 6시간 동안의 마모량이 0.1g 정도로 관찰 되었다(Fig. 7). 이러한 경향은 여러 가지 재질에 있어서 유사하게 관찰되었다.

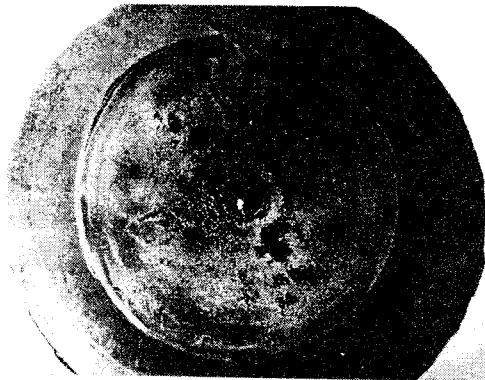


Fig. 7 Surface of the specimen after rubber-rubber friction

고무와 고무가 상대 마찰을 할 경우 일정 시간이 경과하면, 마찰열과 압력에 의해 표면 재질의 일부가 용해되어 점액상의 물질이 형성되고, 이 물질이 윤활제 역할을 수행 함으로써, 마찰을 줄이고 결과적으로 마모량을 감소 시키

는 것으로 추정된다. 또한 이렇게 형성된 물질은 거의 구리스와 같은 정도의 점도를 지녀, 수백 시간이 경과한 후에도 그 양과 점성이 변화하지 않았다. 따라서 고무의 이러한 특성은 고무 대 고무가 상대 마찰을 일으키는 경우에 마모 문체를 완화 시키는 역할을 할 것으로 판단된다.

고무 대 고무의 상대 마찰의 경우에는 이와 같이 마모량이 극히 적어 마모 특성의 비교를 하기가 어려워, 시편들 간의 상대적 비교를 위하여 기준 마찰 재로서 100메쉬의 입도를 가지는 사포를 이용하여 동일한 조건으로 실험을 수행하였다.

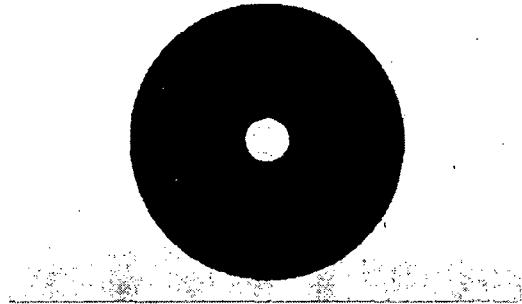


Fig. 8 Sand plate for wear of mesh #100

고무 대 고무의 경우에는 달리, 재질 4444와 5961에서는 초기 30분 동안에 메마른 표면 상태의 마모 입자가 연속적으로 발생하였다. 그후에는 역시 시편의 표면이 녹아서 형성된 점액질의 물질로 인하여 마모량이 급속히 감소하였고, 그 후에는 시간에 따라 거의 일정한 양씩 마모되는 것이 관찰되었다. 그러나 재질 3840과 4143 및 5051에서는 마찰 개시 후 약 2-3분 동안에는 마모분이 발생하였으나, 그 후부터는 마모분이 거의 형성되지 않고 표면 상태가 급속히 변질되는 현상이 관찰되었다. 동일한 시험조건에서 이렇게 서로 다른 결과가 관찰되는 이유는 재질들간의 표면 특성이 상이하기 때문인 것으로 추정된다. 마모판을 이용한 실험에서도 곧바로 점액질의 물질을 형성하는 시편들(3840, 4143, 5051)의 표면에서는 육안으로 관찰하기에도 표면에 끈적끈적한 기름기가 관찰되었다. Fig. 9는 재질 3840과 4143 및 5051이 약 7시간의 상대 마찰을 일으킨 후의, 시편과 상대 마찰면의 표면 상태를 보여주는 사진이다.

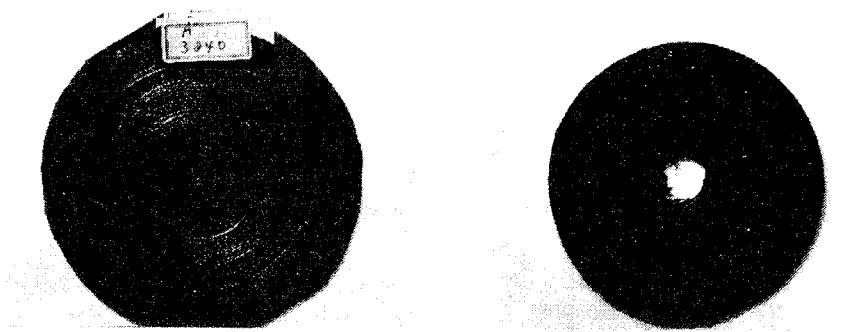


Fig. 9 Surface of the specimen and wear plate(3840)



Fig. 9 Surface of the specimen and wear plate(4143)

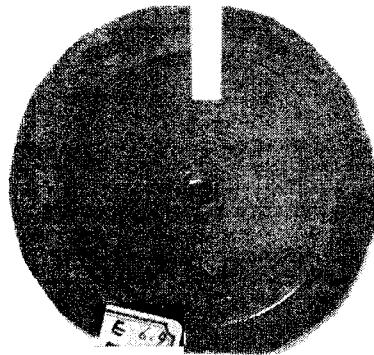


Fig. 9 Surface of the specimen(5051)

Table 2는 각 재질들의 시간에 따른 마모량을 보여준다.

Table 2 Weight loss of the specimen after rubber-wear plate friction

material : 3840 , Original weight : 23.195g				
N0	Time	W(g)	$\Delta W(g)$	비고
1	30 min	23.009	0.186	
2	376 min (6시간16분)	22.166	0.843	
3				
4				

material : 4143 , Original weight : 25.752 g				
N0	Time(min)	W(g)	$\Delta W(g)$	비고
1	30	25.630	0.122	
2	360	25.062	0.586	20 rpm
3	30	25.042	0.020	10.05kg 추가하중 부여
4	157	24.800	0.242	

Table 2 Weight loss of the specimen after rubber-wear plate friction  
(continued)

material : 4444 , Original weight : 26.448g				
N0	Time	W(g)	$\Delta W(g)$	비고
2	30 min	25.547	0.901	전 시간에 걸쳐 마모
3	30 min	25.206	0.341	약 20분 정도 마모
4	60 min	24.995	0.256	
5	375 min (6시간15분)	24.442	0.553	

Table 2 Weight loss of the specimen after rubber-wear plate friction  
(continued)

material : 5051 , Original weight : 31.400g				
N0	Time(min)	W(g)	$\Delta W(g)$	비고
1	30	31.300	0.100	
2	360	30.694	0.606	
3	30	30.592	0.102	10.05kg 추가하중 부여
4	157	30.109	0.483	

material : 5961 , Original weight : 33.190g				
N0	Time	W(g)	$\Delta W(g)$	비고
1	30 min	32.660	0.53	전 시간에 걸쳐 마모
2	30 min	32.490	0.17	약20분 정도 마모됨
3	376 min (6시간16분)	32.190	0.3	
4				

초기 30분 동안의 마모량이나, 준유체윤활 상태에서의 마모량 면에서 마모가 제일 많이 발생한 재질은 재질 4444이다. 따라서, 재질 4444를 기준 재질로하여, 다른 재질들의 마모정향지수를 계산하면, Table 3과 같다.

$$\text{마모저항지수} = \frac{\text{기준 재질의 마모량}}{\text{측정 재질의 마모량}}$$

초기 30분 동안의 마모량은 시편의 초기 표면 상태에 따라 많은 영향을 받을 것으로 추정되고, 실제 얻어진 데이터도 재질에 따라 많은 차이가 보이며, 고무 제품의 기계요소가 실제 시스템에서 사용될 때 수 시간 이상씩 연속 사용될 것으로 예상되기 때문에, 마모저항지수는 준유체윤활 상태의 값이 실제적인 타당성이 있을 것으로 판단된다.

Table 3 Abrasion resistance index of the material (Standard Material: 4444)

재질	초기 30분	준유체윤활 상태
3840	4.85	1.80
4143	6.62	2.48
4444	1	1
5051	7.09	1.75
5961	1.70	1.89

#### 4. 결 론

1. 체계적인 설계방법론을 적용하여 고무의 마찰 특성 평가를 위한 마찰시험기를 개발하였다.
2. 개발된 시험기는 다양한 운전조건 하에서의 고무류 마찰 특성 측정이 가능하며, 안정적이고 신뢰성 있는 데이터 획득이 가능하다.
3. 본 연구를 통하여 고무류 마찰시험장치에 대한 기본적 설계 기술을 개발하였다.
4. 개발된 시험기를 이용하여 경도가 다른 5가지의 천연고무류 시편에 대해 여러 가지 조건에서 마찰계수를 측정하였고 그 결과를 분석하였다.
5. 상대속도가 증가할수록 마찰계수가 증가한다.
6. 접촉압력이 증가함에 따라 마찰계수는 미소한 감소현상을 보이고, 고하중 일수록 경도차이에 따른 마찰계수 차이는 줄어든다.
7. 온도변화에 따른 마찰계수 변화 경향은 일관성을 찾을 수 없었다.
8. 금속과는 달리 초접탄성에 기인하는 끌림마찰 현상이 발생하며, 이 경향은 특히 고속의 경우에 현저하다.
9. 마찰계수는 온도, 속도, 하중 및 표면조도와 상대 재질에 따라 최고 70% 이상까지 변화하므로, 정확한 마찰계수의 측정은 실제 사용 상태와 동일한 시험조건하에서 수행되어야 한다.

10. 고무 대 고무의 정마찰계수는 대부분의 조건에서 1을 넘으며, 동마찰계수는 정마찰계수에 비하여 약 30%정도 낮은 값을 갖는다.
11. 고무 대 고무의 상대운동시에 발생되는 마찰계수는 고무 대 금속의 경우에 비하여, 정마찰계수는 20-50%, 동마찰계수는 10-30% 증가한다.
12. 실험에 사용된 재질 중에서는 재질 4444의 마모저항지수가 제일 낮다.
13. 상대운동을 하는 재질이 금속인 경우나 동일한 재질의 고무인 경우 모두에서, 건마찰이 시작되고난 후 수분 내지는 1시간 이내에, 마찰 표면이 녹아서 점액상태로 되는 변질 현상이 발생되며, 이렇게 발생된 점액상의 물질이 윤활제로 작용하여 준유체윤활 상태의 윤활 조건이 형성됨으로써, 마모가 급격히 감소하는 현상이 발생한다.
14. 상대마찰 초기에 고무류의 마찰면에서 형성되는 점액상태의 물질은 고무류의 마모수명을 증가시키는 역할을 할 것으로 추정되며, 따라서 고무류 제품의 성능과 수명은 마모에 의한 영향보다는 항복이나 피로에의한 영향을 더 많이 받을 것으로 추정된다.
15. 개발된 시험기를 이용하여 고무류 시편의 마찰계수 측정을 수행한 결과, 일반적인 시험기에서 요구되는 것과 같은 정도의 신뢰도와 정확도를 가지는 마찰 특성을 측정할 수 있었다. 향후 시편 착탈 및 데이터 처리와 관련된 사용자 편의성을 개선하고 구동부를 개조하면 상업적으로 경쟁력이 있는 제품이 될 것으로 판단된다.

## 참고문헌

1. R. P Brown, "Physical Testing of Rubber", 3rd ed., Chapman & Hall, 1996.
2. A. F. Alliston-Greiner, "Friction Test machines for Rubbery Materials", Tribo-test journal 1-1, September, 1994.
3. 和田法明 外 9人, "ゴムの 摩擦挙動 および 摩擦試験法に 關する 研究", 日本ゴム協会誌, vol. 69, No. 5, pp. 430~441, 1996.
4. 鈴木雅博, "ゴムローラのトライボロジー", トライボロジスト, vol. 42, No. 5, pp. 327~332, 1997.
5. M. Barquins, "Friction and wear of rubber-like material", Wear, Vol. 160, pp. 1-11, 1993.
6. M. Barquins and A. D. Roberts, "Adhesion and friction of epoxidized natural rubber vulcanizates", J. Chim. Phys., Vol. 84, pp. 225-230, 1987.
7. Measurement Group, "Signal Conditioning Amplifier 2310 Instruction Manual", 1995, NC.