

최종보고서

봉다발 구조에서 Pr 수가 난류혼합에

미치는 영향 해석에 관한 연구

Effect of Prandtl Number on the Turbulent Mixing
in Rod Bundles

연구기관

제주대학교

과학기술부

제 출 문

과 학 기 술 부 장 관 귀 하

본 보고서를 “봉다발 구조에서 Pr 수가 난류혼합에 미치는 영향 해석에 관한 연구” 과제의 최종보고서로 제출합니다.

1998. 5. .

주관연구기관명 : 제주대학교

주관연구책임자 : 김 신

연 구 원 : 김 기 득

여 백

요 약 문

I. 제 목

봉다발 구조에서 Pr 수가 난류혼합에 미치는 영향 해석에 관한 연구

II. 연구개발의 목적 및 필요성

본 연구의 목표는 핵연료집합체와 같이 봉다발 구조를 갖는 부수로에서 Prandtl 수가 난류혼합율에 미치는 영향을 해석하고 Prandtl 수의 효과가 고려된 난류혼합율 평가식을 유도하는 것이다. 난류혼합 현상의 해석은 원자로 열수력 설계 및 해석에 있어 매우 중요한 일이다. 그러나 기존의 난류혼합에 대한 연구가 대부분 물이나 공기 등 Prandtl 수가 1 근처인 유체 유동에 대한 것으로 액금로(LMFBR : Liquid Metal Fast Breeder Reactor)나 핵변환로(Nuclear Transmutation Reactor)와 같이 액체금속을 냉각재로 사용하는 경우에는 적용이 곤란하다. 따라서, Prandtl 수가 난류혼합에 미치는 영향을 분석함으로써 다양한 형태의 원자로에 대한 열수력 설계 및 해석에 사용될 수 있는 난류혼합율 평가식을 유도하고자 한다.

III. 연구개발의 내용 및 범위

난류혼합은 흔히 유효 혼합속도(Effective mixing velocity)로 표현된다. 따라서, 난류혼합의 주요원인으로 지목되고 있는 유동맥동(Flow pulsation) 현상과 분자 운동 및 등방성 난류 운동에 대한 척도평가(Scale analysis)를 통해 각각이 난류혼합에 기여하는 부분을 정량화 함으로써 유효 혼합속도를 결정하였다.

그리고, 유한요소법을 이용한 열유동장 해석 코드를 사용하여 Prandtl 수가 난류혼합에 미치는 영향을 수치적으로 해석하고 유도된 평가식과 비교하였다.

실제 핵연료집합체는 혼합날개나 지지격자 등 복잡한 구조물을 포함하고 있으나 이들의 효과를 해석적으로 분석한다는 것은 현실적으로 불가능하므로, 해석의 범위를 다른 구조물이 없이 핵연료봉으로만 구성된 봉다발 구조에 국한하였다. 그리고 유동장은 정상상태이며 축 방향으로 완전히 발달된 단상유동으로 가정하였다.

IV. 연구개발 결과

Prandtl 수가 낮은 유체 유동에 대한 난류혼합 실험은 매우 어려워 실험 자료가 극히 제한적이어서 유도된 평가식을 많은 실험자료와 비교하지는 못했으나, 러시아에서 수행된 실험 자료와 비교한 결과 타당성을 확인할 수 있었다. 그리고 Prandtl 수의 효과가 고려되지 않은 다른 평가식과도 비교하여, 난류혼합에 Prandtl 수가 절대적인 영향을 미치며 기존의 상관식이 저 Prandtl 수 유체유동에 대한 난류혼합을 예측에 실패한다는 것을 확인하

였다.

또한, 수치해석을 통해 난류혼합 현상을 모사하였으며 유도된 평가식과 비교하여 만족할 만한 결과를 얻었다.

V. 연구개발결과의 활용계획

본 연구에서 개발된 난류혼합을 평가식은 Prandtl 수의 효과가 고려되어 있으므로 다양한 냉각재에 대한 열수력 설계 및 해석에 유용하게 사용될 수 있을 것으로 판단되며 특히, 사용후핵연료의 장수명 핵종 소멸 처리를 위해 연구가 진행되고 있는 핵변환로에서 냉각재의 선정 및 핵연료 설계에 기여할 수 있을 것으로 생각된다.

또한 본 연구에서 난류혼합을 정량화하기 위해 사용된 척도평가론이 난류혼합 현상을 설명하는데 유용하게 사용될 수 있음을 보여주고 있으므로 봉다발 유동장 뿐만 아니라 다른 형태의 기하구조를 갖는 유동장의 난류 현상 해석에도 도움을 줄 수 있을 것이며 특히, 유동맥동을 타원운동을 하는 가상유동으로 모형화하는 방법은 유동맥동이 기여할 수 있는 난류 구조의 해석에도 기여할 수 있으리라 판단된다.

SUMMARY

I. Project Title

Effect of Prandtl Number on the Turbulent Mixing in Rod Bundles

II. Objectives and Needs of the Project

The objectives of the present project are to analyze the effects of Prandtl number on the turbulent mixing in rod bundles such as nuclear fuel assemblies, and to derive a scale relation of the turbulent mixing rate in which Prandtl number effects are considered. It is very important to analyze the turbulent mixing in the thermal hydraulic design and analysis. However, most researches on the turbulent mixing deal with the flows of the fluids whose Prandtl number are near 1 such as water and air, hence their results cannot be applicable to the liquid metal coolant reactors such as LMFBR (Liquid Metal Fast Breeder Reactor) and Nuclear Transmutation Reactor. So, we analyze the effects of Prandtl number on the turbulent mixing and derive a scale relation of turbulent mixing rate which can be used in the thermal hydraulic design and analysis for various types of reactors.

III. Contents and Scope of the Project

The turbulent mixing is usually expressed quantitatively in terms of the effective mixing velocity. Therefore, in order to determine the effective mixing velocity, contributions of the molecular motion, the isotropic turbulent motion, and the flow pulsation which is a main cause of the turbulent mixing are quantified.

Also, with a thermal hydraulic analysis code adopting finite element method, the effect of Prandtl number on the turbulent mixing is predicted numerically and the numerical results are compared with the derived scale relation.

The real fuel assemblies are composed of many complex structures such as mixing vanes and grids. However, for simplicity, axially fully developed single phase flows through bare rod bundles are considered and are assumed to be in steady state.

IV. Results

The experiment is very hard to conduct and the experimental data are quite limited. Even though the derived scale relation is not compared with many experimental data due to the scarcity of the data, the scale relation is successfully verified with Russian experimental data. The scale relation is compared with another scale relation which does not take into account the effect of Prandtl number, and the comparison

shows that Prandtl number have a considerable effect on the turbulent mixing and then the previous relation without considering Prandtl number effect fail to predict the mixing in low Prandtl number fluid flows.

Also, the turbulent mixing is simulated with a numerical model and the results are successfully compared with the derived scale relation.

V. Proposal for Applications

The scale relation of the turbulent mixing derived in this study reflects the effect of Prandtl number, hence it can be useful in the thermal hydraulic design and analysis for various coolants. Especially, this scale relation can contribute to the coolant selection and the fuel design for Nuclear Transmutation Reactor which is being studied for the disposal of long-lived nuclides in radioactive spent fuels.

Also, because the scale analysis methodology used in this study for the quantification of the turbulent mixing rate is successfully applied in the analysis on the turbulent mixing phenomenon, this methodology can be adopted in the turbulent flow analysis for the flow fields in different geometries as well as in rod bundles. The hypothetical flow with elliptic motion assumed to simulate the flow pulsation is thought as a useful model in the analysis on the phenomena where the flow pulsation plays an important role.

CONTENTS

Submission Form	1
Summary (Korean)	3
Summary (English)	6
Contents (English)	9
Contents (Korean)	12
List of Tables	15
List of Figures	16
Chapter 1. Introduction	19
Section 1. Needs of the Research	19
Subsection 1. Characteristics of the rod bundle flow fields	19
Subsection 2. Subchannel analysis	20
Section 2. Objectives and Scope of the Research	23
Chapter 2. Review of Worldwide Researches	27
Section 1. Phenomena Description	27
Subsection 1. Flow phenomena in rod bundles	27
Subsection 2. Mixing between subchannels	30
Subsection 3. Flow pulsation	32

Section 2. Previous Studies	34
Subsection 1. Turbulent mixing	34
Subsection 2. Kim and Park's analysis on flow pulsation phenomenon	55
Subsection 3. Summary of the previous studies	56
 Chapter 3. Contents and Results of the Research	59
Section 1. Estimation of Turbulent Mixing Phenomenon	59
Subsection 1. Hypothetical flow	60
Subsection 2. Estimation of the length and velocity scales of flow pulsation	63
Subsection 3. Geometrical factors	65
Subsection 4. Velocity coefficients	67
Subsection 5. Strouhal number correlation	68
Subsection 6. Estimation of turbulent mixing rate	69
Section 2. Numerical Analysis	91
Subsection 1. Equation set for the analysis	92
Subsection 2. Boundary conditions	95
Subsection 3. Finite element formulation	97
Subsection 4. Calculation procedure	99
Subsection 5. Results and Discussion	102
Section 3. Conclusion	133
 Chapter 4. Accomplishments and Contributions of the Research	137

Chapter 5. Application Plan of the Results 139

Chapter 6. References 141

Nomenclatures 149

Appendix 1. Wall Boundary Condition for ϵ A1-1

Appendix 2. Finite Element FormulationA2-1

Appendix 3. Coordinate Transformation of Anisotropic Eddy
ViscositiesA3-1

Appendix 4. Mixing Rate Expression for Subchannel Analysis
.....A4-1

차 례

제 출 문	1
요 약 문	3
SUMMARY	6
CONTENTS	9
차 례	12
표 차 례	15
그림 차례	16
제 1 장 서 론	19
1 절 연구개발의 필요성	19
1. 봉다발 유동장의 특성	19
2. 부수로 해석	20
2 절 연구개발 목적 및 범위	23
제 2 장 국내외 기술개발 현황	27
1 절 현상 서술	27
1. 봉다발 구조 내 유동 현상	27
2. 부수로 간 혼합 현상	30
3. 유동맥동	32

2 절	기존 연구	34
1.	난류혼합	34
2.	Kim and Park의 유동맥동 현상 해석	55
3.	기존 연구 요약	56
제 3 장	연구개발 수행 내용 및 결과	59
1 절	난류혼합 현상 평가	59
1.	가상 유동	60
2.	유동맥동의 길이 및 속도척도 평가	63
3.	기하 인자	65
4.	속도 계수	67
5.	Strouhal 수 상관식	68
6.	난류혼합을 평가	69
2 절	수치해석	91
1.	해석에 사용된 방정식계	92
2.	경계조건	95
3.	유한요소 공식화	97
4.	계산 과정	99
5.	해석 결과 및 논의	102
3 절	결론	133
제 4 장	연구개발목표 달성도 및 대외기여도	137
제 5 장	연구개발 결과의 활용계획	139

제 6 장	참고문헌	141
인 용 부 호	149
부록 1.	ε 의 벽면 경계조건	A1-1
부록 2.	유한요소 공식화 표현식	A2-1
부록 3.	비등방성 와류점성 계수의 좌표 변환	A3-1
부록 4.	부수로 사이의 혼합을 표현식	A4-1

표 차 례

Table 3-1. Conversion Relations among Dimensionless Parameters for Mixing	77
Table 3-2. Empirical Constants in the $k-\epsilon$ Turbulence Model	93

그림 차례

Fig. 1-1. Schematics of rod bundle geometries.	25
(a) Square array	
(b) Triangular array	
(c) Wall-bounded subchannel	
Fig. 2-1. Spatial correlation of velocity fluctuation at the rod-rod gap : Hooper and Rehme[24].	47
Fig. 2-2. Spatial correlation of velocity fluctuation at the rod-wall gap : Moller[10].	49
Fig. 2-3. Energy spectra of the fluctuating velocity at the rod-wall gap : Wu and Trupp[12].	52
(a) Axial component	
(b) Azimuthal component	
Fig. 3-1. Schematic of hypothetical circulating flow.	62
Fig. 3-2. Variation of K_M factor according to Prandtl number.	76
Fig. 3-3. Comparison of Stanton Numbers in a triangular array for Re = 100,000.	83
(a) Pr = 0.001	
(b) Pr = 0.01	

Fig. 3-4. Comparison between this study and Kim-Park's model in a triangular array for $Re = 100,000$	85
(a) $Pr = 0.001$	
(b) $Pr = 0.01$	
Fig. 3-5. Effects of Reynolds number on gap Stanton number at $Pr = 0.001$	87
(a) $Re = 50,000$	
(b) $Re = 100,000$	
(c) $Re = 200,000$	
(d) $Re = 300,000$	
Fig. 3-6. Temperature contour in a square array ($P/D = 1.10, Re = 105,000$).	103
(a) $Pr = 0.01, Pr = 0.10$	
(b) $Pr = 1.0, Pr = 10$	
Fig. 3-7. Temperature contour in a triangular array.	105
($P/D = 1.10, Re = 103,000$).	
(a) $Pr = 0.01, Pr = 0.10$	
(b) $Pr = 1.0, Pr = 10$	
Fig. 3-8. Wall temperature variation for a square array.	108
(a) $P/D = 1.10, Re = 105,000$	
(b) $P/D = 1.20, Re = 105,000$	
(c) $P/D = 1.30, Re = 107,000$	
Fig. 3-9. Wall temperature variation for a triangular array.	111
(a) $P/D = 1.10, Re = 103,000$	
(b) $P/D = 1.20, Re = 105,000$	

(c) $P/D = 1.30$, $Re = 107,000$

Fig. 3-10. Local Nusselt number variation for a square array.114

(a) $Pr = 0.01$

(b) $Pr = 0.10$

(c) $Pr = 1.00$

(d) $Pr = 10.0$

Fig. 3-11. Local Nusselt number variation for a triangular array.118

(a) $Pr = 0.01$

(b) $Pr = 0.10$

(c) $Pr = 1.00$

(d) $Pr = 10.0$

Fig. 3-12. Nusselt number variation according to Peclet number.123

Fig. 3-13. Calculation domain for turbulent mixing between
subchannels.124

Fig. 3-14. Comparison of code calculation and estimation in a square
array for $Re = 100,000$125

(a) $Pr = 0.001$

(b) $Pr = 0.01$

(c) $Pr = 0.1$

Fig. 3-15. Effect of Reynolds number on gap Stanton number in a
square array.129

(a) $Pr = 0.001$

(b) $Pr = 0.01$

(c) $Pr = 0.1$

(d) $Pr = 1.0$

제 1 장 서 론

1 절 연구개발의 필요성

1. 봉다발 유동장의 특성

원자로의 핵연료집합체나 열 교환기의 구조는 대체로 봉다발(Rod bundle) 형태를 갖는다. 봉다발 내 유체 유동과 열전달 과정은 매우 복잡한 현상으로 이러한 현상을 자세히 이해하는 것은 정상적인 운전 상태 하에서는 최적의 상태로 설계된 기능을 발휘하도록 하고 비정상적인 운전 상태 하에서는 구조의 건전성을 유지하도록 하는데 필수적이다[1]. 특히, 원자로 설계 및 안전성 분석에 있어서 궁극적으로 중요한 것은 핵비등이탈율(DNBR : Departure from Nuclear Boiling Ratio)이 안전 한계치를 넘지 않는다는 사실을 입증하는 일인데, 이러한 열수력학적 해석을 정확히 수행하기 위해서는 핵연료집합체 부수로(Subchannel) 내에서의 온도장에 대한 상세한 정보가 요구되며, 이에선 유동장에 관한 자세한 지식이 필수적이다.

봉다발 유동장은 원형관이나 평판과 같은 단순 유동장에서는 관측되지 않는 이차유동(Secondary flow)이 존재하며 난류강도(Turbulence intensity)가 강한 비등방성(Anisotropy)을 나타내는 것으로 알려져 있어[2] 단순 유동장에 대한 접근 방식을 그대로 적용시키는데 한계가 있다. 따라서 이러한 유동 특성들이 무엇에 기인한 것이며 유동장에 어떠한 영향을 미치는가에 대한 해석이 요구된다.

핵연료집합체는 많은 수의 부수로로 구성되어 있으며, 이 부수로들은

서로 독립적으로 유로를 형성하는 것이 아니라 상호 개방되어 있다. 어떤 한 부수로에서의 유동장은 인접 부수로와 질량, 운동량 및 에너지를 상호 교환하면서 주변의 것들과 영향을 주고받는다. 따라서 원자로 내 열수력학적 거동을 정확히 파악하기 위해서는 일차적으로 각각의 부수를 독립적으로 취급하여 해석하는 것도 필요하지만, 부수로 간에 발생하는 주요 물리량의 상호 교환 과정을 파악하고 해석하는 일이 중요하다.

2. 부수로 해석

모든 열수력학적 거동에 대한 정보를 얻는데 있어서 가장 정확한 방법은 직접 실험을 통하여 자료를 구하는 것이다. 대체적으로 이 방법은 비용이 많이 들며 때로는 계측이 곤란한 경우도 있어 실용적이지 못한 경우가 많다. 그리고 실제의 핵연료집합체 부수로는 고온, 고압 하에서 운전되고 있으며 매우 복잡한 기하학적 구조를 갖고 있기 때문에, 실험을 할 경우에는 이를 단순화시키거나 실제보다 작은(혹은 큰) 규모의 실험 장치를 구성하여 실험을 수행하는 경우가 대부분이다. 그러나 이러한 경우에 적절한 상사율(Scaling law)을 찾아 내지 못하면 실험 결과가 무의미해지며 기하학적 구조가 변화하면 새롭게 실험 장치를 구성하여야 하는 문제점이 있다.

이와 같은 문제점을 해결할 수 있는 방법으로 수치해석을 들 수 있다. 즉, 유동장에 대한 질량, 운동량 및 에너지에 대한 지배방정식을 구성하고 적절한 초기조건 및 경계조건을 부여하여 수치해를 구함으로써 유동장에 대한 정보를 얻을 수 있다. 수치해석 방법론은 크게 Lumped parameter(LP) 법과 Distributed parameter(DP) 법으로 구분할 수 있다[3]. LP 법에서는 노심을 균질화된 수 개의 소영역으로 분할하고 물리적 성질이

각 영역에 대해서는 일정하다는 가정을 사용한다. 그러나 DP 법에서는 모든 물리적 성질이 공간의 함수로 정의된다. LP 법은 DP 법에 비해 간단하므로 노심 전체의 열수력학적 거동을 해석하는데 적합하지만 열유동장에 대한 상세한 정보를 제공해 주지 못하며 인접 검사체적(Control volume)과 상호 관계를 규정하는 부수로 매개변수를 필요로 한다는 단점이 있다. 반면에 DP 법은 열유동장의 국부적인 정보를 제공해 준다는 장점이 있기는 하지만, 아직까지 이 방법을 이용해 노심 열유동장을 해석하기에는 전산기 용량에 한계가 있어서 비경제적인 것이 현실이다. 따라서 COBRA, TORC 등 열수력 설계에 실제 사용되고 있는 부수로 해석 코드들은 LP 법을 채택하고 있다.

COBRA, TORC 등과 같은 부수로 해석 코드들은 부수로 사이에서 발생하는 상호작용의 복잡한 현상을 간단히 모형화하기 위하여 많은 실험상수 또는 실험식들을 사용하고 있다. 부수로 해석 코드가 원자로심의 열유동장을 얼마나 정확히 모사할 수 있느냐 하는 것은 이러한 모형 인자들의 적절한 사용과 밀접한 관계를 갖는다. 단상유동(Single-phase flow)의 경우에 특히 중요한 모형으로는 교차류(Crossflow) 해석 모형과 난류혼합(Turbulent mixing) 해석 모형을 들 수 있다. 교차류 해석 모형은 부수로 해석 코드가 횡 방향 운동량방정식을 간단히 모형화시키는 개념에서 출발하였기 때문에 사용되는 것이며, 난류혼합 해석 모형은 부수로 사이에서 발생하는 난류에 의한 교환 현상을 고려하기 위하여 도입된 것이다.

이들 모형과 관계된 주요 인자로 난류혼합 매개변수(Turbulent mixing parameter) β_M , 교차류 저항 인자(Crossflow resistance) K_{ij} , 횡 방향 운동량 인자(Transverse momentum factor) s/l , 그리고 난류 운동량 인자(Turbulent momentum factor) f_T 등이 있다. 황대현 등이[4] 이들 인자가 노심의 DNBR 및 수력학적 거동에 미치는 영향을 정량적으로 분석한 결과

에 의하면, 난류혼합 매개변수는 고온 부수로의 엔탈피 상승 및 출구 유속에 미치는 영향이 매우 큰 것으로 나타났으나 기타 인자들의 영향은 그다지 크지 않은 것으로 나타났다. 따라서 노심의 과도 상태나 유로 막힘이 있는 경우를 제외하고는 난류혼합 매개변수 이외의 기타 인자들의 영향은 크지 않을 것으로 여겨진다.

한편, 이미 실증 실험로가 건설되어 있는 액금로의 경우에는 액체 나트륨을 냉각재로 채용하고 있는데, 이러한 액체 금속은 열전도도가 매우 높아 물의 경우와는 달리 전도에 의한 열전달이 상당한 중요성을 띠게 된다. 그리고, 열 경계층이 운동량 경계층에 비해 훨씬 더 두껍게 발달하므로 전반적인 열전달 거동은 물과는 상당히 다른 모습을 보인다. 또한, 최근 들어 사용후 핵연료와 같은 고준위 방사성 폐기물이 포함하고 있는 장수명 핵종의 소멸 처리를 위해 핵변환로에 대한 연구가 진행되고 있는데, 핵적 및 화학적 특성으로 인해 냉각재로 납, 납/창연(蒼鉛), 납/리튬 등이 거론되고 있다. 이 물질들은 나트륨의 경우와 마찬가지로 모두 금속으로, 이들을 작동유체로 하는 유동에서의 열전달 거동에 대한 지식은 냉각재의 선정과 열수력 설계에 매우 중요하다. 따라서 Prandtl 수가 매우 낮은 액체금속 냉각재를 사용하는 원자로의 부수로 열수력 해석에 필요한 난류혼합을 모형을 개발하기 위해서는 Prandtl 수가 난류혼합에 미치는 영향을 분석하여 반영할 필요가 있다.

2 절 연구개발 목적 및 범위

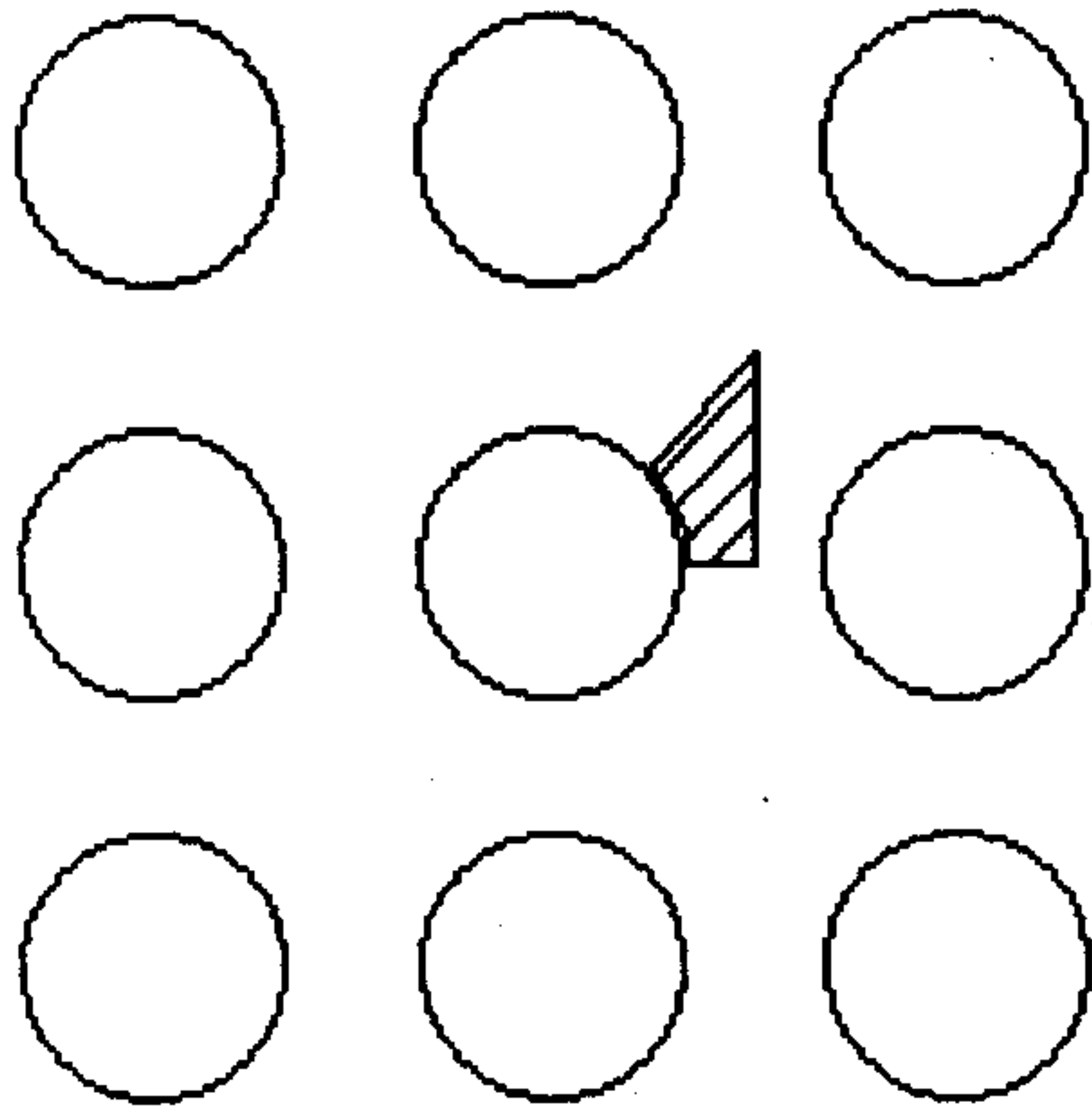
원자로 부수로 열유동장을 정확히 해석하기 위해서는 봉다발 유동장의 특성을 파악하고 모형화하는 과정이 필요하다. 그리고 노심 열수력 설계 및 안전성 평가에 사용되는 부수로 해석 코드들이 LP 법을 채택하고 있으므로 이들 코드에 사용되는 주요 인자들에 대한 예측이 중요하다. 이들 중 가장 중요한 것으로 난류혼합 매개변수를 꼽을 수 있다. 이 매개변수를 정확히 예측해 내기 위해서는 부수로 사이에서 발생하는 난류혼합의 원인을 규명하고 혼합율을 평가하는 작업이 선행되어야 한다. 이를 위하여 1960년대부터 많은 시도가 있어 왔으나 실험상의 난점과 난류유동 구조에 대한 이해 부족으로 만족할 만한 결론을 내리지 못했었다. 난류혼합의 원인으로 난류 확산과 이차유동을 비롯한 거시적 유동 현상을 들 수 있다. 기존의 연구에 의하면 난류확산 만으로 예측된 혼합율은 실험적으로 관측된 혼합율에 비해 그 양이 작게 나타났으며, 만일 난류확산이 혼합의 유일한 원인이라면 혼합율은 간극 폭에 비례할 것이나 실제로는 상대적인 간극의 크기에 둔감한 것으로 알려져 있다[5]. 이차유동 또한 단위 부수로 내에 갇히기 때문에 혼합에 그다지 큰 기여를 하지 않는 것으로 평가되고 있다[6-8]. 봉다발 구조에서의 난류유동장에 대한 에너지 스펙트럼의 측정을 통해 부수로 사이에 주기적인 거시적 유동 현상이 존재한다는 사실이 관측되고[9], 최근 들어 혼합의 대부분을 결정하는 현상으로 이와 같은 “순환하며 거의 주기적인 유동맥동(Cyclic and almost periodic flow pulsations)”이 지목되면서[8] 유동맥동의 거동을 파악하기 위한 몇몇의 실험이 수행되었다[10-13]. 이들 실험 결과에 의하면 유동맥동의 주 진동수는 Reynolds 수와 간극(Gap)의 크기에 의존하는 것으로 밝혀졌다.

본 연구에서는 봉다발 구조 유동장에서 관측되는 유동맥동 현상을 기

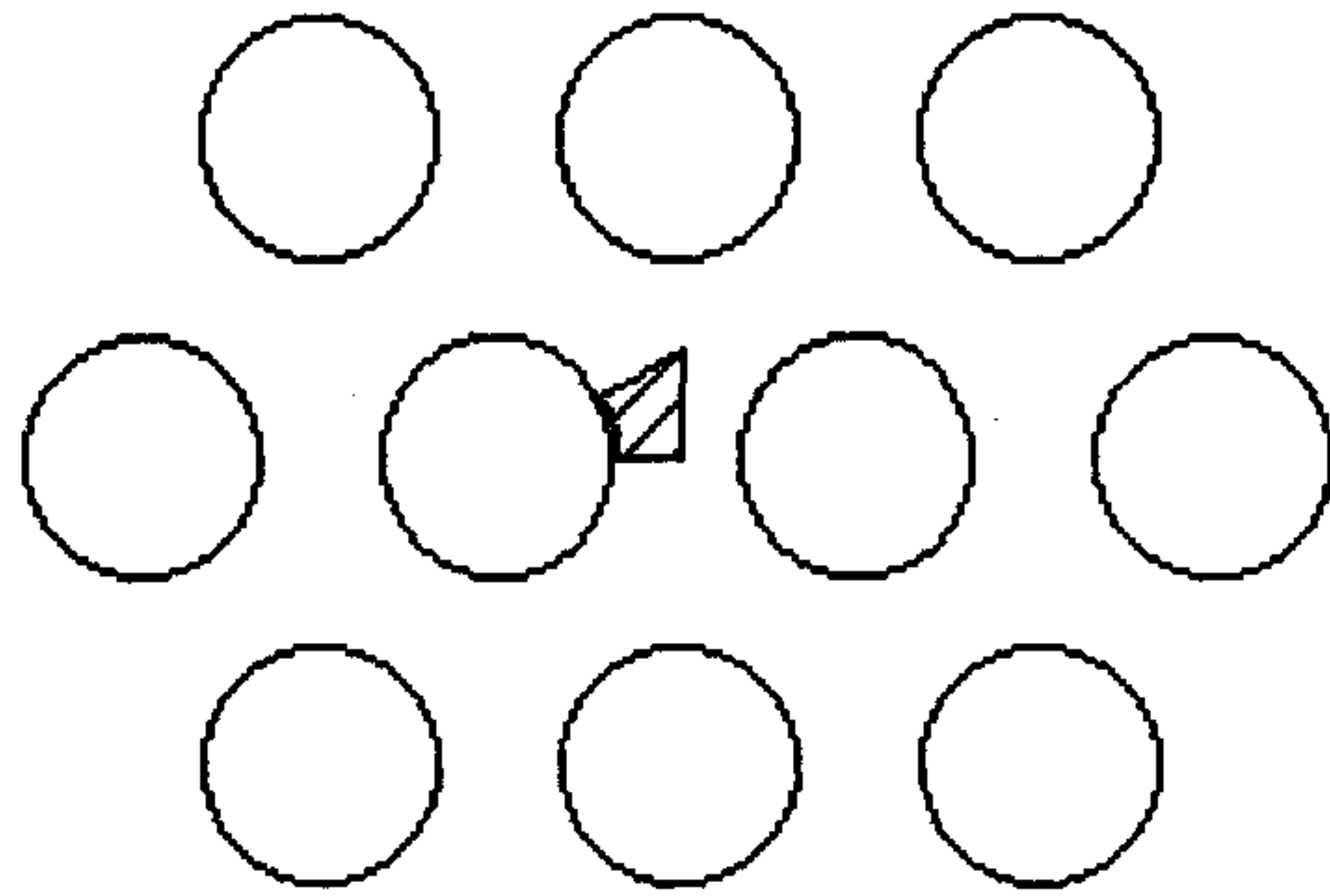
초로 난류혼합율에 대한 예측을 시도하였으며 특히, Prandtl 수가 난류혼합에 미치는 영향을 해석하였다. 우선, Kim and Park이[14] 유동맥동 현상을 모형화했던 방식을 따라 부수로 사이의 간극을 가로질러 순환하며 주기적인 운동을 하는 유동맥동을 맥동의 주 진동수에 해당하는 주기를 갖는 가상적인 회전유동으로 대치하여 유동맥동을 기술할 수 있는 길이 및 속도척도를 평가하였다. 전통적인 척도평가론(Scale analysis)을[15] 이용하여 난류혼합율에 대한 평가식을 유도하였으며, 특히 Prandtl 수가 난류혼합에 미치는 영향을 분석하여 이를 평가식에 반영하였다.

또한, 유한요소법(Finite element method)을 이용한 부수로 열유동장 상세 해석 코드를 사용하여 난류혼합 현상을 수치적으로 모사하였다. 난류모형으로는 Lam-Bremhorst 저-Reynolds 수 $k-\epsilon$ 모형을[16] 사용하였다. 열유동장을 보다 정확히 해석하고 난류혼합을 수치적으로 모사하기 위해서 난류확산의 비등방성을 가정하였다. 비등방성 인자로는 Kim and Park[17]이 유동맥동 현상에 기초하여 유도한 비등방성 인자 평가식을 사용하였다. 그리고 수치계산을 통해 Prandtl 수가 난류혼합에 미치는 영향을 분석하였다.

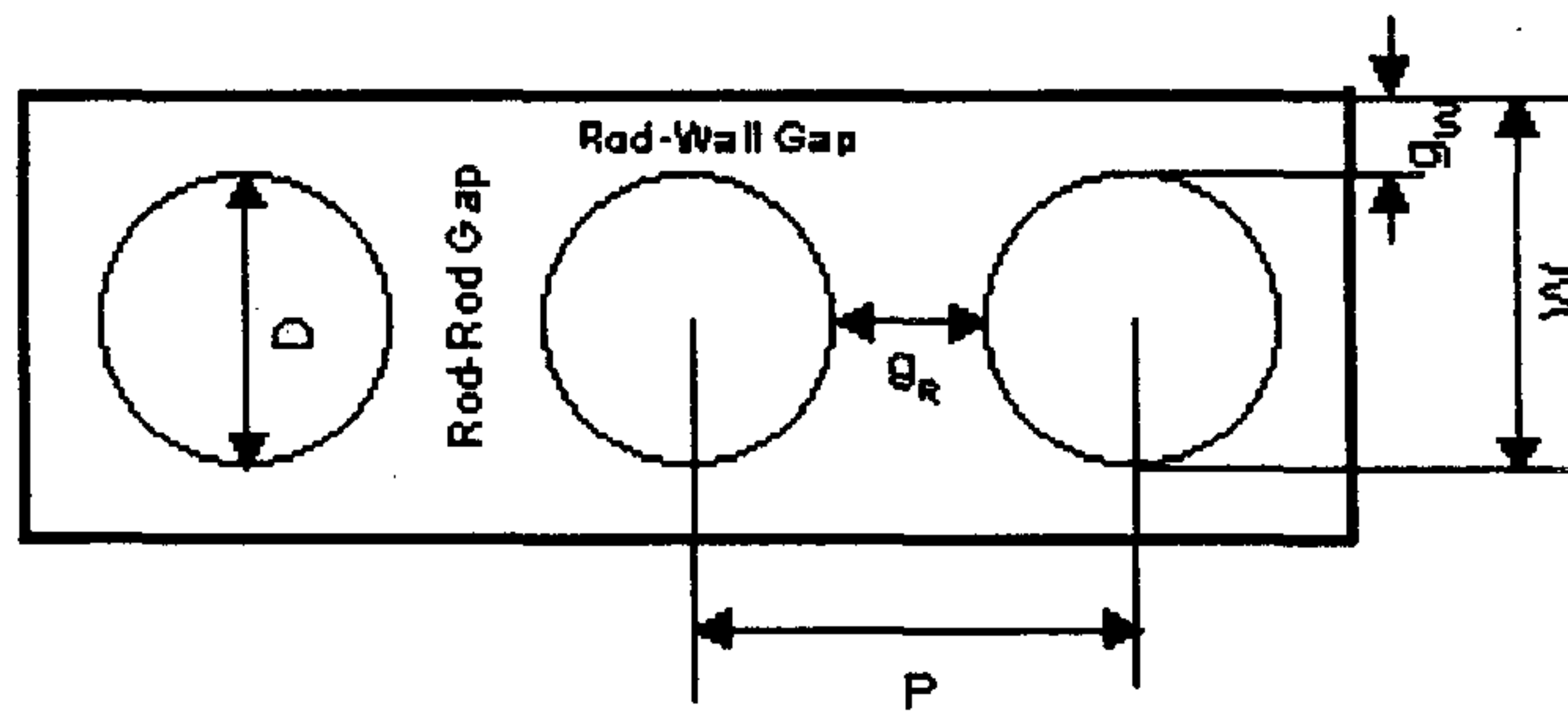
실제 핵연료집합체는 혼합날개나 지지격자 등 복잡한 구조물을 포함하고 있으나 이들의 효과를 해석적으로 분석한다는 것은 현실적으로 불가능하므로, 해석의 범위를 다른 구조물이 없이 핵연료봉으로만 구성된 봉다발 구조에 국한하였다. 그림 1-1에 대표적인 봉다발 부수로의 개략도를 제시하였다. 그리고 유동장은 정상상태이며 축 방향으로 완전히 발달된 단상유동으로 가정하였다.



(a) Square array



(b) Triangular array



(c) Wall-bounded subchannel

Fig. 1-1. Schematics of rod bundle geometries

여 백

제 2 장 국내외 기술개발 현황

1 절 현상 서술

1. 봉다발 구조 내 유동 현상

핵연료집합체와 같은 봉다발 구조의 부수로 유동장은 기하 구조가 축대칭이 아니며 인접 부수로에 개방되어 있기 때문에 많은 실험을 통해 밝혀졌듯이 혼합날개나 지지격자 등 다른 구조물들이 없다고 가정하더라도 원형관이나 평판에서와 같은 단순 유동과는 상당히 다른 유동 구조를 보인다[2]. 따라서 원형관과 같은 단순 유로에서의 유동 구조를 봉다발 구조에 외삽하려는 시도가 부분적인 성공을 거두기도 하지만 봉다발 유동장에 대한 보다 정확한 해석이 필요하다[9].

가. 이차유동

핵연료집합체 부수로, 열 교환기, 환배기 계통, 제트 엔진의 흡기관 등과 같은 공학적인 문제에서 부딪히는 유로의 단면적은 대부분 비원형관이다. 삼각형 또는 사각형 유로를 지나는 층류유동의 경우에 벽면 전단응력은 유로 벽면을 따라 상당히 크게 변한다. 그러나 난류유동의 경우는 거의 일정한 값을 갖는데 이는 난류에 의한 이차유동(Secondary flow) 현상 때문이다. 이러한 비원형 유로를 흐르는 난류는 항상 유동 방향에 수직인 평면

상에 이차유동을 발생시킨다. Nikuradse에 의해 이차유동이 관측된 이후에, 비로소 축 방향 속도의 등속도선이 유동 단면적과 유사한 형태를 띠며 벽면 전단응력이 거의 일정하게 관측되는 이유에 대한 설명이 가능하게 되었다. 그리고 난류유동장에서 수력학직경(Hydraulic diameter) 개념이 성공적으로 적용될 수 있는 원인 또한 이러한 이차유동으로 설명이 가능하다[18].

일반적으로 이차유동은 두 가지의 서로 다른 과정에 의해 발생된다. 굵은 관에서는 압력에 의해 유도된(Pressure-induced) 또는 구심력에 의해 유도된 이차유동이 존재한다. 이는 흔히 Prandtl 제 1종(Prandtl's first kind) 이차유동이라 불리는 것으로, 그 크기가 매우 커서 유동 방향 평균 유속의 20-30 퍼센트에 달한다. 두 번째는 Prandtl 제 2종(Prandtl's second kind) 이차유동이라 불리는 것으로, 봉다발 유동장과 같이 굵지 않은 비원형관에서 난류에 의해 발생되며 유동장이 완전히 발달한 경우에도 존재한다. 난류에 의해 유도된 이차유동은 난류강도의 제곱-평균-제곱근(Root-mean-square)과 비교해도 그 크기가 작아 기껏해야 평균 유속의 수 퍼센트에 불과하지만 유동 단면에서 유동 방향 평균 속도의 등속도선을 모서리 부분으로 상당히 치우치게 하는 역할을 한다. 따라서 이와 같이 이차유동에 의해 왜곡된 유동장은 유동에 실려 수송되는 물질 및 열 등 피동오염물질(Passive contaminant)의 분포에 영향을 주므로 관심의 대상이 되어 왔다[18,19]. 더욱이, 원자로심의 유동장에서는 온도 분포를 균일하게 만들어 열여유도(Thermal margin)를 증진시키는 역할을 하므로 이차유동에 대한 이해는 매우 중요하다.

나. 난류강도의 비등방성

봉다발 구조 유동장의 특징 중의 하나로 난류강도(Turbulence intensity)의 분포가 원형관이나 평판에서의 그것과 다른 경향을 보인다는 점을 들 수 있다. 그리고 봉다발 구조에서만 보더라도 각 방향에 따라 서로 경향을 나타낸다[5,20,21]. 사실상 앞에서 언급한 이차유동도 바로 난류강도의 비등방성에 의해 발생된 것이다. 만일 유동 단면상에서 Reynolds 응력이 등방성을 나타낸다면 회전도(Vorticity)는 생성되지 않으며 따라서 이차유동도 발생하지 않는다. 비등방성은 P/D 가 줄어들수록 강해지는데 $P/D \leq 1.048$ 에서는 수평 방향 난류강도가 축 방향보다 크게 나타나기도 한다[8].

이러한 비등방성은 또한 난류확산의 비등방성을 유발한다. 즉, 벽면에 수직인 방향과 수평인 방향에 대한 확산 계수가 서로 다른 경향을 나타내며 그 크기도 상당한 차이를 나타낸다. 와류점성 계수를 속도척도(Velocity scale)를 마찰속도(Friction velocity)로 하고 길이척도(Length scale)를 분포 길이(Profile length) \hat{y} 로 하여 무차원화 하면, 무차원화된 수직 방향 와류점성 ν_N^+ 는 각도에 관계없이 벽면에서 $y/\hat{y} = 0.3$ 정도까지 원형관의 것과 거의 동일한 거동을 보이면서 증가한다. 그런데, 원형관에서는 그 이후에는 거의 일정한 값을 나타내는 반면에 봉다발에서는 계속 증가하여 최대 속도선 상에서 원형관의 것에 비해 거의 두 배 정도의 크기를 갖는다. 무차원화된 수평 방향 와류점성의 분포는 각도에 의존할 뿐만 아니라 원형관이나 수직방향의 것과는 전혀 다른 경향을 나타내며, P/D 에 따라 다르기는 하지만 그 크기도 수직 방향의 것에 비해 수십에서 수백 배 가량 큰 값을 보인다[20,21]. 난류확산의 비등방성 역시 이차유동과 마찬가지로 유동장을 균일하게 만드는 역할을 한다.

2. 부수로 간 혼합 현상

핵연료집합체 부수로는 상호 개방되어 있기 때문에 인접 부수로와 질량, 운동량 및 에너지 등의 교환이 자유롭다. 운동량이나 에너지는 부수로 사이에서 실제로 질량 유량이 존재하여 유동에 실려 갈 수도 있으며 순 질량 전달량이 0이라 하더라도 난류 요동(Turbulent fluctuation)에 의해 교환이 가능하다. 부수로 사이에서 발생하는 냉각재의 혼합 현상은 혼합날개나 지지격자등의 기계적 구조물에 의한 강제 혼합(Forced mixing)과 이러한 구조물에 무관하게 자연적으로 발생하는 자연 혼합(Natural mixing)으로 구분된다. 그리고 이들은 다시 방향성이 정해져 있는가에 따라 Flow sweeping과 Flow scattering 그리고 Diversion crossflow와 난류혼합(Turbulent mixing)으로 각각 구분된다[22].

가. 강제 혼합

실제 원자로심에는 핵연료봉을 지지하기 위해서 또는 혼합량을 증가시키기 위해서 여러 형태의 구조물을 사용한다. 이러한 구조물은 유동을 방해하기도 하지만 유동장이 뒤섞여 온도장을 균일하게 만드는 역할을 한다.

Flow scattering은 지지격자, 축 방향 또는 원주 방향 날개 등과 같은 기계적 구조물들에 의해 발생하는 방향이 정해지지 않은 혼합 현상을 뜻한다. Flow scattering은 방향이 결정되지 않았다는 점에서 난류혼합과 유사하다. 유로 단면적에 대해 구조물이 차지하는 단면적이 증가할수록, 구조물 사이의 축 방향 거리가 감소할수록 Flow scattering의 효과가 증가하는 것으로 여겨지지만 자세한 것은 거의 알려져 있지 않다.

Flow sweeping은 Flow scattering과는 달리 Wire wrap spacer, Helical fin 등과 같이 교차류(Crossflow)의 방향이 결정되도록 설계된 구조물에 의해 발생하는 혼합 현상을 말한다. Flow sweeping은 임의적인 유동의 교란에 의해 발생하는 것이 아니라 방향이 결정된 횡 방향 구동력에 의해 야기되면서 인접 부수로들 사이에 유동을 발생시키므로 Diversion crossflow 현상과 유사한 점을 갖는다.

나. 자연 혼합

Diversion crossflow는 부수로 간 횡 방향 압력 구배에 의해서 발생하는 방향성을 갖는 유동을 말한다. 횡 방향 압력 구배는 핵연료봉 열속 차이에 의한 밀도차, 부수로 단면적의 차이, 핵연료봉의 편심, 휨 또는 부풀음, 유로 단면적의 변화, 유로내 핵연료집합체의 비대칭 배열 등에 의해 발생할 수 있다. 이러한 횡 방향 압력 구배가 크게 나타나는 영역으로는 유동의 재분포가 이루어지는 원자로 하반구, 지지격자 등에 의해 유동 단면적이 급격히 변하는 곳 그리고 열속 또는 유동의 비대칭 분포로 인해 비등 현상이 다른 부수로에 비해 먼저 일어나는 곳을 들 수 있다.

난류혼합은 부수로 사이에서 발생하는 자연적인 난류 과정에 의한 혼합 효과를 나타내는 것으로 비록 순 질량 전달은 없지만 이로 인해 운동량 및 에너지의 재분포가 이루어진다. 난류혼합은 특히 조밀한 배열에서도 높은 혼합율을 나타내는 등 간극의 상대적인 크기에 둔감한 경향을 보이는 특징을 갖고 있어 많은 관심의 대상이 되어 왔다. 난류혼합의 주요 원인으로 난류확산과, 이차유동과 같은 거시적 유동을 생각할 수 있다. 난류확산에 대해서는 그 동안 많은 이들이 현상학적인 고찰을 통해 모형화를 시도

한 바 있으나 만족할 만한 결과를 얻지 못했다. 최근 들어 봉다발 유동장에서 발생하는 유동맥동 현상이 체계적으로 조사되면서 난류혼합의 주요 원인으로 여겨지고 있으며, Kim and Park[14]은 유동맥동 현상에 대한 척도평가를 통해 비등방성 인자와 난류혼합율에 대한 평가식을 유도한 바 있다. 그러나 이들의 난류혼합율 평가식은 Prandtl 수의 효과를 반영하고 있지 못해 액체금속과 같이 Prandtl 수가 매우 낮은 유체유동의 경우에는 적용하지 못하는 문제점을 안고 있다.

3. 유동맥동

Rowe 등이[9,23] 사각-봉배열에서 유동장을 측정된 결과에 의하면 간극 영역에 이차유동과는 다른 별개의 거시적 유동 과정이 존재한다는 것을 알 수 있다. 즉, 큰척도의 와류(Large scale eddy)가 간극을 통과하면서 움직이는데, 이러한 유동을 간극을 가로지르는 유동맥동(Flow pulsation)이라 한다. Rowe에 의하면 내부, 벽, 구석 부수로에 관계없이 어떠한 경우이든 상당한 범위에 걸쳐 에너지 스펙트럼이 특정한 진동수에서 두드러지게 나타난다. 이 현상은 Hooper and Rehme에[24] 의해 다시 확인되었으며, Möller[10,11], Wu and Trupp[12,13] 등에 의해 체계적으로 조사되었다. 이들의 연구에 의하면 유동맥동의 주 진동수는 Reynolds 수에 비례하며 간극의 상대적인 크기에 반비례한다.

유동장이 완전히 발달되었다면 간극을 경계로 좌우 부수로가 기하학적으로 완전한 대칭이기 때문에 결정론적인 관점에서 보면 양쪽의 수력학적 유동 구조는 완벽하게 동일해야 한다. 간극을 통한 질량의 교환은 존재할 수 없으며 이차유동도 고립된 영역 안에서만 일정한 방향으로 운동해야 한

다. 그러나 이러한 이상적인 상황은 실재하지 않는다. 제작상의 오차로 인한 비대칭을 고려하지 않더라도 난류가 갖는 불규칙성(Irregularity)이라는 속성 때문에 수력학적 대칭성이 깨어지는 순간이 항상 존재하기 마련이다. 이 때문에 간극 좌우에 있는 큰 와류들의 거동이 순간적으로 변화하게 된다. 어느 순간에는 왼쪽의 와류가 보다 커져서 간극을 넘어 오른쪽 부수로에 영향을 주다가 또 다른 어느 순간에는 오른쪽의 와류가 보다 커져서 왼쪽의 부수로에 영향을 주는 과정이 반복된다.

이와 같은 봉다발 유동장에서의 유동맥동 현상은 인접한 부수로 사이에 혼합율을 결정하는데 중요한 요인이 될 뿐만 아니라 맥동 자체가 주 진동수를 갖고 있기 때문에 핵연료의 구조 설계와도 관련이 있다. 연료봉의 고유 진동수는 반드시 운전조건에서 유동맥동의 주 진동수와 다른 값을 가져야 한다[10].

2 절 기존 연구

1. 난류혼합

가. 현상학적 모형

난류혼합(또는 교환)은 부수로 경계면을 횡 방향으로 가로지르는 와류에 의해 야기된다. 따라서, 모형화에는 다음 두 가지의 접근 방법이 가능하다. 하나는 동일한 질량의 유체 덩어리가 간극을 통해 교환되면서 운동량과 에너지를 전달한다는 등질량 모형(Equi-mass model)이며, 다른 하나는 교환되는 유체 덩어리가 동일한 부피를 갖는 것으로 가정하는 등체적 모형(Equi-volume model)이다. 이들의 차이는 단지 모형화 과정에서 교환되는 유체 덩어리의 질량과 부피 중 무엇을 고정시키는가에 관계되어 있기 때문에, 밀도가 일정하다면(단상 유동에서 이는 효과적인 가정이다) 두 접근 방법은 동일한 결론에 도달한다[3]. 사실상 난류혼합에 의한 순 질량 교환율은 '0'이다. 그런데 순 질량 교환율이 0이라 하더라도 부수로 사이에서 운동량 및 에너지의 교환이 이루어지며 이들 교환율은 단위 길이 당 가상의 난류혼합율로 표현될 수 있다. 질량, 운동량 그리고 에너지에 대한 교환율을 각각 $W_{ij}'^D$, $W_{ij}'^M$ 그리고 $W_{ij}'^H$ 로 표기하자.

부수로 i에서 j로의 난류교환율을 운동량과 에너지에 대해 각각 다음과 같이 쓸 수 있다:

$$\overline{(\tau g)_{ij}'} = \overline{W_{ij}'^D U_i} - \overline{W_{ji}'^D U_j}, \quad (2-1a)$$

$$\overline{(q' g)_{ij}'} = \overline{W_{ij}'^D h_i} - \overline{W_{ji}'^D h_j}. \quad (2-1b)$$

여기에서 $\overline{(\tau g)_{ij}'}$ 와 $\overline{(q'' g)_{ij}'}$ 는 각각 난류에 의해 구동되어 단위 시간 단위 길이 당 간극을 가로질러 전달되는 운동량과 에너지의 양을 나타낸다. 유체의 밀도가 일정하다면 $W_{ij}'^D = W_{ji}'^D$ 이므로 이러한 운동량 및 에너지의 전달은 U_i 와 h_i 가 U_j 와 h_j 와 다를 때 발생한다. 이를 다시 가상적인 운동량 및 에너지에 대한 교환율로 바꾸어 표기하면 다음과 같다:

$$\overline{(\tau g)_{ij}'} = \overline{W_{ij}'^M} (\overline{U_i} - \overline{U_j}), \quad (2-2a)$$

$$\overline{(q'' g)_{ij}'} = \overline{W_{ij}'^H} (\overline{h_i} - \overline{h_j}). \quad (2-2b)$$

단, 여기에서

$$\overline{W_{ij}'^M} \equiv \frac{\overline{W_{ij}'^D U_i} - \overline{W_{ji}'^D U_j}}{\overline{U_i} - \overline{U_j}}, \quad (2-3a)$$

$$\overline{W_{ij}'^H} \equiv \frac{\overline{W_{ij}'^D h_i} - \overline{W_{ji}'^D h_j}}{\overline{h_i} - \overline{h_j}} \quad (2-3b)$$

이다.

분자 운동이 부수로 사이에서의 운동량 및 에너지의 교환에 기여하는 정도는 간극을 가로지르는 방향으로의 축 방향 속도 및 온도 구배에 직접 비례한다. 그러나 난류가 기여하는 정도는 현상학적으로 모형화되어야 한다 [25].

부수로 i 와 j 사이의 횡 방향 속도 요동을 v_{ij}' , 간극의 크기를 g_{ij} 라 할 때, 간극을 가로질러 전달되는 단위 길이 당 횡 방향 질량 전달율 요동 (Fluctuating transverse mass flow rate per unit length)은

$$W_{ij}'^D = \frac{\rho v_{ij}' g_{ij} dx_3}{dx_3} = \rho v_{ij}' g_{ij} \quad (2-4)$$

이다. 혼합길이 이론(Mixing length theory)에 입각해 이를 다시 쓰면

$$W_{ij}'^D \propto \rho \left(l \frac{d\bar{U}}{dy} \right) g_{ij} = \rho \left(l^2 \frac{d\bar{U}}{dy} \right) \frac{g_{ij}}{l} \propto \rho \frac{\nu_T}{l} g_{ij} \quad (2-5)$$

이다. 이 때 l 은 난류 혼합길이(Turbulent mixing length)이며 ν_T 는 와류 점성 계수(Eddy viscosity)이다. 위 식에서 l 을 비례 상수로 나눈 값을 난류 유효 혼합길이 (Turbulent effective mixing length) z_{ij}^T 로 정의하면

$$W_{ij}'^D = \rho \frac{\nu_T}{z_{ij}^T} g_{ij} \quad (2-6)$$

이 된다.

한편 에너지 혼합에 관해 살펴보면, 분자 운동이 에너지 전달에 기여하는 양은

$$(q'' g)_{ij}^L = \int_{g_{ij}} \left(-\lambda \frac{\partial T}{\partial n} \right)_{Gap} dg \quad (2-7)$$

이다. λ 는 열전도도(Thermal conductivity)이며 n 은 수직 방향 좌표계를 나타낸다. 간극에서 온도 구배가 일정하다고 가정하고 층류 혼합길이 (Laminar mixing length) z_{ij}^L 을

$$\left(\frac{\partial T}{\partial n} \right)_{Gap} \equiv \frac{T_i - T_j}{z_{ij}^L} \quad (2-8)$$

로 정의하여 다시 쓰면

$$(q'' g)_{ij}^L = \lambda \frac{T_i - T_j}{z_{ij}^L} g_{ij} \quad (2-9)$$

이 된다. 난류와 층류에 의한 에너지 전달량을 합하고 시간 평균을 나타내는 윗줄을 생략하면 총 전달량은

$$(q'' g)_{ij}^* = \lambda \frac{T_i - T_j}{z_{ij}^L} g_{ij} + W_{ij}'^H (h_i - h_j) \quad (2-10)$$

이다. 표현을 간단히 하기 위해서 분자 운동과 난류의 효과를 모두 포함하

는 W_{ij}^{*H} 를

$$W_{ij}^{*H} \equiv \frac{\lambda g_{ij}}{c_p z_{ij}^L} + W_{ij}'^H \quad (2-11)$$

로 정의하면, 총 에너지 전달량은

$$(q'g)_{ij}^* = W_{ij}^{*H} (h_i - h_j) \quad (2-12)$$

로 표현된다. $W_{ij}'^H$ 를 와류확산 계수(Eddy diffusivity) α_T 로 표현하면

$$W_{ij}'^H = \rho \frac{\alpha_T}{z_{ij}} g_{ij} \quad (2-13)$$

라 할 수 있으므로, 다시 Prandtl 수를 이용하여

$$W_{ij}^{*H} = \mu g_{ij} \left(\frac{1}{z_{ij}^L Pr} + \frac{1}{z_{ij}^T Pr_T} \frac{\nu_T}{\nu} \right) \quad (2-14)$$

라 쓸 수 있다. 여기에서 W_{ij}^{*H} 를 특징짓는 두 가지의 무차원 변수, 혼합 Stanton 수(Mixing Stanton number) M_{ij} 와 난류혼합 매개변수(Turbulent mixing parameter) β_M 을 도입하자. 이들 모두는 단위 면적당 횡 방향 질량 유량 즉, 횡 방향 질량 유속 W_{ij}^{*H}/g_{ij} 를 축 방향 질량 유속 G 으로 나눈 형태를 갖는다. 매개변수 M_{ij} 와 β_M 은 채택하는 축 방향 질량 유속에 차이가 있다. 혼합 Stanton 수 M_{ij} 는 부수로 i 의 질량 유속 G_i 를 채택하는 반면에 혼합 매개변수 β_M 은 두 부수로의 평균값 \bar{G} 를 사용한다:

$$M_{ij} \equiv \frac{W_{ij}^{*H}}{g_{ij} G_i} \quad (2-15)$$

$$\beta_M \equiv \frac{W_{ij}^{*H}}{g_{ij} \bar{G}} \quad (2-16)$$

단,

$$\bar{G} = \frac{G_i A_i + G_j A_j}{A_i + A_j} \quad (2-17)$$

이다.

W_{ij}^{*H} 를 평가하기 위해서는 와류점성 계수, 난류 Prandtl 수 그리고 층류 및 난류 혼합길이에 대한 근사가 필요하다. 그런데, 만일 층류와 난류 혼합길이 사이의 차이가 매우 크지 않고 Prandtl 수가 매우 작지 않다면 층류의 효과는 난류의 효과에 비해 무시할 정도일 것이다. 따라서 난류 에너지 혼합 유량은

$$W_{ij}^{*H} \approx W_{ij}^{\prime H} = \frac{1}{Pr_T} \frac{g_{ij}}{z_{ij}^T} \mu \frac{\nu_T}{\nu} \quad (2-18)$$

이라 할 수 있으므로, 난류 Prandtl 수 그리고 ν_T/ν 와 z_{ij}^T 와 같은 매개변수에 대한 가정이 요구된다. 그런데, z_{ij}^T 와 g_{ij} 는 기하학적 매개변수이어서 하첨자의 순서 즉, 전달 방향과는 무관하므로 하첨자를 생략하기로 한다. 소위 Reynolds 유추(Reynolds' analogy)에 근거한다면 난류 Prandtl 수로 1.0을 사용할 수 있을 것이다. 매개변수 ν_T/ν 는 전형적으로 Reynolds 수와 다음과 같은 형태의 관계를 갖는다:

$$\frac{\nu_T}{\nu} = K' Re^b \quad (2-19)$$

여기에서 K' 과 b 는 실험 상수이다.

그러나 난류 혼합길이는 일관된 형태의 표현식이 없는 실정이다. 어떤 이들은 핵연료봉의 지름으로, 어떤 이들은 간극 폭으로 또는 이 둘을 모두 사용하여 척도평가(Estimation)하고 있다. 가장 마지막 접근 방식으로 표현하면

$$z^T = K_g D \left(\frac{g}{D} \right)^r \quad (2-20)$$

과 같다. 여기에서 K_g 와 r 은 실험 상수이다. 위 식을 이용하면 혼합수 (Mixing number) $W_{ij}'^H/\mu$ 에 대해

$$\frac{W_{ij}'^H}{\mu} = \frac{1}{Pr_T} \frac{K'}{K_g} Re^b \left(\frac{g}{D} \right)^{1-r} \quad (2-21)$$

과 같은 표현식을 얻는다.

질량, 운동량 그리고 에너지 교환율은 실험을 통하여 평가되어야 하는데, 다양한 형태의 추적자를 이용하여 부수로 사이의 상호작용을 측정한다. 방사성 추적자를 이용한다면 질량 교환율 $W_{ij}'^D$ 를 얻을 수 있으며, 고온수를 추적자로 이용한다면 에너지 교환율 $W_{ij}'^H$ 를 얻을 수 있을 것이다. 그러나 운동량 교환율 $W_{ij}'^M$ 의 경우에는 구분해 내기 힘들어 이에 대한 실험 자료가 전무한 실정이다. COBRA와 같은 부수로 해석 Code에서는 난류 운동량 인자(Turbulent momentum factor) f_T 를 도입하고 운동량 교환율을 에너지 교환율과 연관시켜 $W_{ij}'^M$ 을 표현하고 있으나,

$$W_{ij}'^M = f_T W_{ij}'^H \quad (2-22)$$

보편적으로 $f_T = 1.0$ 을 사용하고 있다[25].

식 (2-6)과 (2-18)로부터 $W_{ij}'^D$ 와 $W_{ij}'^H$ 는

$$W_{ij}'^D = \frac{1}{Pr_T} W_{ij}'^H \quad (2-23)$$

의 관계를 가지므로, 난류 운동량 인자와 난류 Prandtl 수를 모두 1이라 한다면

$$W_{ij}'^D = W_{ij}'^M = W_{ij}'^H = W_{ij}' \quad (2-24)$$

이라 할 수 있다.

나. 혼합 실험 및 평가

난류혼합 현상의 중요성 때문에 오래 전부터 난류혼합에 대한 실험과 해석이 시도되어왔다.

Rogers and Tarasuk은[26] 혼합길이를 부수로 중심-중심 거리 대신

$$\frac{z^T}{D} = K_g \left(\frac{g}{D} \right)^r \quad (2-25)$$

를 채택하고 $P/D = 1.0355 - 1.40$ 에 대한 기존의 여러 실험 자료를 Fitting 하여 무차원 혼합 매개변수(Nondimensional mixing parameter) λ_{ij} 에 대한 상관식으로

$$\lambda_{ij} \equiv K' \frac{D}{z^T} = K \left(\frac{g}{D} \right)^{-r} = 0.0503 \left(\frac{g}{D} \right)^{-1.57} \quad (2-26)$$

을 얻었다. 단, $K = K' / K_g$ 이다.

Skinner 등은[27] 측정된 혼합율이 난류확산 만으로 설명하기에는 큰데, 이는 이차유동으로 인해 간극에서 혼합율이 커지기 때문이라고 주장하였다.

Ingesson and Kjellström은[28] 유효 혼합길이를 부수로 중심-중심 거리 보다 작은 것으로 채택하면 혼합길이 이론을 배제하지 않고서도 Skinner 등의[27] 실험 결과를 난류확산 만으로 설명할 수 있다고 하였다. 그리고 와류확산 계수와 유효 온도 구배의 평가에 기초가 된 혼합길이 이론이 부당하더라도 난류혼합에 의한 간극 사이의 열속을 적절히 표현하기 위해서 혼합 인자(Mixing factor) Y 를 도입하고

$$Y = 7.75 \frac{P}{D_H} - 5.77 \quad (2-27)$$

를 제시하였다.

Rehme와[8] Seale이[29] 인용한 바에 의하면 Ingesson and Hedberg는

간극에서의 와류점성 계수를 원형관 중심에서의 것으로 채택하면서 실제와의 차이를 보정하기 위해 혼합인자 Y 를

$$Y \equiv \frac{\nu_{ij}' \delta}{\nu_c} = \frac{W_{ij}' \delta}{\rho g \nu_c} \quad (2-28)$$

로 정의하고 이에 대한 상관식을 개발하였다. 사용된 원형관의 크기는 부수로의 수력학직경(Hydraulic diameter)을 기준으로 하였으며, δ 는 중심-중심 거리이고 ν_c 는 원형관에서의 와류점성 계수이다:

$$Y = K_Y \left(\frac{P/D}{P/D-1} \right)^{1/2} \left(\frac{P}{D} \frac{P}{D_H} \right)^{3/2} \quad (2-29)$$

K_Y 는 비례 상수로 사각-봉배열에 대해서는 $K_Y = 1.158$, 삼각-봉배열에 대해서는 $K_Y = 0.933$ 이다.

Rogers and Rosehart는[30] $P/D > 1.1$ 에 대해 혼합과정에 관계되는 난류 척도는 본질적으로 g 에 비례한다고 보고 난류확산 가설에 근거하여 혼합 과정을 설명하면서 무차원 혼합 매개변수에 대한 상관식을 제시하였다:

$$\lambda_{ij} = 0.004 \left(\frac{g}{D} \right)^{-P/\delta} \quad (2-30)$$

이들의 결과에 대해 Rogers and Tahir[31]는 $Re_D > 10^4$, $g/D > 0.036$ 범위에서 실험치와 잘 일치하는 것으로 평가하고 있으나 Seale은[29] 부수로의 형상을 반영하는데 부적절하다고 판단하였다.

COBRA-IIIC에서는[32] 난류혼합을 모형화하기 위하여 다음과 같이 여러 종류의 상관식 형태를 제공하면서, 완성된 형태의 혼합 상관식이 존재하지 않으며 이 외에도 다른 여러 형태가 존재하기 때문에 사용자가 선택해서 사용하여야 한다고 언급하고 있다:

$$W_{ij}'^H = \beta_M g \bar{G}, \quad (2-31a)$$

$$W_{ij}'^H = a Re^b g \bar{G}, \quad (2-31b)$$

$$W_{ij}'^H = a Re^b \overline{D_H} \bar{G}, \quad (2-31c)$$

$$W_{ij}'^H = a Re^b \frac{g}{z^T} \overline{D_H} \bar{G}. \quad (2-31d)$$

여기에서 a , b 는 입력 상수며, 윗 줄은 두 부수로를 하나의 유동장으로 간주하여 얻은 평균값을 의미한다.

Rowe 등은[9] $P/D = 1.125, 1.25$ 인 사각-봉배열에 대한 실험을 통해 봉다발 유로에서의 난류 구조가 원형관에 대한 것과 다르며, 큰척도 와류가 간극을 통해 움직이는 거시적인 유동 과정이 존재하는 것을 확인하고 이를 주기적인 유동맥동(Periodic flow pulsation)으로 간주하였다. 이들은 또한 내부, 벽, 구석 등 모든 부수로 영역에서 간극 폭이 작아질 때, 간극을 가로 지르는 중심선을 따라 상당한 길이에 걸쳐 우세한 난류 진동수를 관찰함으로써, 혼합이 간극의 폭에 상대적으로 영향을 적게 받는 이유를 이러한 유동맥동에서 찾았다. 그리고 연료봉 간극에 인접한 부수로의 형상이 간극에서의 난류 매개변수 분포에 중요한 영향을 미치지 않는다는 실험 결과를 얻었다.

Roidt 등은[33] $P/D = 1.256$ 인 삼각-봉배열 구조에서 난류혼합 실험을 수행하였으나, 봉배열의 대칭성이 충분히 이루어지지 않아 부수로 사이에 교차류(Crossflow)가 발생하였으며 이로 인해 난류혼합에 대해서 일관된 결과를 얻지 못했다.

Castellana 등은[34] 25봉 사각-봉배열에서의 혼합 실험을 통해 혼합 매개변수에 대한 상관식으로

$$\beta_M = 0.0071 \frac{D_H}{g} Re_D^{-0.1} \quad (2-32)$$

을 발표하였다.

Rogers and Tahir는[31] 거시적인 유동맥동은 혼합을 강화시키며, 비록 실험 자료는 없지만 혼합율이 간극 폭에 대한 의존도가 작은 까닭을 이차 유동을 설명할 수 있다고 주장하면서 간극 폭의 크기가 작아지면 이차유동 및 큰척도의 주기적인 와류(Large scale periodic eddy) 모두가 혼합길이를 감소시킨다고 보았다. 그들은 또 $P/D = 1.40$ 인 삼각-삼각 봉배열에 대한 혼합 실험 결과와 기존의 사각-사각 및 사각-삼각 봉배열에 대한 연구를 평가하여 혼합수에 대한 상관식을 제시하였다:

$$\text{삼각-삼각 봉배열 : } \frac{W_{ij}'}{\mu} = 0.0018 Re_D^{0.9} \left(\frac{g_{ij}}{D} \right)^{-0.40}, \quad (2-33a)$$

$$\text{사각-사각 봉배열 : } \frac{W_{ij}'}{\mu} = 0.0050 Re_D^{0.9} \left(\frac{g_{ij}}{D} \right)^{0.106}, \quad (2-33b)$$

$$\text{사각-삼각 봉배열 : } \frac{W_{ij}'}{\mu} = 0.0027 K_{ST} Re_D^{0.9} \left(\frac{g_{ij}}{D} \right)^{0.050} \quad (2-33c)$$

$$K_{ST} = 1 + \left(\frac{D_{H,T}}{D_{H,S}} - 1 \right)^{1.5}.$$

여기에서 $D_{H,S}$ 와 $D_{H,T}$ 는 각각 사각, 삼각-봉배열에 대한 수력학적경이다.

Seale은[6,7] P/D 와 W/D 가 다른 세 가지 형태의 벽-부수로에 대한 실험과 해석을 통해, 간극 폭이 작을 때 혼합이 큰 이유는 확산 계수의 강한 비등방성 때문이며 이차유동이 원인이 된다는 증거는 확인할 수 없었다고 보고하면서 혼합인자에 대한 상관식을 제시하였다:

$$Y = 0.95 \left(\frac{P/D}{P/D-1} \right)^{1/2} \left(\frac{P}{D} \frac{P}{D_H} \right)^{3/2}. \quad (2-34)$$

그리고 간극 Stanton 수와 Reynolds 수의 관계를 P/D 에 관계없이 $St_g \propto Re^{-0.1}$ 라는 결과를 얻었다.

Hooper는[5] $P/D = 1.107, 1.194$ 인 사각-봉배열에서의 난류유동에 대한 실험에서 평균 축 방향 속도, 벽면 전단응력 및 6가지의 Reynolds 응력을 측정함으로써 봉다발 부수로 내(특히 간극 부분) 난류 구조가 원형관 유동과 다르며 P/D 에 강하게 의존한다는 결과를 얻었다. 그리고 부수로 사이에서의 난류혼합을 평가하면서, 전체적인 부수로 간 질량 전달율은 실제 간극 폭에 둔감한데 횡 방향 압력 구배가 없는 상태에서 혼합의 유일한 원인이 난류확산 때문이라면 전달율은 간극의 폭에 의해 결정될 것이므로 실제로는 또 다른 유동 과정, 아마도 이차유동에 의한 영향이 그 원인일 것이라는 결론을 내렸다.

Seale은[29] 부수로의 기하 구조가 혼합에 미치는 영향을 평가하기 위해 Seale의 결과를[6,7] Ingesson and Hedberg 그리고 Rogers and Rosehart의[30] 결과와 비교하였다. Rogers and Rosehart가 제시한 간극 Stanton 수 상관식은 난류확산의 비등방성 효과를 포함한 자신의 결과와 반대의 경향을 보이는 등 부수로의 형상을 반영하는데 부적절한 반면에 Ingesson and Hedberg가 제시한 혼합 인자 상관식은 2배정도 크게 예측되기는 하지만 부수로의 형상을 반영하는데 적절하다고 주장하였다. 그리고 Ingesson and Hedberg의 상관식이 과대 예측하는 이유를 그들이 근거한 실험의 부정확성(비대칭 봉배열 등) 때문이라고 평가하였다.

Hooper and Rehme는[24] $P/D = 1.036, W/D = 1.072$ 인 벽-부수로와 $P/D = 1.107$ 인 사각-봉배열 등 조밀한 봉배열 구조에서 수행한 난류유동 실험을 통해 Rowe 등이[9] 관측한 거시적 유동맥동(Macroscopic flow pulsation)을 확인하였다. 그들은 축 방향 및 수평 방향 속도 요동이 간극 근처에서 특정한 진동수를 나타낸다는 사실을 밝혀냄으로써 강력하면서 거의 주기적인 수평 방향 난류 속도 성분이 간극 쪽을 향하고 있다는 결론을 얻었다. 간극 선상에서 각 방향의 속도 요동에 대한 교차 상관 계수

(Cross-correlation coefficient)를 측정한 결과, 수평 방향 속도 요동의 상관 계수가 상당한 범위에 걸쳐 0.2 이상의 값을 갖는 것으로 나타났다[그림 2-1]. 한가지 종류의 부수로에 대한 실험이었지만 이 진동수가 Reynolds 수에 비례한다는 것을 보였으며, 이와 같은 난류 구조가 생성되는 원인으로 Incompressible-flow parallel-channel instability 현상을 들었다. 특히 조밀한 봉배열의 경우에 부수로 사이에서 발생하는 질량, 운동량 및 에너지의 교환을 야기시키는 주요한 유동 과정이 바로 이 주기적인 난류 구조라고 주장하면서 이는 Reynolds 응력 구배에 의해 구동되는 이차유동으로는 설명될 수 없다고 하였다. 그리고 이러한 불안전성을 나타내는 간극 크기의 하한을 Reynolds 수에 따라 차이가 있을 수 있지만 $P/D = 1.026$ 정도로 보았다. 또한 축 방향 및 수평 방향 난류 속도 성분의 길이척도가 간극 폭에 비해 훨씬 크므로 수치모형을 통해 봉다발 구조에서의 난류유동을 모사하기 위해서는 간극 영역에서의 난류 수송 과정에 비등방성을 포함해야 한다고 하였다.

Cheng and Todreas는[35] LMFBR 열수력 설계시 포함해야 하는 모든 유동 구조(층류, 천이 및 난류)에 대해 가용한 모든 실험 자료와 37-봉 실험 자료를 토대로 부수로 마찰 인자와 혼합 인자에 대한 상관식을 도출하였는데, Wire-wrap이 있는 삼각-봉배열에 대해

$$\epsilon_T^* \equiv \frac{\alpha_H}{U\delta} \equiv \frac{W_{ij}^H}{\rho U g} = 0.14 \left(\frac{g}{D} \right)^{-0.5} \quad (2-35)$$

을 제시하였다.

Rehme는[21] 봉다발 구조 부수로에서의 난류유동에 관한 여러 실험 자료를 검토하고 비대칭으로 배열된 벽-부수로에 대한 실험을 통해 Hooper and Rehme의[24] 주장을 지지하였다. 그리고 난류 수송의 비등방성에 관해 언급하면서 비등방성은 P/D 와 W/D 에 뿐만 아니라 기하학적 위치에도 의

존한다고 하였다.

Wu and Rehme는[36] 벽-부수로에서 난류량을 측정하였다. P/D(또는 W/D)가 감소함에 따라 간극 영역에서 벽면에 수평한 방향의 난류강도가 증가한다는 사실을 확인하고 간극을 통과하는 주기적인 유동맥동에 원인이 있다고 하였다.

황대현 등은[4] CE 사가 개발한 핵연료(P/D = 1.337)를 장전한 노심의 열수력 계산에 적용되고 있는 TORC Code를 국산 핵연료 노심에 적용하기 위해 TORC에서 사용중인 여러 경험인자들 가운데 중요한 영향을 미치는 인자들을 도출하고 국산 핵연료 노심 특성에 알맞도록 보정하는 방법을 찾기 위하여, 주요 인자들에 대한 민감도 조사를 실시하고 보정 방법을 제시하였다. 기준 조건으로는 $f_T = 1.0$, $s/l = 0.5$, $K_{ij} = 0.5$, $\beta_M = 0.0045$ 를 사용하였다. 가장 중요한 영향을 미치는 인자로 난류혼합 인자(Turbulent Mixing Factor) β_M 을 선정하였다. 평가 결과 난류혼합 매개변수는 혼합날개 유무와 지지격자의 간격에 크게 좌우되는 것으로 나타났다. 그리고 적절한 β_M 값으로

$$\begin{aligned} \text{혼합 날개가 부착되지 않은 경우} & : \beta_M = 0.005 \sim 0.01 \\ \text{혼합 날개가 부착된 경우} & : \beta_M = 0.03 \sim 0.05 \end{aligned} \quad (2-36)$$

을 제시하였다.

Möller는[10] 대칭 및 비대칭으로 배열된 벽-부수로의 간극 영역에서 축 방향 및 수평 방향 속도 요동이 주기적인 거동을 보이는 원인을 찾아내기 위한 실험을 수행하였다. 축 방향 속도 등의 물리량 및 속도 요동의 스펙트럼을 측정하여 봉다발 구조에서 발생하는 유동맥동이 Reynolds 수와 기하 구조(P/D 등)에 의존하는 특성 진동수를 나타낸다는 사실을 확인하고, 이러한 유동이 규칙적인 진동수를 갖는 커다란 와류를 형성한다고 하였다.

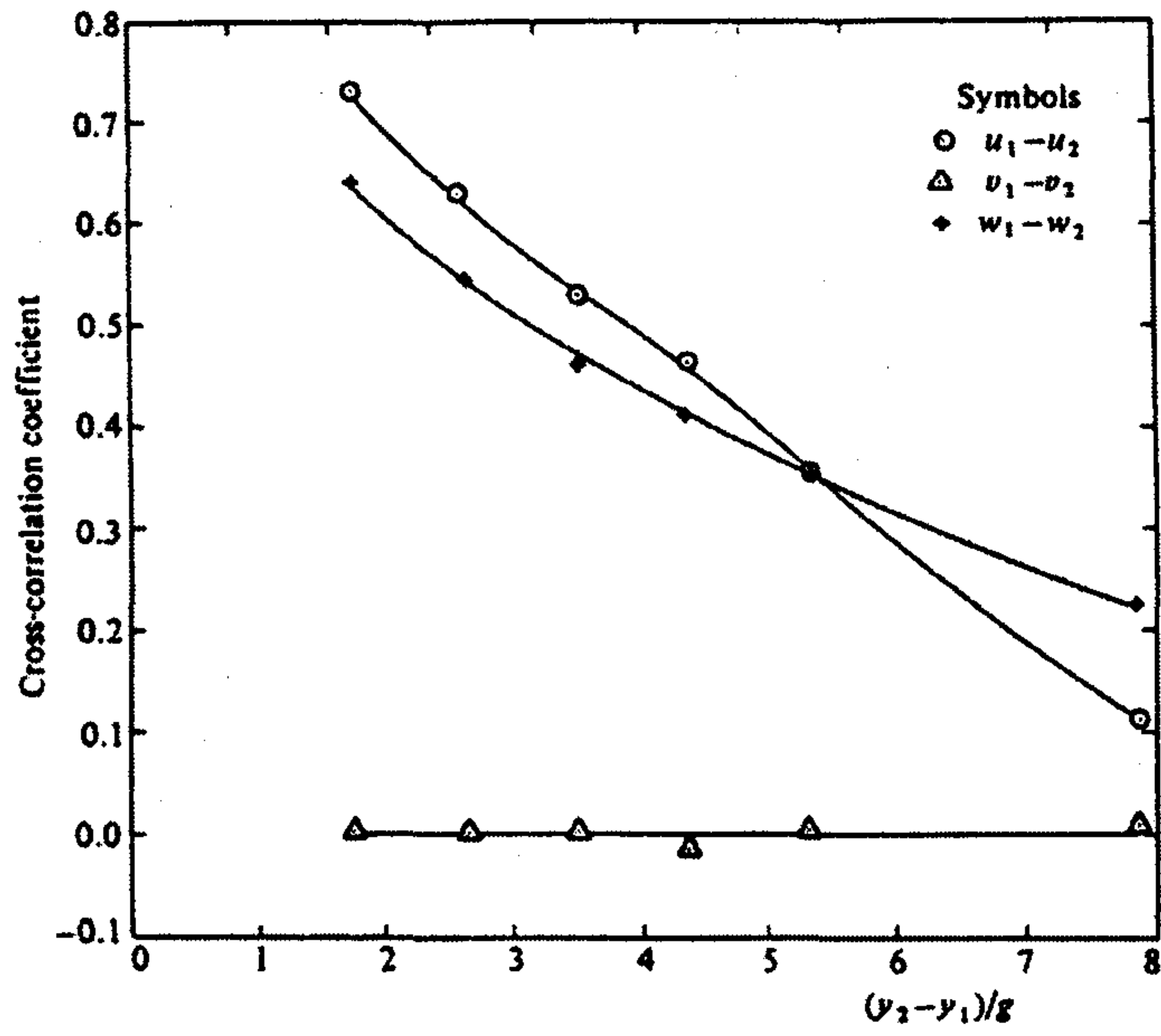


Fig. 2-1. Spatial Correlation of velocity fluctuation at the rod-rod gap : Hooper and Rehme[24].

이는 부수로 사이의 난류혼합 과정의 원인이 되며 핵연료집합체가 유동유발 진동(Flow-induced vibration)을 일으키는 이유 중 하나가 될 수 있다고 주장하였다. 그리고 이러한 주기적인 현상을 동력학적 및 기하학적 조건과 연관시키기 위해 Strouhal 수 $Str \equiv f_p D / u^*$ 를 도입하고 Reynolds 수와 간극 폭에 대한 영향을 분석한 결과, Reynolds 수에는 무관하지만 g/D 에는 반비례한다는 결론을 내리고 상관식을 구성하였다:

$$Str^{-1} = 0.808 \left(\frac{g}{D} \right) + 0.056 . \quad (2-37)$$

여기에서 f_p 는 최대 진동수를 나타낸다. 그림 2-2는 간극에서 부수로 중심으로 옮겨가면서 상관 계수를 측정한 결과를 나타낸 것으로, 부수로 중심부까지 유동맥동의 영향이 미침을 알 수 있다.

Möller는[11] 실험을 토대로 부수로 사이의 난류혼합량을 나타내는데 필요한 혼합 인자에 대한 상관식을 다음과 같이 얻었다:

$$Y = 0.420 \left(\frac{g}{D} \right)^{-1.547} . \quad (2-38)$$

그런데, 수행된 실험 범위에서 혼합에 관계된 유효속도가 Reynolds 수에 비례한다는 가정을 사용하였으므로 Reynolds 수의 영향에 대한 연구가 더 이루어져야 한다고 하였으며, 상관식 도출에 이용된 유동맥동의 강도가 간극 중앙에 대한 것이어서 상관식이 실제 값 보다 크게 예측할 가능성이 있다고 언급하고 있다.

Rehme는[8] 봉다발 부수로 사이에서 발생하는 난류교환에 대한 실험 자료를 검토하고 봉다발 부수로 내 난류 구조에 대한 논의를 통해 간극을 가로질러 발생하는 난류혼합의 혼합율 관측치가 간극의 폭에는 상대적으로 무관한 것은 간극을 통해 순환하는 거의 주기적인 유동맥동(Cyclic and almost periodic flow pulsation) 때문이며 이차유동은 혼합율에 중요한 영

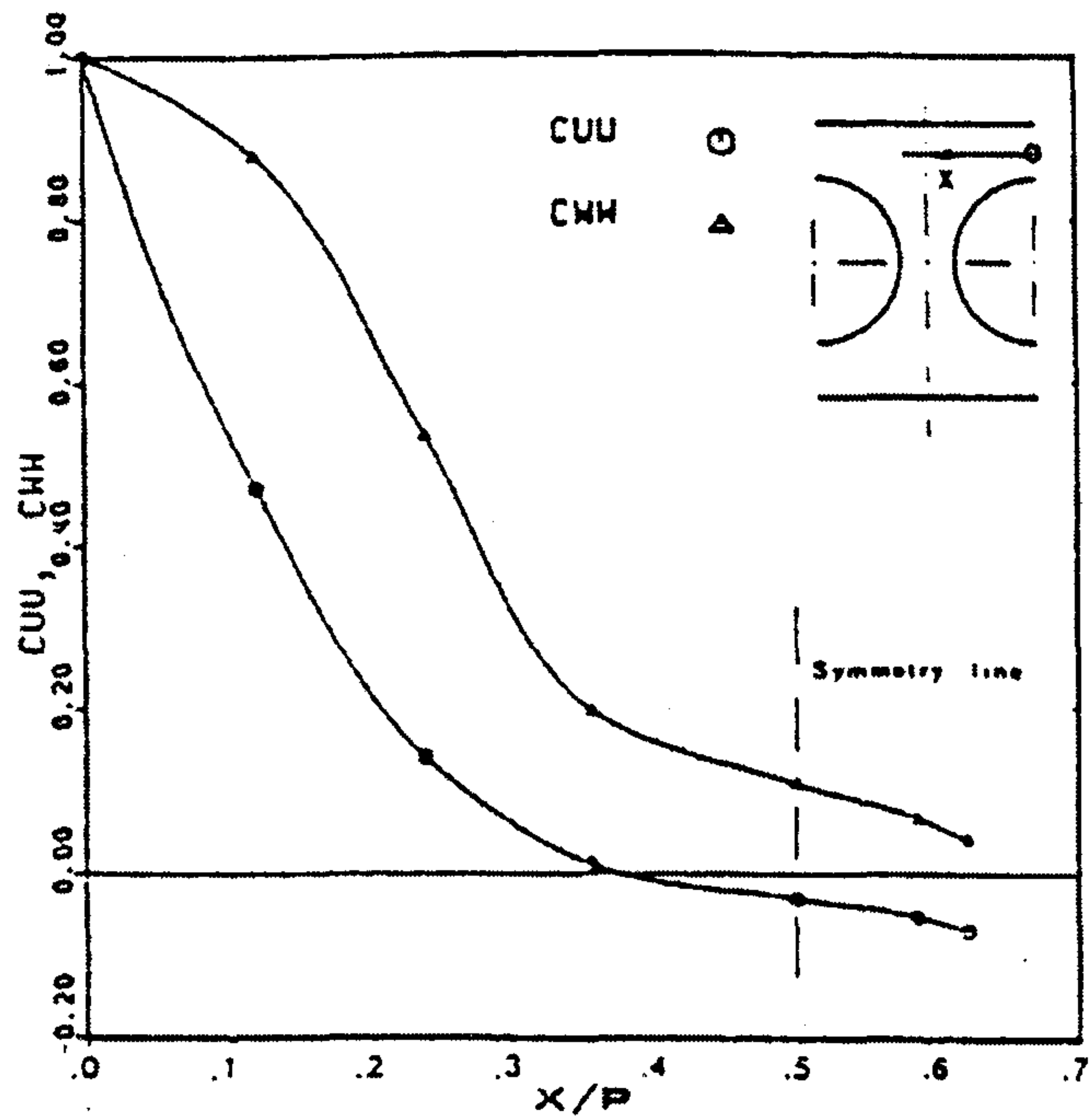


Fig. 2-2. Spatial Correlation of velocity fluctuation at the rod-wall gap : Moller[10].

향을 미치지 않는다고 주장하였다. 그리고, 그는 Möller가 에너지 스펙트럼 측정 결과로부터 혼합 유효속도(Effective mixing velocity)를 평가하는데 있어 실제 측정이 간극 중앙에서만 이루어졌다는 점과 유동맥동의 주 진동수만으로 유효속도를 계산한 점이 잘못되었다고 지적하면서,

$$W'_{Rehme} = 0.85 W'_{Möller} 10^{-0.4075 (g/D)^{-0.44} (0.2)} \quad \text{for rod-rod gap} \quad (2-39)$$

$$W'_{Rehme} = 0.85 W'_{Möller} 10^{-0.78 (g/D)^{0.33} (0.2)} \quad \text{for rod-wall gap}$$

과 같이 유효속도 W' 을 재계산하여 혼합 인자에 대한 상관식을 구성하였다:

$$Y = 0.812 \left(\frac{g}{D} \right)^{-0.96} \quad (2-40)$$

Wu and Trupp은[12] Rowe 등과[9] Hooper and Rehme[24], Möller[10] 등 여러 실험 결과에서 볼 수 있듯이 봉다발 유로에서의 난류강도 분포가 원형관에서의 것과 다르게 나타나는 현상의 원인을 파악하고, 그 원인이 난류 수송과 난류 에너지 생성에 미치는 영향을 밝혀 내기 위해서 하나의 봉을 포함하는 사다리꼴 유로에 대한 난류유동장 실험을 수행하였다. 간극 폭이 좁은 지점에서 나타나는 것으로 알려진 이러한 특이한 현상을 확인하기 위해 봉의 위치를 사다리꼴 유로 밑변에서 윗변으로 이동시켜 가면서 유동장을 관찰하였으며, 이차유동과 큰척도 와류가 수송 과정에 미치는 상대적인 중요도를 평가하였다. 그 결과, 그들은 봉-벽 간극 근처 영역에서 축 방향 및 수평 방향 난류강도가 보통의 경계층 유동장의 경우와는 구별될 정도로 큰 값이 나타난다는 사실을 확인하였으며, Möller가[10] 얻었던 결과와 마찬가지로 수평 방향 속도 요동의 에너지 스펙트럼이 특정한 진동수에 두드러지게 나타나는 것을 관측했다[그림 2-3]. 그리고 이러한 현상은, 간극을 가로지르는 와류의 운동이 불가능할 정도로 간극 폭이 줄어들 때까지 계속 강화된다고 보았다. 또한 이차유동이 벽면 전단응력과 난류

운동 에너지의 분포를 변형시키는 등 부수로 내 수송 과정에 중요한 역할을 하지만, 난류강도의 분포에 민감한 영향을 미치지 않는다고 하였다. 따라서 간극을 가로지르는 와류 운동이 봉다발 난류 구조의 특이한 점을 결정하는 요소이며, 이 운동은 기하 구조와 유동 조건에 의존한다고 주장하였다.

Wu and Trupp은[13] 혼합 과정을 난류확산, 난류수송 그리고 평균 유동에 의한 대류 등 세 가지로 구분하고, 강력하면서도 거의 주기적인 유동맥동 현상에 의해 야기되는 난류수송은 난류확산에 비등방성을 부여함으로써 고려될 수 있음을 지적하였다. 그리고 유동맥동 현상을 밝혀내기 위해 Wu and Trupp의[12] 실험 자료를 이용하여 Strouhal 수에 대한 상관식을

$$Str^{-1} = 0.822 \left(\frac{g}{D} \right) + 0.144 \quad (2-41)$$

로 제시하였다. 혼합 인자 Y 에 대해서는 Möller의 실험 결과를 기초로 구성된 Rehme의[8] 상관식이 Möller의 경우와 유동장의 기하 구조가 다름에도 불구하고 50% 범위에서 잘 일치한다고 하였다. 따라서 간극에서의 큰척도 와류 운동은 부수로의 형상에는 거의 무관하며 g/D 에 주로 의존한다고 하였다. 한편, 주기적으로 간극을 가로지르는 와류 운동에 기인하는 난류 대류가 혼합에 주요한 영향을 미치는 범위를 $0.020 \leq g/D \leq 0.100$ 으로 보았다.

Zhukov 등과[37] Bogoslovskaya 등은[38] 삼각-봉배열 유동장 실험을 통해 P/D 가 감소할수록 운동량 교환이 증가하는 결과를 얻고서 간극 Stanton 수에 대한 상관식을 구성하였다:

$$St_g = \frac{Re^{-0.1}}{100} \left(1.0744 + \frac{0.1864}{g/D} \right). \quad (2-42)$$

단, 적용범위는 $1.05 < P/D < 1.25$, $6.5 \times 10^4 < Re < 18.1 \times 10^4$ 이다.

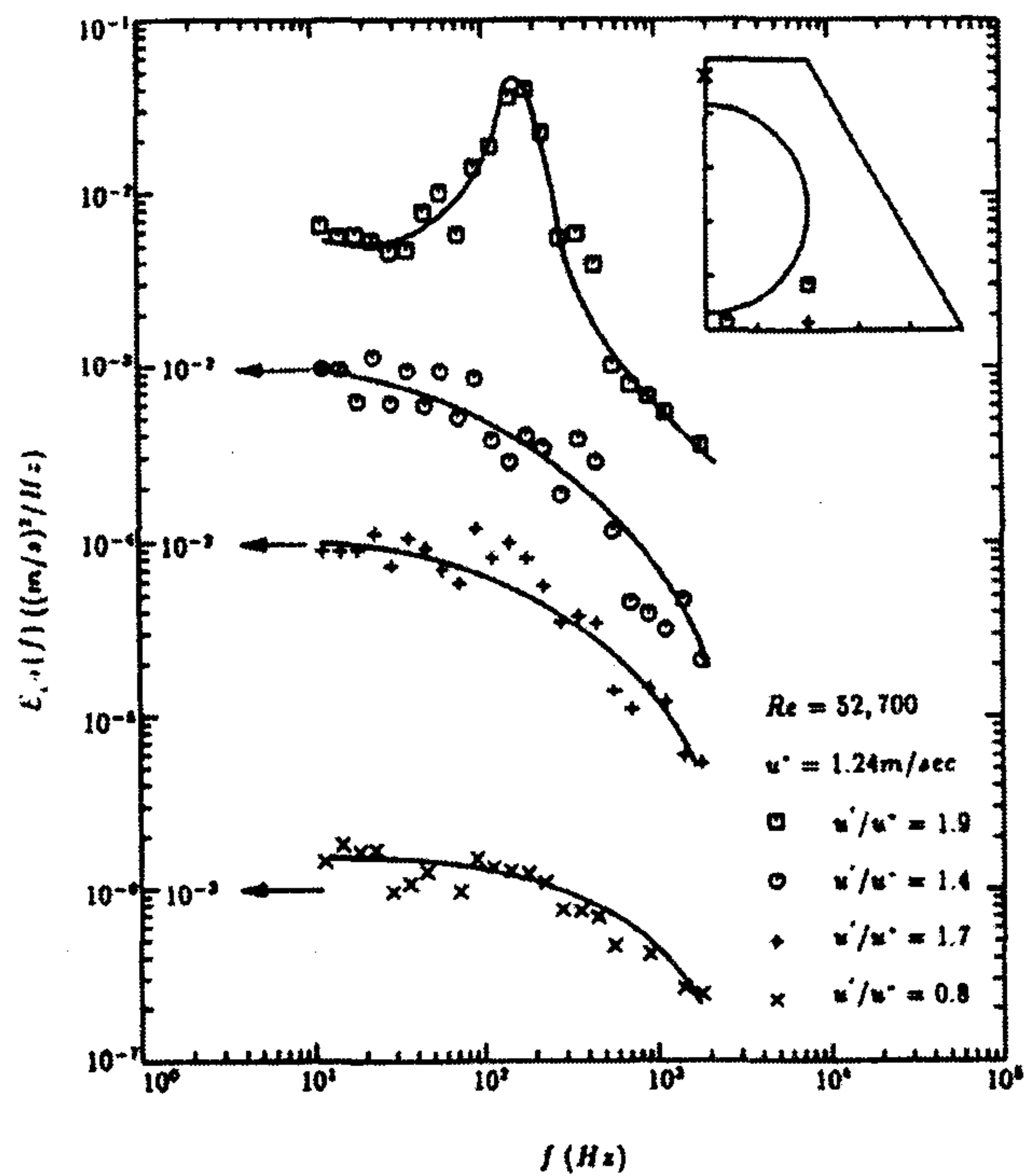


Fig. 2-3a. Energy spectra of the fluctuating velocity at the rod-wall gap (axial component) : Wu and Trupp[12].

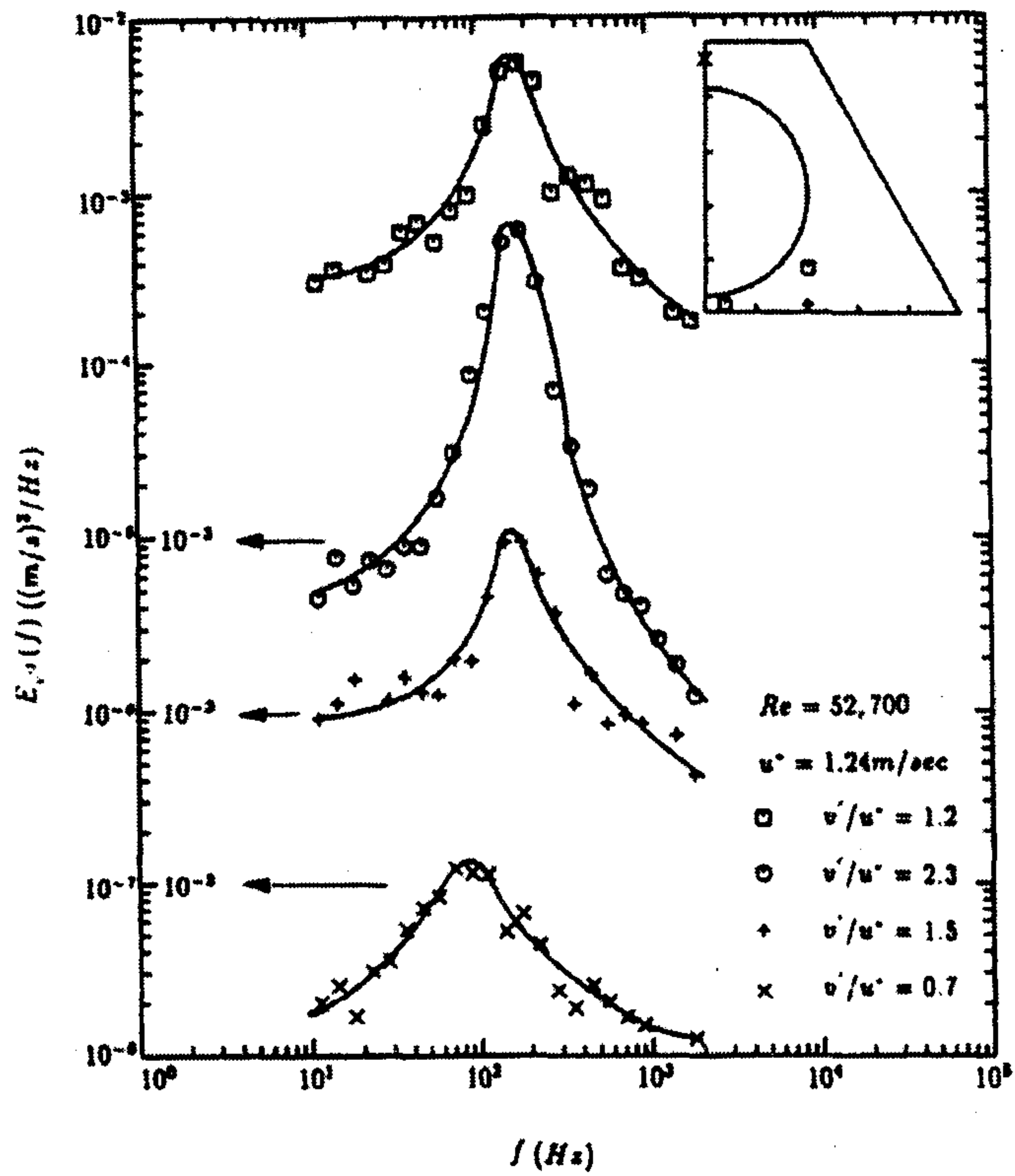


Fig. 2-3b. Energy spectra of the fluctuating velocity at the rod-wall gap (azimuthal component) : Wu and Trupp[12].

그리고, 액체금속에 대한 기존의 난류혼합 실험을 기초로

$$\begin{aligned}
 St_{g, Pr \ll 1} &= \frac{0.393 \left(\frac{2\sqrt{3}}{\pi} (P/D)^2 - 1 \right)}{Pe^{0.7} (P/D) \sqrt{P/D-1}} \\
 &= \frac{0.393 D_H/D}{Pe^{0.7} (P/D) \sqrt{P/D-1}}
 \end{aligned} \tag{2-43}$$

을 제안하였다. 단, $1.10 < P/D < 1.35$, $70 < Pe < 1600$ 이며, Pe 는 Peclet 수이다. 또한 난류혼합 현상에 대한 이론적인 접근을 시도하여 이론적인 상관식을 제시하였다:

$$\begin{aligned}
 St_{g, Pr=1} &= \left(2 + \frac{0.115}{P/D-1} \right) \frac{10^{-2}}{Re^{0.1}} [1 - \exp(-80(P/D-1))], \\
 &(1.0 < P/D < 1.6, \quad 10^4 < Re < 2 \times 10^5)
 \end{aligned} \tag{2-44}$$

$$St_{g, Pr \ll 1} =$$

$$\begin{aligned}
 &10^{-2} \left[\left\{ \frac{100}{Pe} + \frac{0.125 [1 - \exp\{1 - \exp(0.62 \times 10^{-4} Re Pr^{1/3})\}]}{(P/D-1)^{1/2}} \right\} \frac{D_H/D}{P/D} \right. \\
 &\left. + \frac{0.15}{P/D-1} \frac{1}{Re^{0.1}} \right] [1 - \exp(-80(P/D-1))].
 \end{aligned} \tag{2-45}$$

$$(1.0 < P/D < 1.32, \quad 0.005 < Pr < 0.03, \quad 40 < Pe < 1500)$$

Sadatomi 등은[29] 난류혼합에 영향을 주는 대류 전달의 원인이 간극을 통해 회전하는 큰척도의 주기적인 와류라는 Möller[10,11], Rehme[8] 등의 주장에 동의하였다. 그러나 기존의 난류혼합을 예측하는 상관식들의 예측 오차가 80% 정도에 달하는 등 아직까지는 이러한 현상이 혼합에 미치는 영향이 정량적으로 평가되고 있지 못하고 있다고 보고서 원형관(또는 그 절반) 형태의 두 부수로가 횡으로 연결된 유로를 제작하고 난류혼합 실험을 수행하였다. 그들은 난류혼합을 난류확산과 대류로 구분하고 각각에 대한 기여도를 평가하였는데, 우선 부수로 기하 인자(Subchannel geometry

factor)를 정의하고 Elder의[40] 와류점성 상관식과 Blasius의 마찰 인자 (Friction Factor) 상관식을 이용하여 난류확산에 의한 혼합을 W_{TD}' 을 평가하였다. 그리고 난류대류에 의한 혼합을 W_{CT}' 을 평가하기 위한 방법으로 여러 실험 결과와 자신들의 실험 결과로부터 총 혼합율을 구하고 $W_{ij}'^D = W_{TD}' + W_{CT}'$ 를 이용하여 W_{CT}' 을 추정해 내는 방식을 취하였는데, 그 결과 혼합 Stanton 수(Mixing Stanton number) β_{CT} 에 대한 상관식을 도출하였다:

$$M_{ij} = 0.0018 \left(\frac{g}{D} \right)^{-0.52} . \quad (2-46)$$

또한 난류혼합을 평가하는데 자신들이 개발한 난류확산에 대한 평가식과 난류대류에 대한 상관식을 사용하면 $0.02 \leq g/D \leq 0.35$ 인 봉다발 구조에서의 난류혼합을 25% 내에서 예측할 수 있다고 주장하였다.

Meyer and Rehme는[41] 횡 방향 Slot 또는 Fin이 있는 사각 형 유로에 대한 실험을 통해 간극 영역에서 봉다발 유동장에서와 유사한 형태의 유동맥동이 존재한다는 사실을 밝혀내었다. 그리고 유동맥동이 봉다발 유동장에서와 마찬가지로 간극의 기하구조에 주로 의존하며, 난류 구조에 상당한 영향을 미친다는 것을 확인하였다.

2. Kim and Park의 유동맥동 현상 해석

최근에 Kim and Park은[14] 난류혼합의 주요 원인인 유동맥동 현상이 난류혼합 뿐만 아니라 봉다발 유동장의 난류 구조에 상당한 영향을 미칠 것이라고 보고 유동맥동에 대한 척도평가를 통해 난류확산의 비등방성 인

자와 난류혼합율에 평가식을 유도하였다. 그리고 유도된 평가식을 기존의 실험 결과와 비교하여 타당성을 입증하였다. 그러나 이들의 평가식은 Prandtl 수의 효과를 고려하고 있지 않으며 비교의 대상이 되었던 실험들도 물이나 공기 등 Prandtl 수가 1 근처인 유체에 대한 것들로, 액체금속과 같이 Prandtl 수가 매우 낮은 유체에 대해서는 적용에 문제가 있다. 본 연구는 Kim and Park이 유동맥동을 모형화했던 방식을 따라 Prandtl 수의 효과가 고려된 난류혼합율 평가식을 유도할 것이며, 이들이 시도했던 방법론은 3장 1절에서 자세히 다루기로 한다.

3. 기존 연구 요약

이상에서 언급한 여러 연구 결과에 의하면 봉다발 부수로 사이에서 관측되는 난류혼합율은 난류확산 만으로 설명하기에는 너무 크며, 난류혼합이 주요 원인이라면 간극의 크기에 민감할 것이나 실제로는 둔감한 경향을 보인다. 그리고 이차유동은 사실상 간극을 넘어서지 못하고 어느 한 쪽 부수로 내에 갇히기 때문에 난류혼합에 직접적인 기여를 하지 못한다. 이러한 난류혼합의 속성은 봉다발 유동장에서 에너지 스펙트럼이 측정되고 이에 대한 해석이 이루어지면서 이해되기 시작했다. 스펙트럼이 특정한 진동수에서 매우 두드러지게 나타나는데, 이로부터 간극을 가로지르는 유동맥동(Flow pulsation)이 존재한다는 사실이 밝혀지게 되었다. 유동맥동의 주 진동수는 간극의 크기에 반비례해 간극이 좁아질수록 맥동이 더욱 왕성해지므로, 난류혼합이 간극의 크기에 둔감한 경향을 보이는 이유도 설명이 가능하게 되었다. 그리고 이와 같은 유동맥동 현상은 분명히 대류 과정(Convective process)이지만 수치적으로 모사하기 위해서는 확산 과정

(Diffusive process)으로 모형화하는 방법밖에 없다. 즉, 난류확산의 비등방성을 고려해야만 관측된 혼합율을 얻을 수 있다.

한편, Kim and Park은[14] 유동맥동 현상에 기초하여 봉다발 구조에서 난류확산의 비등방성과 난류혼합을 성공적으로 해석하였으나 난류혼합에 대한 평가 시 Prandtl 수가 난류혼합에 미치는 영향을 고려하지 않아 액체 금속과 같이 Prandtl 수가 매우 낮은 유체의 경우에는 적용할 수 없는 단점이 있다.

여 백

제 3 장 연구개발 수행 내용 및 결과

1 절 난류혼합 현상 평가

붕다발 유동장에서는 원형관이나 평판 유동에서는 볼 수 없는 거시적 유동맥동(Macroscopic flow pulsation) 현상이 관측된다[9-13,24]. 큰척도의 와류(Large scale eddy)가 간극을 가로질러 운동함으로써 인접한 두 부수 사이에서 질량, 운동량 및 에너지의 교환을 야기시키므로 난류혼합의 주요 원인으로 파악되고 있다. 특히 간극의 상대적인 크기가 줄어들수록 유동맥동은 더욱 강력해지므로 조밀한 봉배열에서도 높은 혼합율이 관측되는 이유가 되기도 한다. 난류혼합의 주요 원인으로 평가되고 있는 유동맥동 현상에 기초한 해석이 Kim and Park에[14] 의해 수행된 바가 있으나 열유동장 해석에 있어 중요한 매개변수 중의 하나인 Prandtl 수의 영향이 고려되어 있지 않아 액금로(LMFBR : Liquid Metal Fast Breeder Reactor)나 핵변환로(Nuclear Transmutation Reactor)와 같이 액체금속을 냉각재로 사용하는 원자로의 열수력 해석을 위해서는 Prandtl 수의 효과가 고려된 난류혼합 상관식의 도출이 필요하다. 따라서 본 장에서는 유동맥동을 회전 운동을 하는 가상 유동으로 대체하여 적절한 속도 및 길이척도를 채택하고, 전통적인 척도평가론(Scale analysis)을 사용하여 Prandtl 수의 효과가 고려된 난류혼합율을 평가식을 유도하도록 하겠다.

1. 가상 유동

가. 간극에서의 에너지 스펙트럼 해석

간극에서 측정된 Euler 시간 스펙트럼(Eulerian time spectrum)이 특정한 진동수에서 Peak를 나타낸다는 사실로부터 상관관계(Correlation)를 근사적으로 주기 함수로 표현할 수 있음을 추론할 수 있다. 그리고 상관 관계가 sine 또는 cosine 함수 형태의 주기 함수라면 속도 요동 역시 sine 또는 cosine 함수 형태가 된다. 비록 속도 요동이 완벽한 형태의 주기 함수가 아니라 어떤 이유에 의해 생성되었다가 감쇠하는 과정을 반복하는 본질을 가지고 있다고 하더라도, 거의 주기적인 경향을 나타낸다고 가정할 수 있을 것이다. 예를 들어 속도 요동이 cosine 함수로 표현된다고 가정하면,

$$u_2(t) = A \cos \omega_0 t \quad (3-1)$$

상관관계는

$$R_{22}(\tau) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{A^2}{T} \int_0^T \cos \omega_0 t \cos \omega_0(t + \tau) dt = \frac{A^2}{2} \cos \omega_0 \tau \quad (3-2)$$

이 된다. 그리고 에너지 스펙트럼은 상관관계의 Fourier 변환이므로

$$\begin{aligned} \Phi_{22}(\omega) &= F[R_{22}(\tau)] = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} R_{22}(\tau) e^{-i\omega\tau} d\tau \\ &= \frac{A^2}{8\pi} \{ \delta(\omega - \omega_0) + \delta(\omega + \omega_0) \} \end{aligned} \quad (3-3)$$

를 얻을 수 있는데, 이로부터 속도 요동이 cosine 함수면 에너지 스펙트럼이 특정한 진동수에서 Peak를 갖는다는 사실을 알 수 있다. 위상을 변화시키면 sine 함수 형태로도 표현할 수 있으므로 sine 함수인 경우도 무방할 것이다. 비록 관측된 에너지 스펙트럼이 δ 함수는 아니지만 특정한 진동수에서 매우 두드러진 값을 나타내므로 속도 요동을 주기 함수로 근사할 수

있을 것이다.

나. 회전 유동 근사

간극에서의 속도 요동의 거동은 독립적으로 표현될 수 있는 것이 아니라, 주변의 유동장과 상호 작용을 통해 결정된다. 실험적으로 봉다발 유동장에서는 좌에서 우로 그리고 반대 방향으로 교대하면서 작용하는 압력이 존재하여 거의 주기적인 유동맥동을 일으킨다는 사실이 밝혀져 있다. 그리고 간극에서 부수로 중심으로 가면서 두 지점의 공간 상관 관계를 측정한 결과 부수로 중심에서도 상관 계수가 0.1 이상 관측된 사실로 미루어 보아 간극에서의 속도 요동의 거동은 주변 유동장의 기하학적 및 동력학적 구조와 밀접한 관계를 가질 것으로 생각된다[그림 2-2][10]. 이상의 사실을 바탕으로 유동맥동 현상을 모형화하기 위하여 그림 3-1과 같이 간극을 가로질러 인접한 두 부수로 사이를 시계 방향과 반시계 방향으로 회전하면서 좌우 부수로의 중심 부분까지 영향을 미치는 거시적인 유동을 가정하기로 하자. 그리고 해석을 용이하게 하기 위해 이 유동이 다음과 같은 특성을 갖고 있다고 가정하자:

- (i) 유동의 경로는 장축과 단축이 각각 유동맥동의 수평 및 수직 방향 길이척도의 절반을 갖는 타원이다.
- (ii) 유동맥동이 좌에서 우로 진행하고 있는 경우에 이 유동은 간극영역 상부에서는 시계 방향으로 하부에서는 반시계 방향을 운동하며, 역의 경우에는 각각 반대 방향으로 운동한다. 즉, 상호 독립적인 두개의 유동이 서로 반대 방향으로 운동한다.

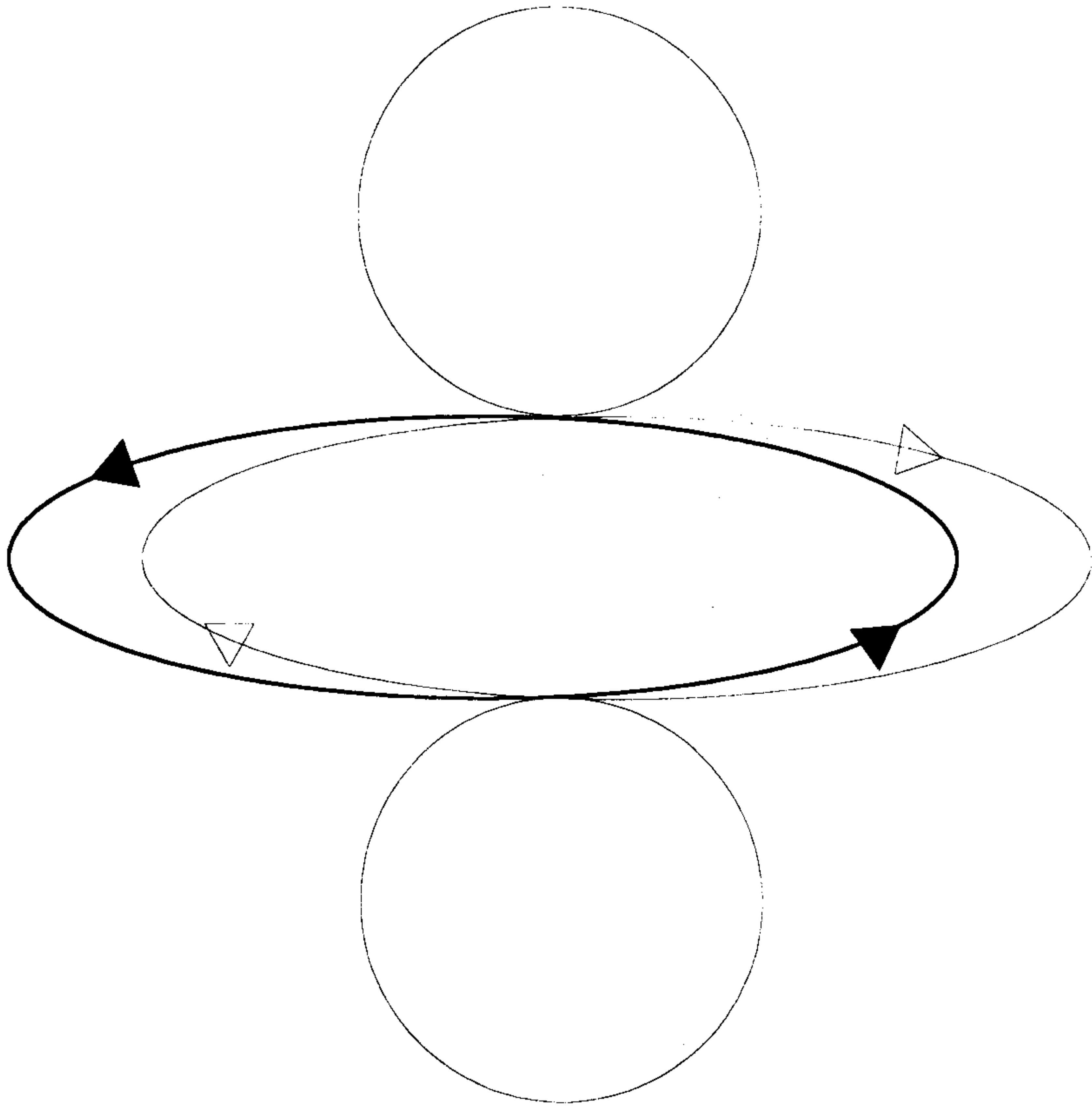


Fig. 3-1. Schematic of hypothetical circulating flow

- (iii) 이 유동의 최고 속력은 유동맥동의 최고 속력과 같다.
- (iv) 이 유동은 유동맥동의 주 진동수와 동일한 진동수로 운동한다.

2. 유동맥동의 길이 및 속도척도 평가

가. 길이척도

그림 2-1에서 볼 수 있듯이, Hooper and Rehme가[24] 간극에서 평행 방향 속도 요동의 공간 상관 관계를 측정한 결과에 의하면 간극 대부분에서 상관 계수가 0.2 이상의 값을 나타내므로, 유동맥동의 수직 방향 길이척도 L_y 는 간극의 크기 g 가 적절할 것이다. 그리고 앞서도 언급했듯이 간극에서 부수로 중심으로 가면서 두 지점의 공간 상관관계를 관측했을 때 부수로 중심에서도 상관계수가 0.1 이상의 값을 갖는 것으로 보고되고 있으므로[그림 2-2][10], 유동맥동의 수평 방향 길이척도 L_x 는 부수로 중심-중심 거리 δ 가 적절할 것이다. 그런데, 삼각-봉배열이나 벽-부수로의 봉-봉 간극에서의 유동맥동은 유동맥동의 진행 방향 전면이 막혀 있으므로 사각-봉배열이나 봉-벽 간극에서의 그것과는 차이가 있을 것이다. 즉, 삼각-봉배열이나 봉-봉 간극에서의 유동맥동에 대한 평행 방향 길이척도는 δ 보다 작을 것으로 예상된다(사실상 Möller의[10] 실험은 벽-부수로의 봉-벽 간극에서 수행된 것이다). 따라서 유동맥동 진행 방향의 개방 여부를 고려하는 형상 인자(Shape factor) b 를 도입하기로 한다:

$$L_x \sim b\delta, \quad L_y \sim g. \quad (3-4)$$

나. 속도척도

유동맥동의 수평 및 수직 방향에 대한 속도척도를 각각 U_x , U_y 라 하자. 그리고 간극에서 유동맥동의 최고 속도를 U_{FP} 라 하자. 그러면 각각의 속도척도를

$$\frac{U_x}{u^*} = \frac{U_x}{U_{FP}} \frac{U_{FP}}{u^*} = a_x \frac{U_{FP}}{u^*}, \quad (3-5a)$$

$$\frac{U_y}{u^*} = \frac{U_y}{U_{FP}} \frac{U_{FP}}{u^*} = a_y \frac{U_{FP}}{u^*} \quad (3-5b)$$

로 표현할 수 있다. 여기에서 속도 계수 a_x 와 a_y 는 U_{FP} 에 대한 각 방향 속도척도의 비를 나타낸다.

운동에너지 보존에 의해 유동맥동 속도의 크기는 간극에서의 속도 U_{FP} 와 같다. 따라서, 간극에서 유동맥동의 주 진동수 f_p 를 U_{FP} 와 경로 길이 z_{FP} 로 표현할 수 있다:

$$f_p = \frac{U_{FP}}{z_{FP}}. \quad (3-6)$$

Strouhal 수를 도입하면 U_{FP}/u^* 에 대한 표현식을 얻을 수 있다:

$$Str \equiv \frac{f_p D}{u^*} = \frac{U_{FP}/u^*}{z_{FP}/D}, \quad (3-7)$$

$$\frac{U_{FP}}{u^*} = \frac{z_{FP}}{D} Str. \quad (3-8)$$

따라서 다음과 같은 속도척도 비에 대한 표현식을 얻을 수 있다:

$$\frac{U_x}{u^*} = a_x \frac{z_{FP}}{D} Str, \quad \frac{U_y}{u^*} = a_y \frac{z_{FP}}{D} Str. \quad (3-9)$$

3. 기하 인자

가. 가상 유동의 경로 길이 (z_{FP}/D)

가상 유동의 경로를 타원형이라 가정하였으므로

$$\frac{z_{FP}}{D} \sim \frac{2\pi}{\sqrt{2}} \sqrt{\left(\frac{L_x}{2D}\right)^2 + \left(\frac{L_y}{2D}\right)^2} = \frac{\pi}{\sqrt{2}} \sqrt{b^2\left(\frac{\delta}{D}\right)^2 + \left(\frac{g}{D}\right)^2} \quad (3-10)$$

을 얻을 수 있다.

나. 부수로 중심간 거리 (δ/D)

부수로 중심 간 거리 δ 는 오로지 부수로의 형상에만 관계한다.

(1) 사각-봉배열

$$\frac{\delta}{D} = \frac{P}{D} \quad (3-11)$$

(2) 삼각-봉배열

$$\frac{\delta}{D} = \frac{1}{\sqrt{3}} \frac{P}{D} \quad (3-12)$$

(3) 봉-벽 간극

$$\frac{\delta}{D} = \frac{P}{D} \quad (3-13)$$

(4) 봉-봉 간극 (대칭 배열을 가정한다)

$$\frac{\delta}{D} = \frac{W}{D} - \frac{1}{4} \left(\frac{P}{D}\right)^2 \left(\frac{W}{D}\right)^{-1} \quad (3-14)$$

다. 형상 인자 (b)

유동맥동의 진행 방향에 방해물이 존재하는 경우에 이에 의한 효과를 보정해 주기 위한 인자로 정확한 평가가 어렵다. Kim and Park이[14] 제안한대로 사각-봉배열이나 봉-벽 간극과 같이 유동맥동의 진행 방향이 개방되어 있는 경우에는 $b = 1.0$ 을 사용하며, 삼각-봉배열이나 봉-봉 간극과 같이 진행 방향이 벽면으로 막혀 있는 경우에는 $b = 2/3$ 를 사용하기로 한다.

라. 수력학적경 (D_H/D)

D_H/D 는 부수로 형상에 따라 다음과 같다:

(1) 사각-봉배열

$$\frac{D_H}{D} = \frac{4}{\pi} \left(\frac{P}{D} \right)^2 - 1 \quad (3-15)$$

(2) 삼각-봉배열

$$\frac{D_H}{D} = \frac{2\sqrt{3}}{\pi} \left(\frac{P}{D} \right)^2 - 1 \quad (3-16)$$

(3) 벽-부수로 (대칭 배열을 가정한다)

$$\frac{D_H}{D} = \frac{4(P/D)(2W/D - 1) - \pi}{2(P/D) + \pi} \quad (3-17)$$

4. 속도 계수

유동맥동 현상에 의한 가상 유동이 장축과 단축이 각각 $L_x/2$, $L_y/2$ 인 타원을 그리며 운동한다고 가정하였으므로, 유동은

$$\frac{x^2}{(L_x/2)^2} + \frac{y^2}{(L_y/2)^2} = 1 \quad (3-18)$$

의 궤적을 그리며 운동한다. 따라서,

$$v_y = -\frac{L_y^2}{L_x^2} \frac{x}{y} v_x \quad (3-19)$$

의 관계를 가지며, 운동 에너지 보존에 의해

$$v_x^2 + v_y^2 = U_{FP}^2 \quad (3-20)$$

이므로

$$\frac{v_x}{U_{FP}} = \left(1 + \frac{L_y^4}{L_x^4} \frac{x^2}{y^2}\right)^{-1/2}, \quad (3-21a)$$

$$\frac{v_y}{U_{FP}} = \left(1 + \frac{L_x^4}{L_y^4} \frac{y^2}{x^2}\right)^{-1/2} \quad (3-21b)$$

을 얻는다. 따라서, 속도 계수는 각각

$$a_x = \frac{v_x}{U_{FP}}, \quad a_y = \frac{v_y}{U_{FP}} \quad (3-22)$$

으로부터 얻을 수 있다:

$$a_x = \frac{v_x}{U_{FP}} = \frac{2\alpha}{\pi} \sin^{-1} \frac{1}{\alpha} \left(\alpha^2 \equiv \frac{1}{1 - (L_y/L_x)^4} \right), \quad (3-23a)$$

$$a_y = \frac{v_y}{U_{FP}} = \frac{2\beta}{\pi} \sinh^{-1} \frac{1}{\beta} \left(\beta^2 \equiv \frac{1}{(L_x/L_y)^4 - 1} \right). \quad (3-23b)$$

여기에서 $L_x = P$, $L_y = g$ 라하고 Curve fitting 하면

$$a_x = 1.0 - 0.15\left(\frac{g}{D}\right), \quad a_y = 0.36\left(\frac{g}{D}\right) \quad (3-24a)$$

을 얻는다.

5. Strouhal 수 상관식

Kármán vortex와 같이 특성 진동수가 존재하는 유동장을 기술하는데 흔히 Strouhal 수가 사용된다:

$$Str = \frac{fL}{U} . \quad (3-25)$$

여기에서 f 는 특성진동수, L 은 길이척도, 그리고 U 는 속도척도를 나타낸다. 따라서 주 진동수가 존재하는 유동맥동을 기술하기 위해 Möller는 [10] 무차원 변수로 봉의 지름을 길이척도로 마찰속도를 속도척도로하는 Strouhal 수

$$Str = \frac{f_b D}{u^*} \quad (3-26)$$

를 도입하고 실험을 통해 상관식을 구성하였다:

$$Str^{-1} = 0.808\left(\frac{g}{D}\right) + 0.056 . \quad (3-27)$$

실험 결과에 의하면 Strouhal 수는 Reynolds 수에는 무관하며 상대적인 간극의 크기에 반비례하는 것으로 나타났다. 그리고 부수로 형상(봉-벽, 봉-봉 간극)에 관계없이 동일한 거동을 나타내었다.

한 가지 종류의 부수로에 대한 실험이긴 하지만 Hooper and Rehme는 [24] 주 진동수가 Reynolds 수에 비례한다는 결과를 얻었다.

Wu and Trupp도[13] 유동맥동 현상을 자세히 조사하기 위하여 에너지 스펙트럼을 측정하고 Strouhal 수 상관식을 발표하였다:

$$Str^{-1} = 0.822\left(\frac{g}{D}\right) + 0.144 . \quad (3-28)$$

정성적으로는 Möller의[10] 것과 동일한 형태를 띠고 있으나 크기에 있어 차이를 나타내고 있다. 본 연구에서는 Kim and Park이[14] 제안한대로 Wu and Trupp의 것을 사용하기로 한다.

6. 난류혼합을 평가

가. 유효 혼합속도 평가

(1) 평가식의 유도

앞에서 언급되었듯이 난류혼합의 주요한 요인은 거시적 유동맥동 현상으로 알려져 있다. 따라서 이 현상에 대한 해석을 바탕으로 난류혼합에 관한 매개변수의 예측을 시도해 보고자 한다. Kim and Park의[14] 난류혼합을 평가식에서는 난류 열확산 계수(Turbulent heat diffusivity)가 유동맥동을 배제한 등방성 난류 부분과 유동맥동 부분으로 구성되어 있다고 보았다. 유체의 Prandtl 수가 충분히 큰 경우에는 분자운동이 열전달에 기여하는 바가 작으므로 Kim and Park의 모형을 적용하는데 별 무리가 없으나, 액체 금속과 같이 Prandtl 수가 작은 경우에는 분자운동에 의한 열전달 기여도 상당하므로 분자운동을 고려하여야만 한다. 따라서 유체의 Prandtl 수가 난류혼합에 미치는 영향을 고려하기 위해서는 분자운동에 의한 열전달 기여

를 난류혼합 척도 평가식에 포함하여야 한다.

수평 방향의 유효 열확산 계수(Effective heat diffusivity) α_P 는 분자운동 즉, 층류운동에 의한 열확산 계수 α_L 과 난류운동에 의한 열확산 계수 α_T 의 합으로 생각할 수 있으며, 다시 난류 열확산은 유동맥동이 없는 경우에 평가된 난류 열확산 계수 α_0 과 유동맥동의 효과에 의한 난류 열확산 계수 α_x 가 중첩되어 나타난다고 볼 수 있다. 즉, 다음과 같이 봉다발 구조에서 난류 열확산 계수가 층류, 유동맥동을 배제한 등방성 난류, 그리고 유동맥동 부분으로 구성되어 있다고 가정한다:

$$\alpha_P = \alpha_L + \alpha_T = \alpha_L + \alpha_0 + \alpha_x . \quad (3-29)$$

이 식을 Prandtl 수 및 난류 Prandtl 수의 항으로 표현하면

$$\alpha_P = \frac{\nu}{Pr} + \frac{\nu_0}{Pr_T} + \alpha_x \quad (3-30)$$

이다. 여기에서 ν 와 ν_0 는 각각 유체의 동점성 계수와 유동맥동이 없는 경우의 와류점성 계수이다.

Prandtl은 혼합길이 가설을 제시하면서 기체 운동 이론에서 동점성 계수를 평가하는 방식과 유사하게 와류점성 계수가 속도척도와 길이척도의 곱으로 표현된다는 가정을 사용했었다[42]. 이와 유사하게 각각의 난류 열확산 및 와류점성 계수들을 각각에 대한 속도척도와 길이척도의 곱으로 표현될 수 있다고 가정하자. 수평 방향 유효 열확산 계수 α_P 에 대한 속도 및 길이 척도를 각각 U_P 와 L_P 라 하고 유동맥동에 의한 난류 열확산 계수 α_x 에 대한 속도 및 길이 척도를 각각 U_x 와 L_x 라 하자. 그리고 등방성 와류점성 계수 ν_0 에 대한 속도 및 길이 척도는 Kim and Park[14]에 따라 각각 u^* 와 \hat{y} 라 하자. 마찰속도(Friction velocity) u^* 는 난류 유동장에서 가

장 대표적인 속도 척도이며, 와류의 크기로는 분포길이(Profile length) \hat{y} 가 적절할 것이며 간극 영역에서 \hat{y} 는 $\hat{y} = g/2$ 이다:

$$\alpha_P = C U_P L_P, \quad (3-31a)$$

$$\alpha_0 = \frac{\nu_0}{Pr_T} = \frac{1}{Pr_T} C u^* \hat{y}, \quad (3-31b)$$

$$\alpha_x = C U_x L_x. \quad (3-31c)$$

여기에서 Pr 과 Pr_T 는 각각 분자 및 난류 Prandtl 수이며, C 는 비례 계수(Proportional coefficient)로 α_P , ν_0 , α_x 모든 경우에 대해 동일한 값으로 표현될 수 있다고 가정한다. 이와 같은 가정을 하게된 배경은 다음과 같다. 사실상 유동맥동은 온도 요동(Temperature fluctuation)이 아니라 속도 요동(Velocity fluctuation)의 스펙트럼 해석으로부터 얻어진 것이므로 ν_0 와 α_x 가 서로 동일한 비례 계수를 갖는다고 보았으며, 난류 열확산에서도 난류 운동량 전달에서와 마찬가지로 유동맥동이 기여하는 부분이 지배적이라면 α_P 와 α_x 는 동일한 비례 계수를 가져야 한다고 보는 것이 타당하다. 따라서

$$U_P L_P = \frac{1}{C} \frac{\nu}{Pr} + \frac{1}{Pr_T} u^* \hat{y} + U_x L_x \quad (3-32)$$

라 할 수 있다. 여기에서 유동맥동의 효과가 지배적이어서 $L_P \sim L_x$ 라면

$$\frac{U_P}{u^*} = \frac{1}{C} \frac{1}{Pr} \frac{\nu}{u^* L_x} + \frac{1}{Pr_T} \frac{\hat{y}}{L_x} + \frac{U_x}{u^*} \quad (3-33)$$

를 얻는다.

이상으로부터 식 (3-33)의 우변 각 항을 살펴보면 다음과 같다:

- 층류 항

$$\begin{aligned} \frac{1}{C} \frac{1}{Pr} \frac{\nu}{u^* L_x} &= \frac{1}{Pr} \frac{\nu}{\nu_T} \frac{\hat{y}}{L_x} \\ &= \frac{1}{Pr} \frac{g/D}{2b\delta/D} \left(\frac{\gamma}{Re^{1-\beta/2}} \sqrt{\frac{8}{a}} \right) \end{aligned} \quad (3-34)$$

여기에서 식 (3-31b)의 $\nu_0 = Cu^* \hat{y}$ 와 와류점성계수 표현식

$$\frac{\nu_0}{\nu} = \frac{1}{\gamma} \sqrt{\frac{a}{8}} Re^{1-\beta/2} \quad (3-35)$$

를 사용하였다.

- 유동맥동을 배제한 등방성 난류 항

$$\frac{1}{Pr_T} \frac{\hat{y}}{L_x} = \frac{1}{Pr_T} \frac{g/D}{2b\delta/D} \quad (3-36)$$

- 유동맥동 항

$$\frac{U_x}{u^*} = a_x \frac{z_{FP}}{D} Str. \quad (3-37)$$

이상을 정리하면 다음과 같다:

$$\frac{U_P}{u^*} = \left(\frac{\gamma}{Pr Re^{1-\beta/2}} \sqrt{\frac{8}{a}} + \frac{1}{Pr_T} \right) \frac{g/D}{2b\delta/D} + a_x \frac{z_{FP}}{D} Str. \quad (3-38)$$

단위 길이당 혼합율 W_{ij}' 을

$$W_{ij}' \equiv \rho U_{eff} g \quad (3-39)$$

로 정의하고 U_{eff} 를 혼합에 실질적으로 기여하는 유효 혼합속도(Effective mixing velocity)라 하자. 유동맥동의 속도척도가 증가하면 혼합율이 증가할 것이므로, 유효 속도가 속도 척도에 비례할 것으로 기대할 수 있다:

$$U_{eff} \propto U_P . \quad (3-40)$$

한편, 비례 계수 C 를 선택하기 위해 원형관 유동에서의 와류점성을 생각하자. 원형관 유동에서는 유동맥동이 존재하지 않으므로 원형관에서의 와류점성 계수를 식 (3-31b)에서의 등방성 와류점성 계수 ν_0 라 할 수 있다. 흔히 원형관에서의 와류점성 계수는 Reynolds 수 Re 와 마찰인자(Friction factor) f 의 항으로

$$\frac{\nu_0}{\nu} = \frac{Re}{\gamma} \sqrt{\frac{f}{8}} = \frac{1}{\gamma} \frac{u^* D_H}{\nu} , \quad (3-41)$$

$$f = aRe^{-\beta} \quad (3-42)$$

로 표현된다. 여기에서 a 와 γ 는 실험 상수이다. 봉다발 유동에서는 등방성 와류점성 계수 ν_0 가

$$\nu_0 = Cu^* \hat{y} = Cu^* \frac{g}{2} \quad (3-43)$$

로 평가하는 것이 타당하므로, \hat{y} 가 적절한 길이척도라면 유효 혼합 속도를 평가하는데 있어

$$C = \frac{2}{\gamma} \frac{D_H}{g} \quad (3-44)$$

로 표현되는 비례 계수 즉, 기하구조에 대한 보정인자가 필요할 것이다:

$$U_{eff} \propto \frac{2}{\gamma} \frac{D_H}{g} U_P . \quad (3-45)$$

유효 혼합 속도를 정량적으로 결정하기 위해서는 비례 상수가 필요하므로 보편 비례 상수(Universal proportional constant) C_{eff} 를 도입하고

$$U_{eff} = C_{eff} \frac{2}{\gamma} \frac{D_H}{g} U_P \quad (3-46)$$

라 하자. C_{eff} 는 실험적으로 결정되어야 하지만 층류 운동에 대해서는 1이라 하고 Kim and Park이[14] 실험자료와 비교하여 제시한대로 난류 운동에 대해서는 $1/\gamma$ 을 사용하기로 한다:

$$C_{eff} = \begin{cases} 1 & \text{for molecular motion} \\ \frac{1}{\gamma} & \text{for turbulent motion} . \end{cases} \quad (3-47)$$

이상에서 혼합에 관계된 유효 속도 U_{eff} 를

$$\begin{aligned} \frac{U_{eff}}{u^*} &= C_{eff} C \frac{U_P}{u^*} \\ &= \frac{2}{\gamma^2} \left[a_x \frac{z_{FP}}{D} Str + K_M \frac{1}{2b} \frac{g/D}{\delta/D} \right] \frac{D_H/D}{g/D} \end{aligned} \quad (3-48)$$

로 얻을 수 있다. 이 때 실험상수들은 Rehme가[8] 제시한대로 $\alpha = 0.18$, $\beta = 0.2$, $\gamma = 20$ 을 사용하며, 그리고 난류 Prandtl 수는 Reynolds 유추에 따라 1.0을 사용하기로 한다. 여기에서 K_M 은 Prandtl 수의 효과를 반영하기 위한 보정인자(Correction factor for Prandtl number effect)로

$$K_M \equiv \frac{\gamma^2}{Pr Re^{1-\beta/2}} \sqrt{\frac{8}{\alpha}} + \frac{1}{Pr_T} \quad (3-49)$$

이다. 첫 번째 항은 층류 효과를 나타내며 두 번째 항은 등방성 난류 효과를 나타낸다.

(2) Kim-Park 모형과의 비교

사실상 식 (3-48)의 유효 혼합속도 평가식은 Prandtl 수의 효과를 반영하기 위한 보정인자 K_M 이 추가된 것을 제외하면 Kim and Park의 것[14] 동일하다. 즉, Kim and Park의 평가식은 $K_M = 1$ 에 해당한다. 만일 Prandtl

수가 매우 작지 않다면 난류 Prandtl 수를 1이라 할 때 K_M 은 거의 1에 가까운 값을 가지므로 Kim-Park 모형은 유효하다.

분자운동이 난류혼합에 기여하는 정도가 등방성 난류운동의 크기정도를 가지려면

$$\frac{\gamma}{Pr Re^{1-\beta/2}} \sqrt{\frac{8}{a}} > \frac{1}{Pr_T} \quad (3-50)$$

이어야 한다. 난류 Prandtl 수가 1이라 하고 실험 상수를 대입하면

$$Pr < \frac{133}{Re^{0.9}} \quad (3-51)$$

을 얻을 수 있다. 예를 들어 $Re=10^5$ 이면 $Pr < 0.004$ 인 경우에 층류 효과가 더 커진다고 할 수 있다. 그림 3-2는 여러 Reynolds 수에 대해 K_M 인자를 Prandtl 수의 함수로 도시한 것을 보여 주고 있다. 그러나 실제로는 $Pr \ll 1$ 에서는 $Pr_T \gg 1$ 이 되므로 보다 큰 Prandtl 수에서 층류 효과가 등방성 난류 효과보다 크게 될 것이다.

나. 혼합 무차원수

혼합율을 표현하기 위해 도입된 무차원수로 혼합인자, 간극 Stanton 수, 혼합 Stanton 수, 난류혼합 매개변수, 혼합수 등 여러 가지가 사용된다. 이들은 각각 도입된 기반이 다를 뿐 얼마든지 상호 변환이 가능하다. 표 3-2에 변환식을 요약하였다.

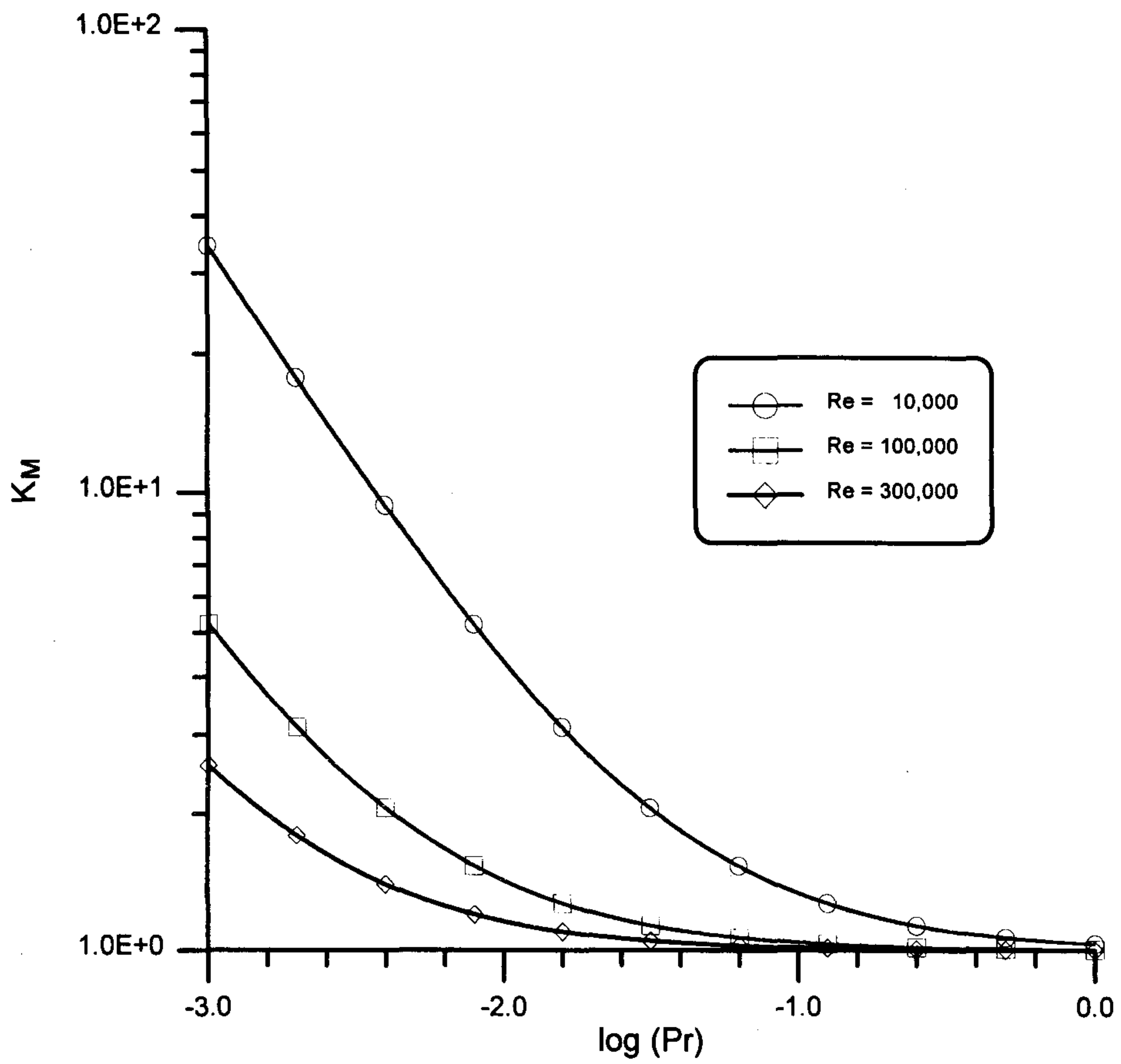


Fig. 3-2. Variation of K_M factor according to Prandtl number

Table 3-1. Conversion Relations among Dimensionless Parameters for
Mixing

Multiply	By	To Obtain
Mixing factor	$\frac{Re^{-\beta/2}}{\gamma} \sqrt{\frac{\alpha}{8}} \frac{D_H/D}{\delta/D}$	St_g
$Y \equiv \frac{U_{eff} \delta}{\nu_c}$	$\frac{Re^{1-\beta/2}}{\gamma} \sqrt{\frac{\alpha}{8}} \frac{g/D}{\delta/D}$	W_{ij}' / μ
Gap Stanton number ^a	$\frac{\gamma}{Re^{-\beta/2} \sqrt{\alpha/8}} \frac{\delta/D}{D_H/D}$	Y
$St_g \equiv \frac{U_{eff}}{U}$	$Re \frac{g/D}{D_H/D}$	W_{ij}' / μ
Mixing number	$\frac{\gamma}{Re^{1-\beta/2} \sqrt{\alpha/8}} \frac{\delta/D}{g/D}$	Y
$\frac{W_{ij}'}{\mu} \equiv \frac{\rho U_{eff} g}{\mu}$	$\frac{1}{Re} \frac{D_H/D}{g/D}$	St_g

^a Mixing Stanton number M_{ij} or TDC β_M

(1) 혼합 인자

혼합 인자(Mixing factor)는 흔히 Y 로 표현되는데 혼합율을 난류확산으로 표현하기 위해 도입된 보정 인자이다. Ingesson and Hedberg는[29] 간극에서 단위 길이당 열전달율

$$Q_g = \rho c_p U_{eff} g (T_i - T_j) \quad (3-52)$$

을 원형관에서의 와류점성 계수 ν_c 로 표현하기 위해 보정 인자로 혼합 인자를 도입하였다:

$$Q_g \equiv \rho c_p \nu_c g Y \frac{T_i - T_j}{\delta} \quad (3-53)$$

따라서 Y 는

$$Y \equiv \frac{U_{eff} \delta}{\nu_c} \quad (3-54)$$

로 정의된다. 따라서, 원형관에서의 와류점성에 대한 표현식 (3-41)을 사용하여 혼합 인자를 평가하면

$$\begin{aligned} Y &= \frac{U_{eff} \delta}{\nu_c} = \gamma \frac{\delta/D}{D_H/D} \frac{U_{eff}}{u^*} \\ &= \frac{2}{\gamma} \left(a_x \frac{z_{FP}}{D} Str + K_M \frac{1}{2b} \frac{g/D}{\delta/D} \right) \frac{\delta/D}{g/D} \end{aligned} \quad (3-55)$$

을 얻는다.

(2) 간극 Stanton 수

난류혼합의 대부분은 유동맥동 현상에 의한 것으로 판단되고 있다. 사실상 유동맥동 현상은 확산 과정이 아니라 대류 과정이므로 혼합율을 나타

내는데 있어 대류 열전달을 표현하는 무차원수를 도입하는 것이 더욱 자연스럽다. 따라서 대류 열전달을 표현하는 무차원수인 Stanton 수와 유사하게 혼합율을 흔히 간극 Stanton 수 St_g 로 표현한다. 간극 Stanton 수는 간극에서 난류혼합에 의해 전달되는 단위 길이 당 열전달율을 Q_g 라 할 때

$$St_g \equiv \frac{Q_g}{c_p (T_i - T_j) g \bar{G}} \quad (3-56)$$

로 정의된다. 그런데 간극에서의 열전달율을 유효 속도로 표현하면 간극 Stanton 수는 결국

$$St_g = \frac{U_{eff}}{U} \quad (3-57)$$

가 된다. 한편 혼합 Stanton 수 M_{ij} 는

$$M_{ij} \equiv \frac{W'_{ij}}{g G_i} \quad (3-58)$$

로 정의되며 난류혼합 매개변수(Turbulent mixing parameter) 또는 TDC(Thermal diffusion coefficient) β_M 은

$$\beta_M \equiv \frac{W'_{ij}}{g G} \quad (3-59)$$

로 정의되는데, 양쪽 부수호가 동일한 질량 유속을 갖는다면 이 둘은 동일한 값을 가지며 유효 속도로 표현하면 간극 Stanton 수와 같은 값을 나타낸다.

마찰속도(Friction velocity) u^* 는 정의식으로부터

$$f \equiv \frac{8 \tau_w}{\rho U^2} = 8 \frac{u^{*2}}{U^2}, \quad u^* = \bar{U} \sqrt{\frac{f}{8}} \quad (3-60)$$

이며, 마찰인자(Friction factor) f 는 식 (3-42)처럼 흔히 Reynolds 수의 함

수로 $f = \alpha Re^\beta$ 와 같이 표현되므로 유효속도에 대한 평가식을 이용하면

$$\begin{aligned}
 St_g = M_{ij} = \beta_M &= \frac{W'_{ij}}{gG} = \frac{U_{eff}}{U} = \sqrt{\frac{\alpha}{8}} Re^{-\beta/2} \frac{U_{eff}}{u^*} \\
 &= \frac{2}{\gamma^2} \sqrt{\frac{\alpha}{8}} Re^{\beta/2} \left(a_x \frac{z_{FP}}{D} Str + K_M \frac{1}{2b} \frac{g/D}{\delta/D} \right) \frac{D_H/D}{g/D}
 \end{aligned} \tag{3-61}$$

으로 쓸 수 있다.

(3) 혼합수

단위 길이 당 난류 혼합율 W'_{ij} 는 점성계수의 차원을 가지므로 이 두 물리량의 비를 난류혼합을 나타내는 무차원수로 채택할 수 있다. 이는 혼합의 유효 속도를 속도척도로 하고 간극의 크기를 길이척도로 하는 간극에서의 난류혼합에 대한 Reynolds 수라고 할 수 있다. 그러나 실제로는 혼합수 (Mixing number)로 불린다.

$$\begin{aligned}
 \frac{W'_{ij}}{\mu} &= \frac{\rho U_{eff} g}{\mu} = \sqrt{\frac{\alpha}{8}} Re^{1-\beta/2} \frac{g/D}{D_H/D} \frac{U_{eff}}{u^*} \\
 &= \frac{2}{\gamma^2} \sqrt{\frac{\alpha}{8}} Re^{1+\beta/2} \left(a_x \frac{z_{FP}}{D} Str + K_M \frac{1}{2b} \frac{g/D}{\delta/D} \right)
 \end{aligned} \tag{3-62}$$

다. 평가식의 검증

앞에서 언급하였듯이 Prandtl 수가 1 근처인 경우에는 식 (3-49)의 K_M 인자의 값이 거의 1이다. 따라서 물이나 공기를 작동유체로 사용하여 수행된 난류혼합 실험 결과나 이를 바탕으로 구성된 상관식들을 가지고는 본 연구에서 유도된 평가식을 검증하기 곤란하다. 그리고 실질적으로 K_M 이 1

에 해당하는 난류혼합을 평가식인 Kim-Park 모형은[14] 이미 실험 자료들과의 충분한 검증이 이루어졌으므로 여기에서는 다루지 않기로 한다.

사실상 액체금속을 이용한 열수력 실험은 수행하기 힘들기 때문에 Prandtl 수의 효과를 보여주는 난류혼합 실험 자료는 매우 제한적인 실정이다. 따라서 실험 자료가 풍부하지는 못하지만 러시아에서 Zhukov 등과[37] Bogoslyskaya 등이[38] 삼각-봉배열에 대해 수행한 연구 결과를 인용하여 본 연구에서 유도된 평가식을 비교하도록 하겠다.

그림 3-3는 Reynolds 수가 100,000일 때 간극 Stanton 수 평가식 (3-61)을 Zhukov 등과[37] Bogoslyskaya 등의[38] 실험 상관식 및 이론식과 간극의 크기를 변화시켜 가면서 비교한 것이다. 이들의 실험식과 이론식은 각각 식 (2-43)과 (2-45)에 나타나 있다. Prandtl 수 0.01 및 0.001 두 경우 모두에 대해, 이론식이 실험 상관식과 많은 차이를 보이는 반면에 본 연구에서 유도된 평가식은 실험 상관식과 거의 일치하는 것으로 나타났다. 그리고 이론식은 실험 상관식과 대체로 2배 정도의 차이를 보여 그다지 유용하지 않은 것으로 보인다.

또한, Prandtl 수의 효과가 배제된 Kim and Park의 모형과 비교하기 위하여 그림 3-4에 Kim and Park의 평가식을 본 연구에서 유도된 것 그리고 실험 상관식과 함께 비교하였다. 그림에서 알 수 있듯이 Kim and Park의 모형은 Prandtl 수가 낮은 경우에 실험 상관식을 거의 재현해 내지 못하며 간극 크기에 따른 변화 거동도 반대로 나타나, 냉각재로 액체금속을 사용하는 경우의 열수력 설계에는 적용이 불가능함을 알 수 있다.

한편, Reynolds 수에 따른 거동을 살펴보기 위해 그림 3-5에 Prandtl 수를 0.001로 하고 Reynolds 수를 50,000에서 300,000까지 변화시켜 가면서 간극 Stanton 수를 나타내어 보았다. Reynolds 수가 증가함에 따라 규격화된 간극 Stanton 수($St_g \cdot 100/Re^{-0.1}$)는 감소하는 경향을 보이는데 이는

분자운동에 의한 열전달 효과가 상대적으로 감소되기 때문이며, 이러한 경향을 본 평가식과 실험 상관식이 모두 예측하고 있음을 알 수 있다. Kim and Park의 모형을 따르면 규격화된 간극 Stanton 수는 Reynolds 수와 무관하여 기하구조가 결정되면 일정한 값을 가지나, 본 평가식은 다양한 Reynolds 수에 대해서도 실험 상관식과 경향과 크기 모든 면에서 거의 일치하는 결과를 나타내고 있다.

이상으로부터 본 연구에서 유도된 난류혼합율 평가식이 실험 상관식과 잘 일치함을 알 수 있으며, Kim and Park의 모형은 Prandtl 수가 낮은 유체 유동에 대해서는 난류혼합율의 거동을 제대로 예측해 낼 수 없다는 것을 확인하였다.

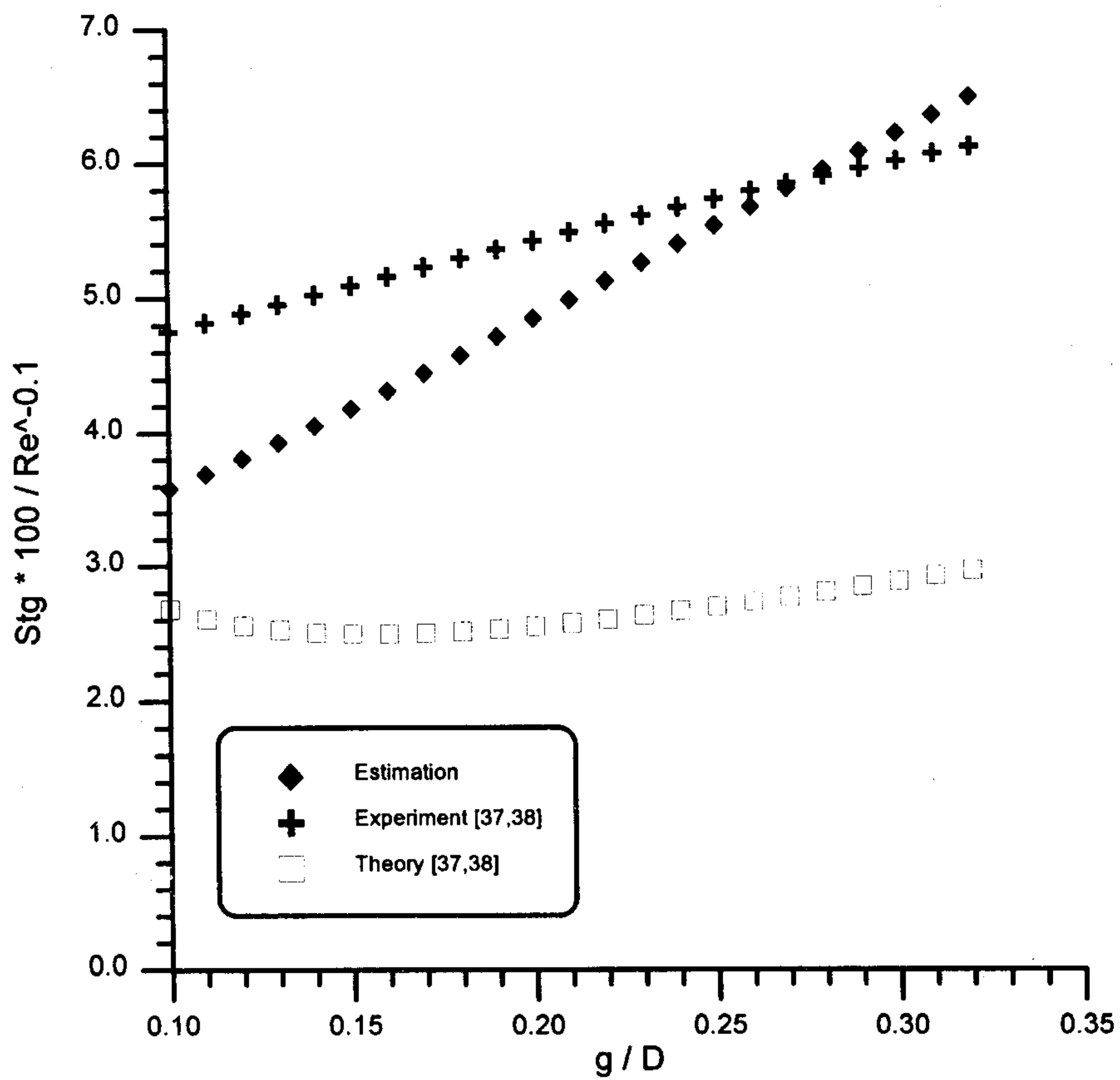


Fig. 3-3a. Comparison of gap Stanton Numbers in a triangular array for $Re = 100,000$ ($Pr = 0.001$)

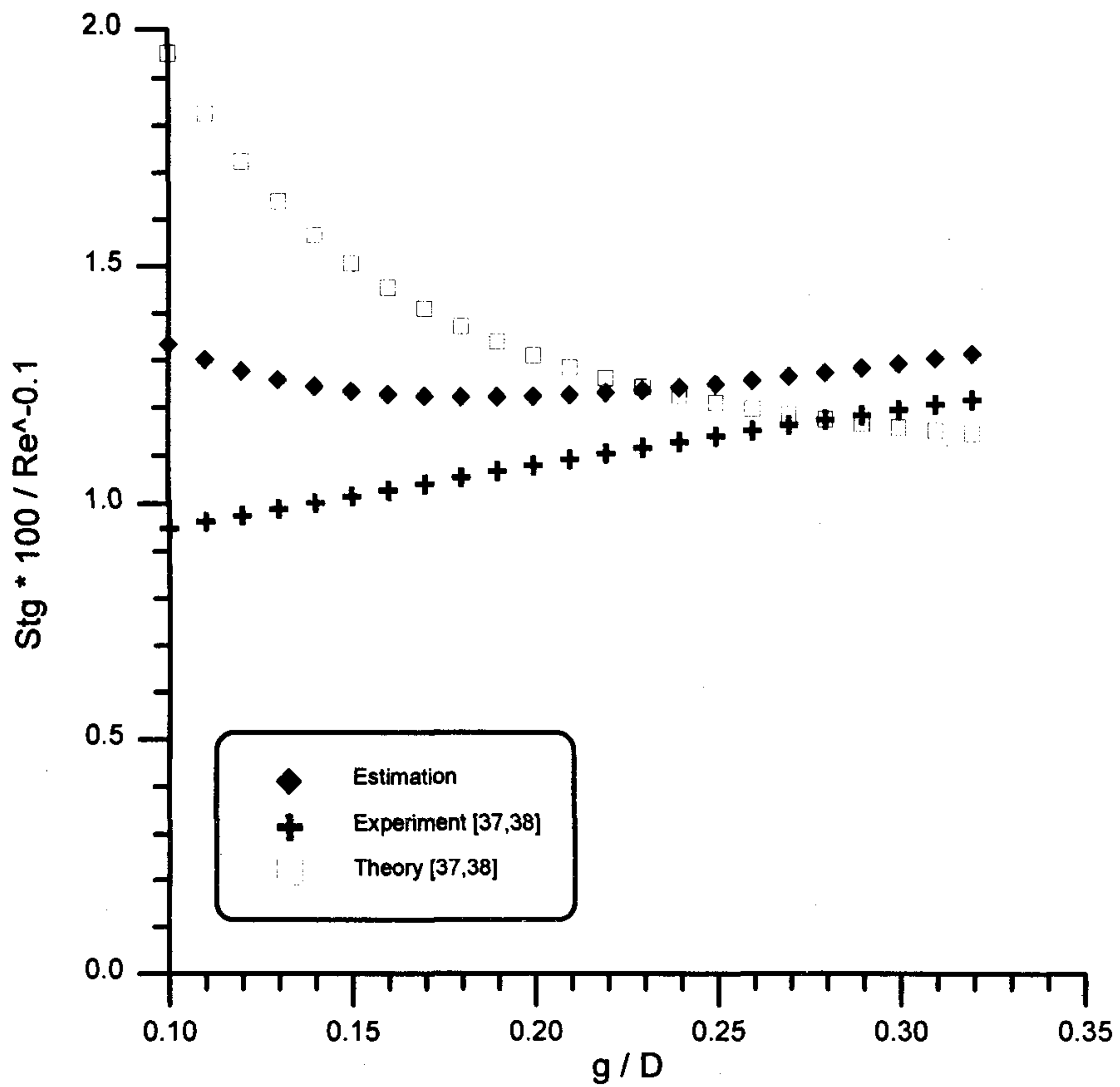


Fig. 3-3b. Comparison of gap Stanton Numbers in a triangular array for $Re = 100,000$ ($Pr = 0.01$)

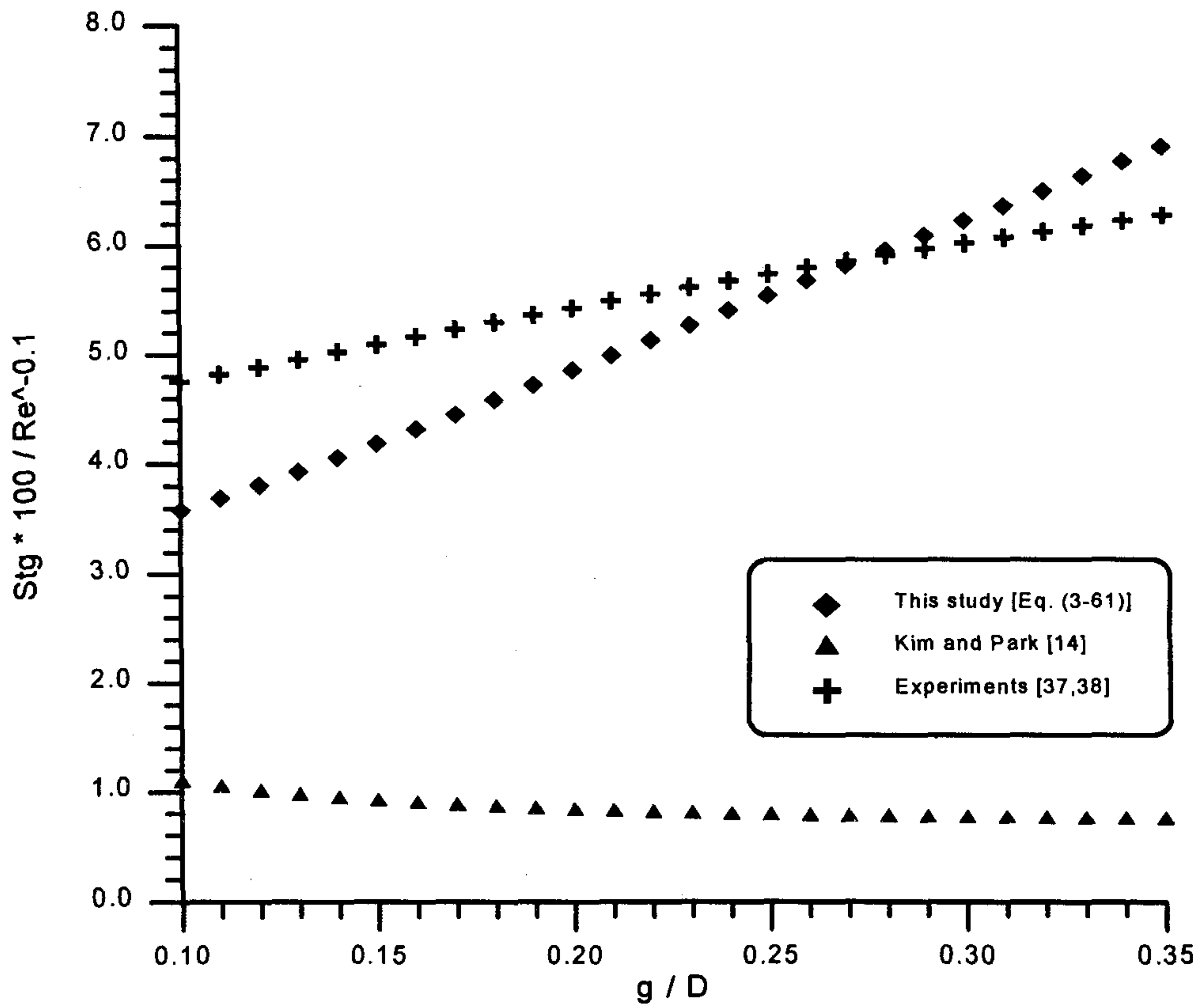


Fig. 3-4a. Comparison between this study and Kim-Park's model in a triangular array for $Re = 100,000$ ($Pr = 0.001$)

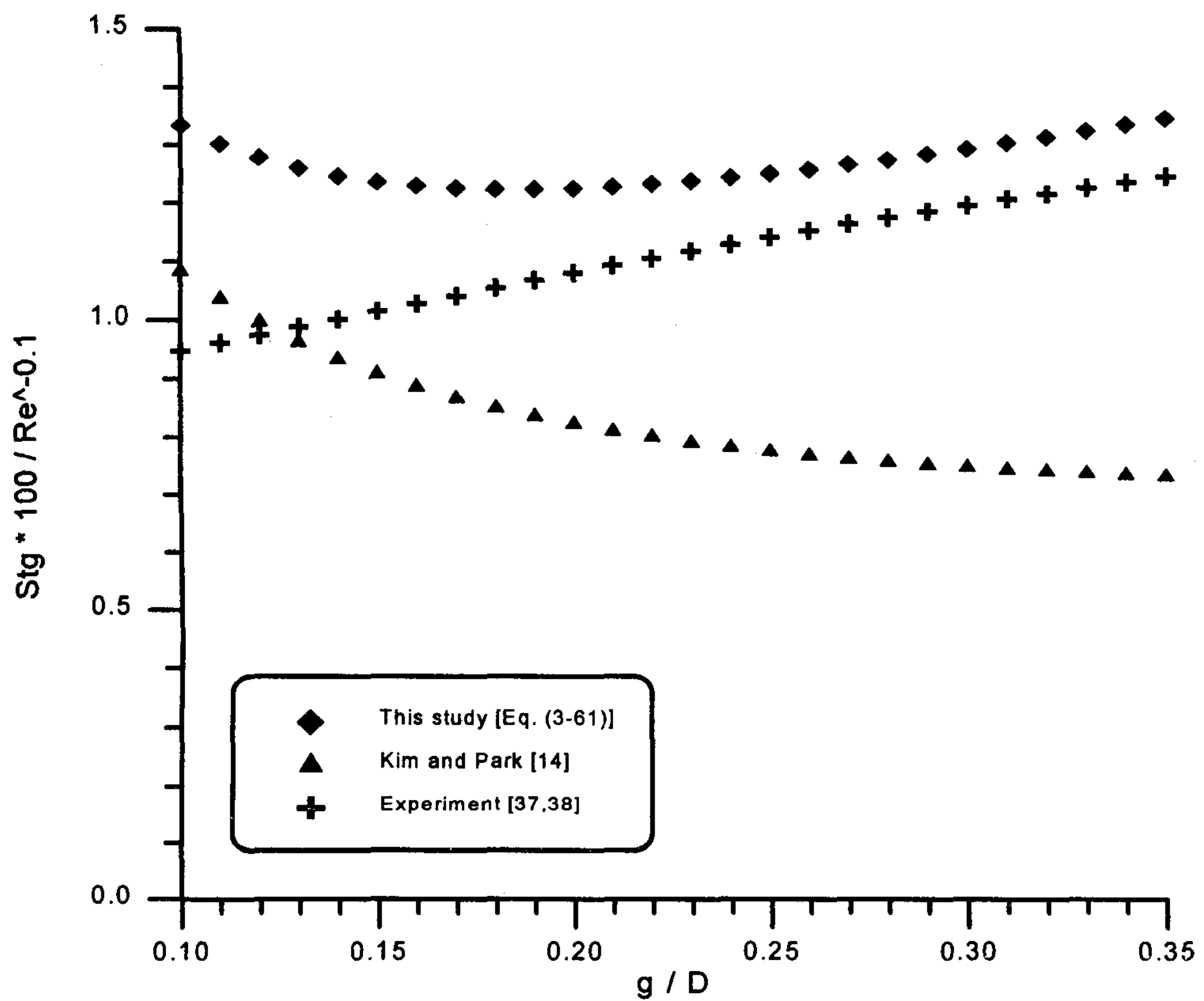


Fig. 3-4b. Comparison between this study and Kim-Park's model in a triangular array for $Re = 100,000$ ($Pr = 0.01$)

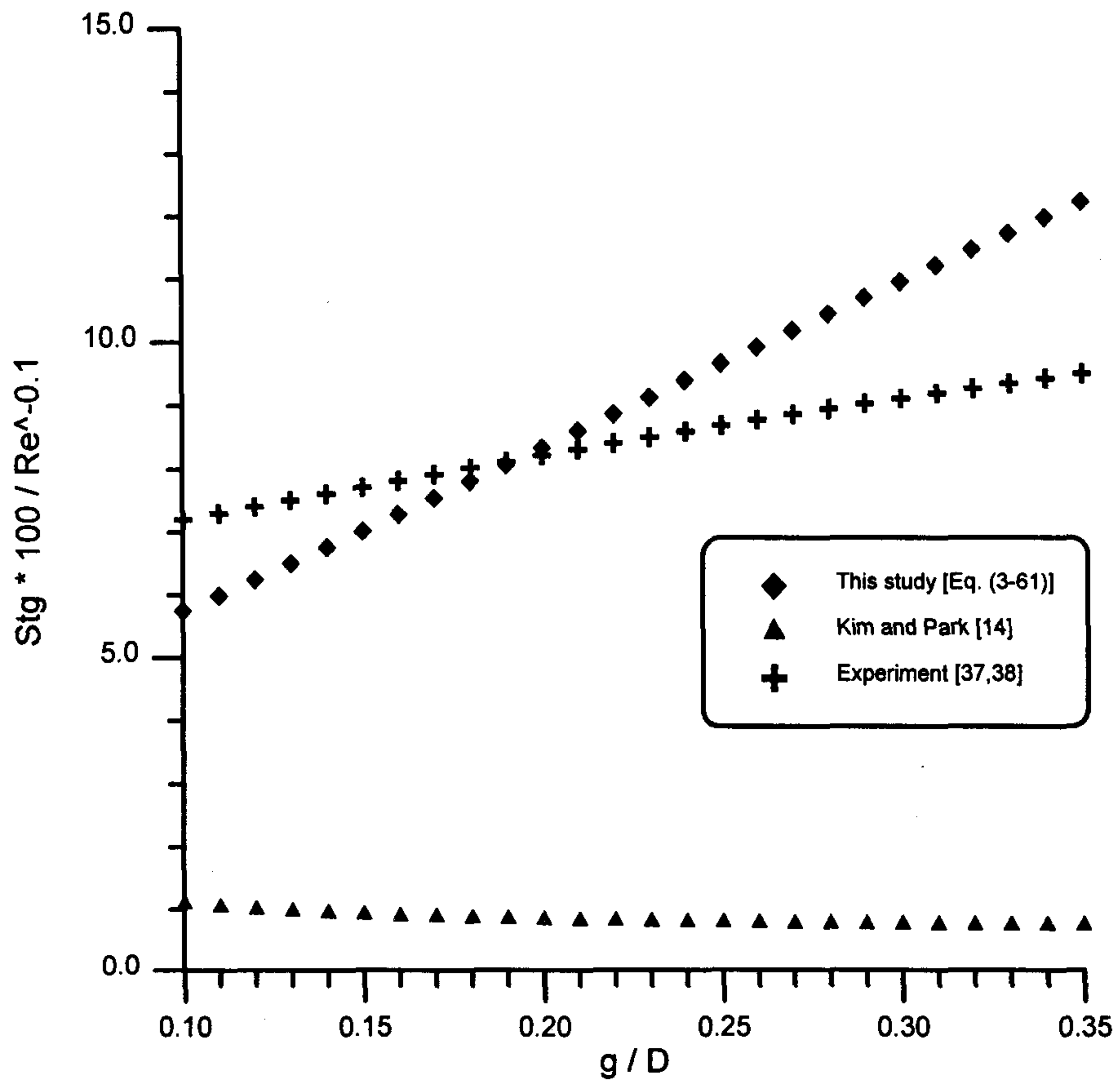


Fig. 3-5a. Effects of Reynolds number on gap Stanton number at $Pr = 0.001$ ($Re = 50,000$).

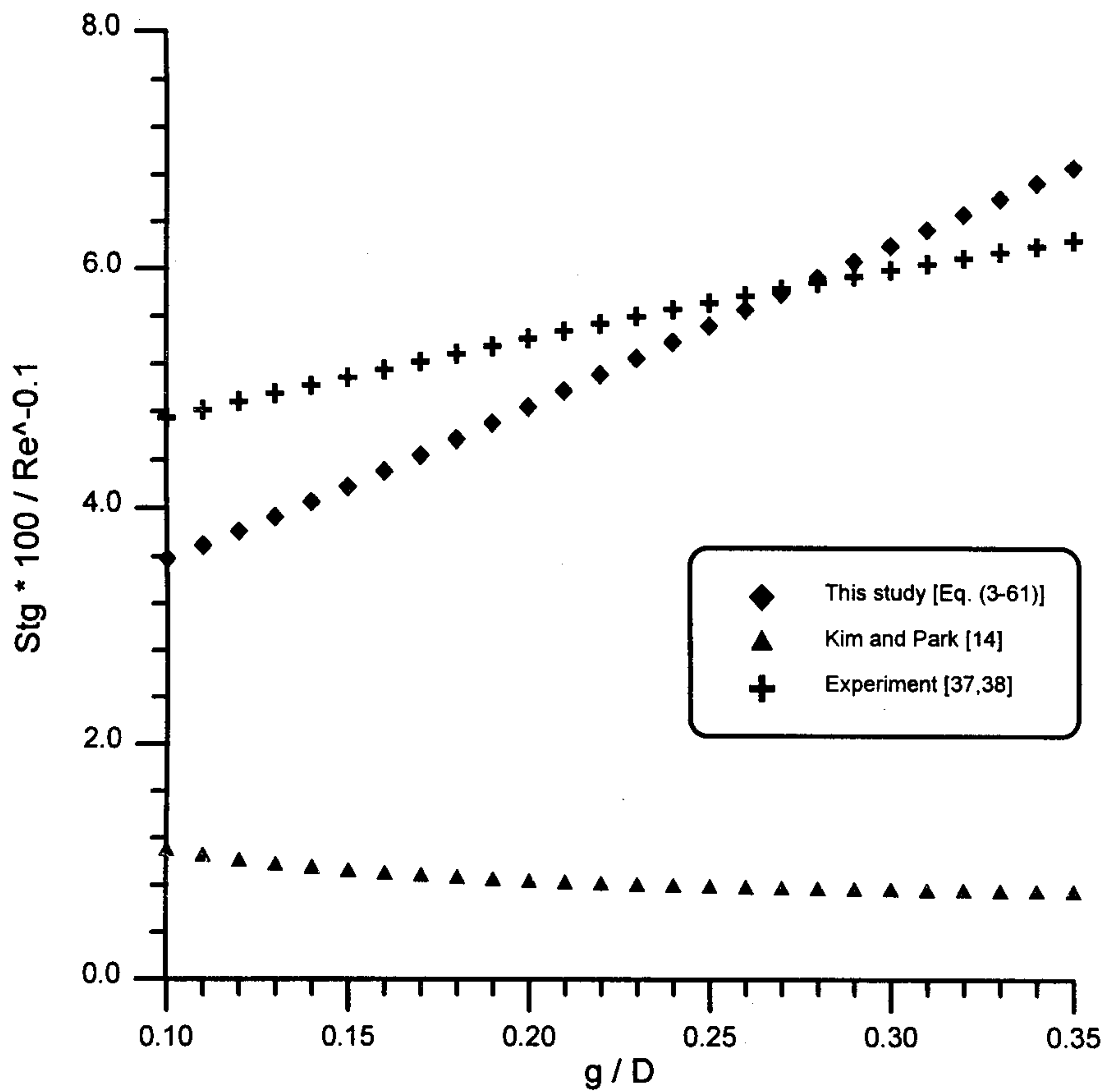


Fig. 3-5b. Effects of Reynolds number on gap Stanton number at $Pr = 0.001$ ($Re = 100,000$).

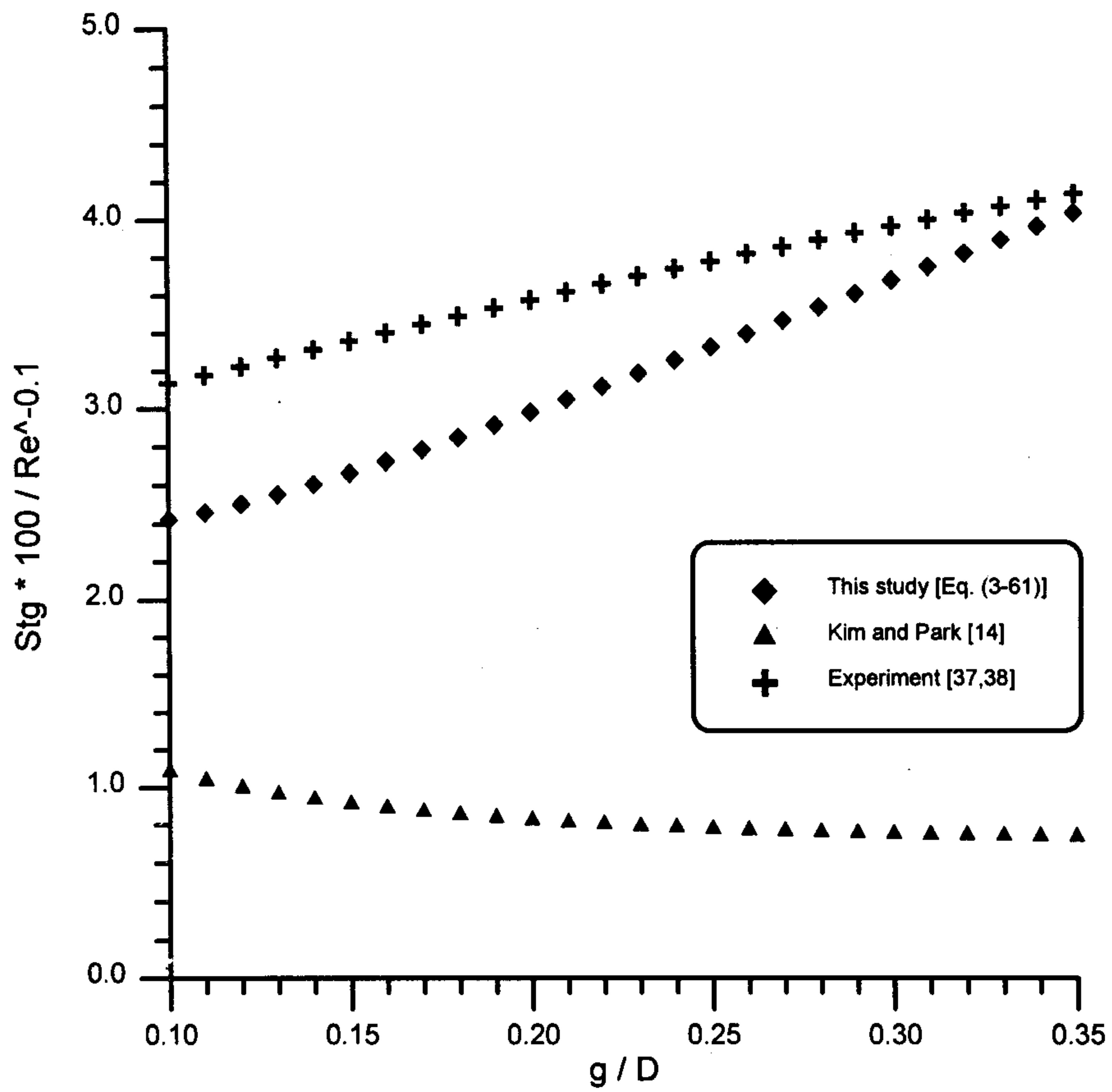


Fig. 3-5c. Effects of Reynolds number on gap Stanton number at $Pr = 0.001$ ($Re = 200,000$).

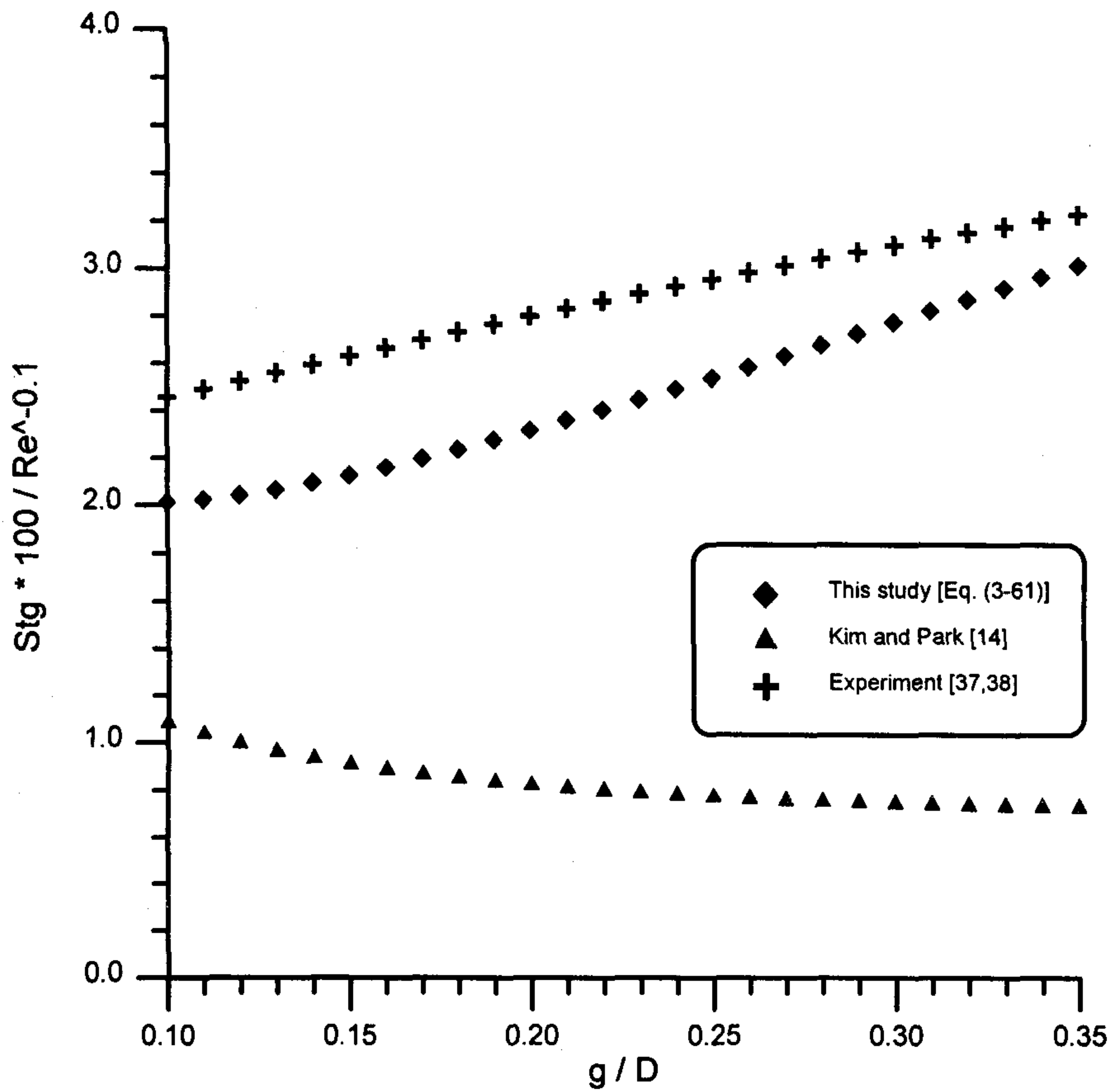


Fig. 3-5d. Effects of Reynolds number on gap Stanton number at $Pr = 0.001$ ($Re = 300,000$).

2 절 수치해석

봉다발 부수로 열유동장을 수치적으로 해석하여 난류혼합을 예측하였다. 난류모형으로는 Lam and Bremhorst의[16] 저-Reynolds 수 $k-\epsilon$ 모형을 사용하였다. 벽면 경계조건으로 흔히 사용되는 벽법칙(Law of the wall) 대신에 계산영역을 벽면까지 확장하여 미끄러짐이 없다는 조건(No-slip condition)을 채택하였는데, 이는 다음과 같은 장점을 가지기 때문이다[43]:

- (i) 벽면에서 미끄러짐이 없다는 경계조건이 가장 정확한 경계조건이다.
- (ii) 비등방성이 벽면에서도 매우 복잡하게 발생한다.
- (iii) 벽면 전단응력이 난류유동장 계산에 의해 직접 결정될 수 있다.
- (iv) 부수로 해석의 궁극적인 목적이 봉 표면 온도의 정확한 예측인데, 이와 같이하면 벽면 온도분포까지 동일한 계산 격자를 사용하여 구할 수 있다.
- (v) 연료봉 내부에서의 열전도 계산이 필요한 경우, 추가로 연료봉 내부에 계산 격자를 둬으로써 계산 체계를 확장 적용할 수 있다.

또한 봉다발 유동장의 주요 특징 중의 하나인 난류확산의 비등방성을 고려하기 위하여 유동맥동 현상에 기초해서 평가된 Kim and Park의[17] 비등방성 인자 평가식을 사용하였다. 그리고, 비록 난류혼합의 주요 원인인 유동맥동 현상은 대류과정이지만 난류혼합을 수치적으로 파악하기 위해서는 확산과정으로 모형화하는 방법밖에 고려할 수 없으므로 비등방성 와류 확산 모형은 난류혼합을 예측하는 데에도 필수적이다.

부수로는 지지격자등의 방해물이 없으며 무한히 배열된 것으로 가정하

였다. 그리고 유동장은 축 방향으로 완전히 발달한 비압축성 단상유동 (Single-phase flow)이며 유체의 물리적 특성은 상수로 가정하였다.

1. 해석에 사용된 방정식계

가. 지배 방정식

부수로의 유동장을 해석하기 위하여 사용한 지배 방정식은 다음과 같으며 실험상수는 표 3-2와 같다:

(i) 축 방향 운동량 방정식(Axial momentum equation)

$$-\frac{\partial}{\partial x_i} [(\nu\delta_{ij} + \nu_{ij}) \frac{\partial U_3}{\partial x_j}] = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x_3} \quad (3-63)$$

(ii) 에너지 방정식(Energy equation)

$$-\frac{\partial}{\partial x_i} [(\nu\delta_{ij}/Pr + \nu_{ij}/Pr_T) \frac{\partial T}{\partial x_j}] = -U_3 \frac{\partial T}{\partial x_3} \quad (3-64)$$

(iii) 난류 운동에너지 방정식 : k -방정식

(Turbulent kinetic energy equation : k -equation)

$$-\frac{\partial}{\partial x_i} [(\nu\delta_{ij} + \nu_{ij}/\sigma_k) \frac{\partial k}{\partial x_j}] = P_k - \epsilon, \quad (3-65)$$

$$P_k = -\frac{u_i u_j}{u_i u_j} \frac{\partial U_i}{\partial x_j} = -\frac{u_1 u_3}{u_1 u_3} \frac{\partial U_3}{\partial x_1} - \frac{u_2 u_3}{u_2 u_3} \frac{\partial U_3}{\partial x_2} \quad (3-66)$$

(iv) 난류 운동에너지 소산율 방정식 : ϵ -방정식

(Turbulent kinetic energy dissipation rate equation : ϵ -equation)

$$-\frac{\partial}{\partial x_i} [(\nu\delta_{ij} + \nu_{ij}/\sigma_\epsilon) \frac{\partial \epsilon}{\partial x_j}] = C_{\epsilon 1} f_{\epsilon 1} \frac{\epsilon}{k} P_k - C_{\epsilon 2} f_{\epsilon 2} \frac{\epsilon^2}{k} \quad (3-67)$$

Table 3-2. Empirical Constants in the $k-\epsilon$ Turbulence Model

C_μ	σ_k	σ_ϵ	$C_{\epsilon 1}$	$C_{\epsilon 2}$	Pr_T
0.09	1.0	1.3	1.44	1.92	0.9

나. Lam-Bremhorst 저-Reynolds 수 모형[16]

벽면 근처에서의 감쇠를 고려한 와류점성은

$$\nu_T = C_\mu f_\mu \frac{k^2}{\epsilon} \quad (3-68)$$

으로 표현된다. 와류점성에 대한 감쇠 인자(Damping factor)는

$$f_\mu = (1 - A_{\epsilon\mu} \exp(-B_{\epsilon\mu} R))^2 (1 + \frac{D_{\epsilon\mu}}{R_t}), \quad (3-69)$$

$$R = \frac{k^{1/2} y}{\nu}, \quad R_t = \frac{k^2}{\epsilon \nu}$$

을 사용하며, 난류 운동 에너지 소산율(Turbulent kinetic energy dissipation rate)의 생성항과 소산항에 대한 감쇠 인자로

$$f_{\epsilon 1} = 1 + (\frac{A_{\epsilon 1}}{f_\mu})^3, \quad f_{\epsilon 2} = 1 - A_{\epsilon 2} [\exp(-B_{\epsilon 2} R_t)]^2 \quad (3-70)$$

을 사용한다. 실험 상수는 각각 $A_{\epsilon 1} = 0.05$, $A_{\epsilon 2} = 1.0$, $A_{\epsilon\mu} = 1.0$,

$B_{\epsilon 1} = 1.0, B_{\epsilon 2} = 0.0165, D_{\epsilon \mu} = 20.5$ 이다.

다. 비등방성 와류점성 모형

$\overline{u_i u_j}$ 에 대해서는 와류점성의 비등방성을 고려하기 위하여 비등방성 인자 n 을 도입하여 표현된

$$\begin{aligned} -\overline{u_i u_j} &= \nu_{ij} \frac{\partial U_3}{\partial x_j} \quad (\nu_{ij} = 0 \text{ for } i \neq j) \\ \nu_{11} &= \nu_T, \quad \nu_{22} = n \nu_T \end{aligned} \quad (3-71)$$

을 사용하며, 비등방성 인자 n 은 Kim and Park의 모형[17]

$$n(r, \theta) = \left[\frac{6\bar{n}}{\sqrt{\pi}} \exp\left\{-\left(\frac{6y^+}{Re^*}\right)^2\right\} + 1 \right]^{(1-\theta/\theta_{max})} \quad (3-72)$$

$$\bar{n} = \frac{1 + 2a_x b \frac{(z_{FP}/D)(\delta/D)}{g/D} Str}{1 + 2a_y (z_{FP}/D) Str} \quad (3-73)$$

을 채택하였다. 여기에서 y^+ 와 Re^* 는

$$y^+ = \frac{y u^*}{\nu}, \quad Re^* = \frac{u^* D_H}{\nu} \quad (3-74)$$

이다.

라. 난류 Prandtl 수 모형

난류 Prandtl 수 모형은 수치해석 측면에서 뿐만 아니라 Prandtl 수의

효과를 반영하기 위한 보정인자(Correction factor for Prandtl number effect) K_M 의 표현식 (3-49)에서도 볼 수 있듯이 난류혼합율 모형에서도 직접적인 고려를 하여야 하는 중요한 변수이다.

Prandtl 수가 1 근처인 경우에는 난류 운동량 전달과 난류 열전달이 거의 같은 크기 정도로 이루어진다는 Reynolds 유추가 근사한 가정이 되어서 난류 Prandtl 수를 1 정도로 보아도 무방하지만, Prandtl 수가 매우 작은 경우에는 난류 Prandtl 수가 1보다 큰 값을 갖는 것으로 알려져 있다[44]. 사실상 Prandtl 수가 낮은 유체 유동에서 난류 Prandtl 수를 실험적으로 얻어 내기란 매우 힘든 일이어서 아직도 많은 연구를 필요로 하고 있는 실정이다. 원형관에 대해서는 최근에 Weigand 등이[45] Kays and Crawford의 난류 Prandtl 수 모형[44] 수정하여 발표한 바가 있는 등 꾸준한 연구가 이루어져 왔으나 봉다발 유동장에 대한 연구는 거의 전무한 실정이다. 따라서 원형관에 대한 난류 Prandtl 수 모형이 봉다발 유동장에 대해서도 유효한지에 대한 연구 또는 봉다발 유동장에 적합한 새로운 모형 개발 등 봉다발 유동장 해석을 위한 난류 Prandtl 수 모형에 대한 더 많은 연구가 이루어져야 할 것이다.

2. 경계조건

고체 벽면과 대칭 경계면으로 구성된 2차원 유동장에서 축 방향 운동량 및 에너지 방정식 등 2개의 기본 방정식과 난류모형 보조 방정식인 $k-\epsilon$ 방정식의 해를 얻기 위해서는 모든 경계면에 대해 경계조건이 필요하다.

가. 벽면 경계조건

벽면에 대해서는 미끄러짐이 없다는 조건을 부여할 수 있으므로 모든 방향의 속도 성분과 난류 운동 에너지가 0이라는 조건을 얻을 수 있다. 그러나 난류 운동에너지 소산율에 대해서는 그리 간단하지 않다.

난류 운동 에너지 소산율에 대한 벽면 경계조건은 명확히 주어져 있지 않다. 이를 구하기 위하여 난류 운동 에너지 방정식을 살펴보기로 하자. 벽면에서 속도와 Reynolds 응력이 0이므로, 난류 운동 에너지 생성항 P_k 와 대류항은 모두 무의미하다. 따라서 점성 확산항과 소산항이 균형을 이룰 것이다. 그런데 벽면을 따라 난류 운동 에너지가 0임을 상기하면, 벽면에 수평한 방향에 대한 k 의 곡률이 0이므로 소산항은 벽면에 수직인 방향의 점성확산과 균형을 이룬다. 이를 ϵ 에 대한 벽면 경계조건으로 부여할 수 있다.

$$\epsilon = \nu \frac{\partial^2 k}{\partial n^2} . \quad (3-75)$$

이 경계조건도 수치 계산에 직접 이용될 수 없다. 따라서, 이 역시 Taylor 급수 전개 등을 통하여 이용할 수 있는 형태로 변환하는 과정이 필요하다. 그런데, 난류 물리량인 k 와 ϵ 은 벽근처에서

$$k^+ = A y^{+2} + B y^{+3} + \dots , \quad (3-76a)$$

$$\epsilon^+ = 2(A + 2B y^+ + \dots) \quad (3-76b)$$

와 같은 보편적인 거동을 보이므로[46], 이를 이용하면 더욱 효과적인 경계조건을 얻는 것이 가능하다. 여기에서 A, B 는 실험 상수다. 본 연구에서는 다음의 경계조건을 사용하기로 한다:

$$\epsilon_w = \frac{3 k_{w+1}}{k_{w+2} - k_{w+1}} \epsilon_{w+1} . \quad (3-77)$$

이 경계조건을 사용하기 위해서는 벽면에서 첫 번째와 두 번째 격자는 등간격으로 설정되어야 한다. 이상과 같이 회전도와 난류 운동 에너지 소산율에 대한 벽면 경계조건을 Dirichlet 형태로 얻었다. 유도 과정은 부록 1에 요약하였다. 한편, 에너지 방정식에 대해서는 온도 또는 열속 조건을 사용할 수 있도록 하였다.

나. 대칭면 경계조건

대칭 경계조건의 의미는 대칭면에 수직한 방향에 대해 스칼라 물리량의 구배가 없다는 것이므로, 대칭면에 수직한 방향에 대해 물리량의 구배가 0이라는 Neumann 형태 경계조건을 부여할 수 있다.

3. 유한요소 공식화

이상의 2개의 기본 방정식과 2개의 난류 보조 방정식 등 4개의 편미분 방정식계를 해석하기 위하여 유한요소법(Finite element method)을 도입하였다. 해석해야 할 미분 방정식에 대한 Functional이 모두 알려져 있는 것은 아니므로 기저 함수(Basis function)를 무게 함수(Weighting function)로 선택하는 Galerkin 법을 사용하였다[47]. 그리고 2차원 유동장을 근사하기 위해 유동장을 삼각형 및 사각형 유한요소로 분할하였다.

기저함수를 선택하기 위해서는 미분 방정식이 포함하고 있는 미분의

최고 차가 결정되어야 하며, 계산 알고리즘을 구성하기 위해서는 미분 방정식의 형태를 일반화하고 공식화하여야 하므로, 해석해야 할 미분 방정식의 일반 형태를 기술하고 각 물리량에 대한 특징을 살펴 볼 필요가 있다. 구해야 할 물리량을 ϕ , 미분 방정식을 연산자 \mathcal{L} , 그리고 Neumann 형태 경계 조건을 연산자 ℓ 로 표기하기로 하자. 난류 운동에너지 소산율의 벽면 경계 조건이 궁극적으로 Dirichlet 경계조건임을 상기하면 해석해야 할 미분 방정식을 다음과 같이 일반적으로 표현할 수 있다:

$$\mathcal{L}(\phi) = -\frac{\partial}{\partial x_i} \left(\Gamma_{\phi ij} \frac{\partial \phi}{\partial x_j} \right) + D_\phi - P_\phi = 0 \quad , \quad (3-78a)$$

$$\ell(\phi) = \Gamma_\phi \frac{\partial \phi}{\partial n} = 0. \quad (3-78b)$$

여기에서 D_ϕ 그리고 P_ϕ 는 각각 소산항 그리고 생성항을 나타낸다. 무게 함수를 물리량과 동일한 ϕ 라하고 이를 유한요소법에 의해 공식화하면

$$\int \phi \mathcal{L}(\phi) d\tau + \int \phi \ell(\phi) d\sigma = \int \phi \left[-\frac{\partial}{\partial x_i} \left(\Gamma_{\phi ij} \frac{\partial \phi}{\partial x_j} \right) + D_\phi - P_\phi \right] d\tau + \int \phi \Gamma_\phi \frac{\partial \phi}{\partial n} d\sigma = 0 \quad (3-79)$$

을 얻는다. 여기에서, τ 는 계산영역을 σ 는 경계면을 나타낸다. 확산항에 대해 발산 정리(Divergence theorem)를 사용하고 정리하면

$$\int \left[\Gamma_{\phi ij} \frac{\partial \phi}{\partial x_i} \frac{\partial \phi}{\partial x_j} + \phi D_\phi - \phi P_\phi \right] d\tau = 0 \quad (3-80)$$

을 얻을 수 있다.

이상의 과정을 거쳐 공식화된 식이 1계 미분만을 포함하므로 기저 함수는 C^0 연속 조건을 만족하는 것으로 채택하였다. 즉, 삼각형 요소에 대해서는 자연 좌표계(Natural coordinates) 상에서 선형 기저 함수를, 사각형 요소에 대해서는 Bilinear cardinal 기저 함수를 사용하였다[47].

4. 계산 과정

이상과 같이 Galerkin 유한요소법에 의해 공식화된 미분 방정식에 계산 알고리즘을 적용하여 해를 구하는 단계가 남았는데, 일반적으로 난류유동장의 계산은 복잡하기도 하지만 수치해가 매우 불안정하여 발산하거나 수렴이 느린 경향을 보인다. 따라서, 반복 계산의 초기화에 필요한 초기치의 선정, 격자의 크기와 격자점의 위치, 알고리즘의 구성, 그리고 수치 계산에 사용되는 이완 상수(Relaxation factor)의 선택 등이 수치 계산의 성패를 좌우한다.

가. 초기치 선정

본 연구에서는 초기치를 선정하기 위해, 축 방향 속도 분포는 보편 속도 분포(Universal velocity profile)

$$\begin{aligned} u^+ &= y^+ , & \text{for } 0 \leq y^+ \leq 5 \text{ (Viscous sublayer) ,} \\ u^+ &= 5.0 \ln y^+ - 3.05 , & \text{for } 5 \leq y^+ \leq 30 \text{ (Buffer layer) ,} \\ u^+ &= 2.5 \ln y^+ + 5.5 , & \text{for } 30 \leq y^+ \text{ (Turbulent core)} \end{aligned} \quad (3-81)$$

를 이용하였다. 그리고 난류 운동 에너지와 그 소산율은, 벽면 근처와 난류 중심부 등 문헌에서 제시하는 분포식이 유효한 영역으로 구분하고, 각각의 영역에 적합한 보편적인 분포식을 사용하였으며 그 외의 영역은 내삽 또는 외삽하여 사용하였다.

난류 운동 에너지에 대해서는 Jaeger-Dhatt와[48] Seale이[49] 제시하는

$$\begin{aligned}
k^+ &= \frac{1}{\sqrt{C_\mu}} \left(\frac{y^+}{\delta^+} \right)^2 && \text{for } y^+ \leq \delta^+, \\
k^+ &= k_i^+ + (k_w^+ - k_i^+) \left(1 - \frac{y^+}{\hat{y}^+} \right)^2 && \text{for } y^+ > \delta^+
\end{aligned} \tag{3-82}$$

을 사용하였다. 여기에서 C_μ 와 δ^+ 는 실험상수로 각각 0.09와 $8 \leq \delta^+ \leq 12$ 의 값을 가지며, k_i^+ 는

$$k_i^+ = k_c^+ \left(1 - 2.4 \left(1 - \frac{y^+}{\hat{y}^+} \right)^2 \right) \tag{3-83}$$

로 정의된다. k_w^+ 와 k_c^+ 는 각각 $y^+ = \delta^+$ 와 중심에서의 k^+ 값이다.

난류 운동 에너지 소산율에 대해서는 Jaeger-Dhatt가[48] 제시하는 분포식과 보편 평형 이론(Universal equilibrium theory)을[15] 이용하였다.

$$\begin{aligned}
\varepsilon^+ &= \frac{1}{\delta^+ \chi} \left(\left(\frac{y^+}{\delta^+} \right)^2 + \frac{2\chi}{\delta^+ \sqrt{C_\mu}} \left(1 - \left(\frac{y^+}{\delta^+} \right)^2 \right) \right) && \text{for } y^+ \leq \delta^+, \\
\varepsilon^+ &= C_D \frac{k^{+3/2}}{y^+} && \text{for } y^+ > \delta^+
\end{aligned} \tag{3-84}$$

여기에서 χ 는 von Kármán 상수로 0.4를 사용하였으며 C_D 는 소산율에 관계된 실험 상수로 0.416을[43] 사용하였다.

나. 격자 위치 선정

이 문제에서 가장 의미 있는 물리량은 축 방향 속도이므로 격자의 위치는 축 방향 속도 분포를 고려하여 선정하였다. 유동장을 점성 아층(Viscous sublayer), 완충 층(Buffer layer) 그리고 난류 중심부(Turbulent core)로 구분하고 각 영역별로 격자 개수를 지정하여 축 방향 속도의 초기

분포가 각 영역별로 등간격이 되도록 격자 위치를 결정하였다. 벽면 근처에서의 거동을 정확히 해석하기 위해서 적어도 격자의 30%를 점성 아층 및 완충 층에 할당하였다[50]. 선택된 격자의 위치는 계산 과정 중에 고정하였으며 모든 미분 방정식의 계산에 동일하게 사용되었다.

다. 반복 계산

난류유동장의 계산에 있어서 특징 중의 하나는 수치해가 진동하는 경향이 심하다는 점이다. 이를 억제하기 위하여 Under-relaxation 상수를 사용하는 것이 보통인데, 그 정도가 심하면 이완 상수만으로는 해결되지 않을 수도 있다. 따라서 축 방향 속도와 난류 운동 에너지 및 그 소산율은 항상 양이므로, 이들 물리량에 대해서는 반복 계산 과정에서 기하 평균을 취하였다:

$$\phi^{guess} = \sqrt{\phi^{new} \phi^{old}} . \quad (3-85)$$

라. 알고리즘

이상에서 얻은 초기치와 격자점을 사용하여 미분 방정식의 수치해를 다음과 같은 순서에 의해 구하였다. 우선 축 방향 운동량 방정식, 난류 운동 에너지와 그의 소산율 방정식의 해를 구한다. 그리고 모든 계산이 끝나면 이상에서 얻은 결과들로부터 에너지 방정식을 풀어 온도 분포를 구한다.

(i) U_3 , k , ε 초기치 결정

(ii) 와류점성 계수 및 U_3 계산

-> 생성항, 소산항 및 k 계산

-> 와류점성 계수, 생성항, 소산항, 경계조건 및 ε 계산

-> ε 경계조건으로부터 벽면에서의 ε 계산

: 계산결과가 음인 경우는 절대값을 사용

(iii) 수렴될 때까지 (i), (ii)의 과정 반복

(iv) 수렴되면 T 계산

수렴 조건은 최대 상대 오차가 10^{-3} 이하일 때로 하였다.

5. 해석 결과 및 논의

가. 단위 부수로에서의 온도장 해석

본 연구에서 사용된 코드는 Kim and Park의[17] 연구에서 개발된 것으로 코드의 검증을 위해 수행된 비교 계산은 참고문헌 [17]에 잘 나타나 있다. 여기에서는 그림 1-1에서 빗금 친 부분으로 표현된 단위 부수로 세포에서 계산된 온도장에 대해 논의하도록 하겠다.

그림 3-6과 3-7은 $P/D = 1.10$ 인 각각 사각 및 삼각 봉 배열 열유동장에서 봉 표면에서의 열속이 균일하다고 가정하였을 때 Prandtl 수의 변화에 따른 온도 분포를 보여주고 있다. Reynolds 수를 약 100,000으로 하였으며,

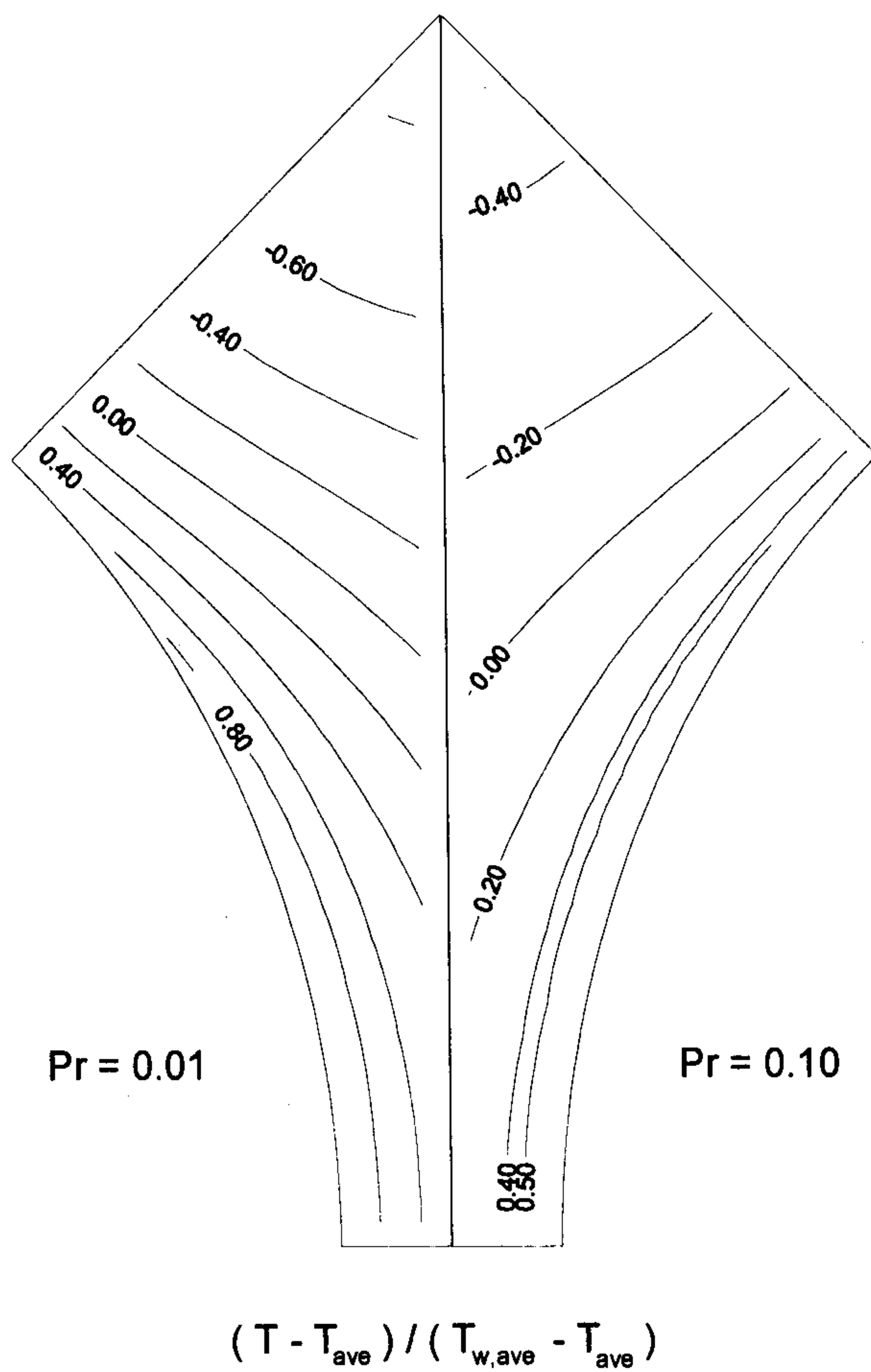


Fig. 3-6a. Temperature contour in a square array
 ($P/D = 1.10$, $Re = 105,000$)

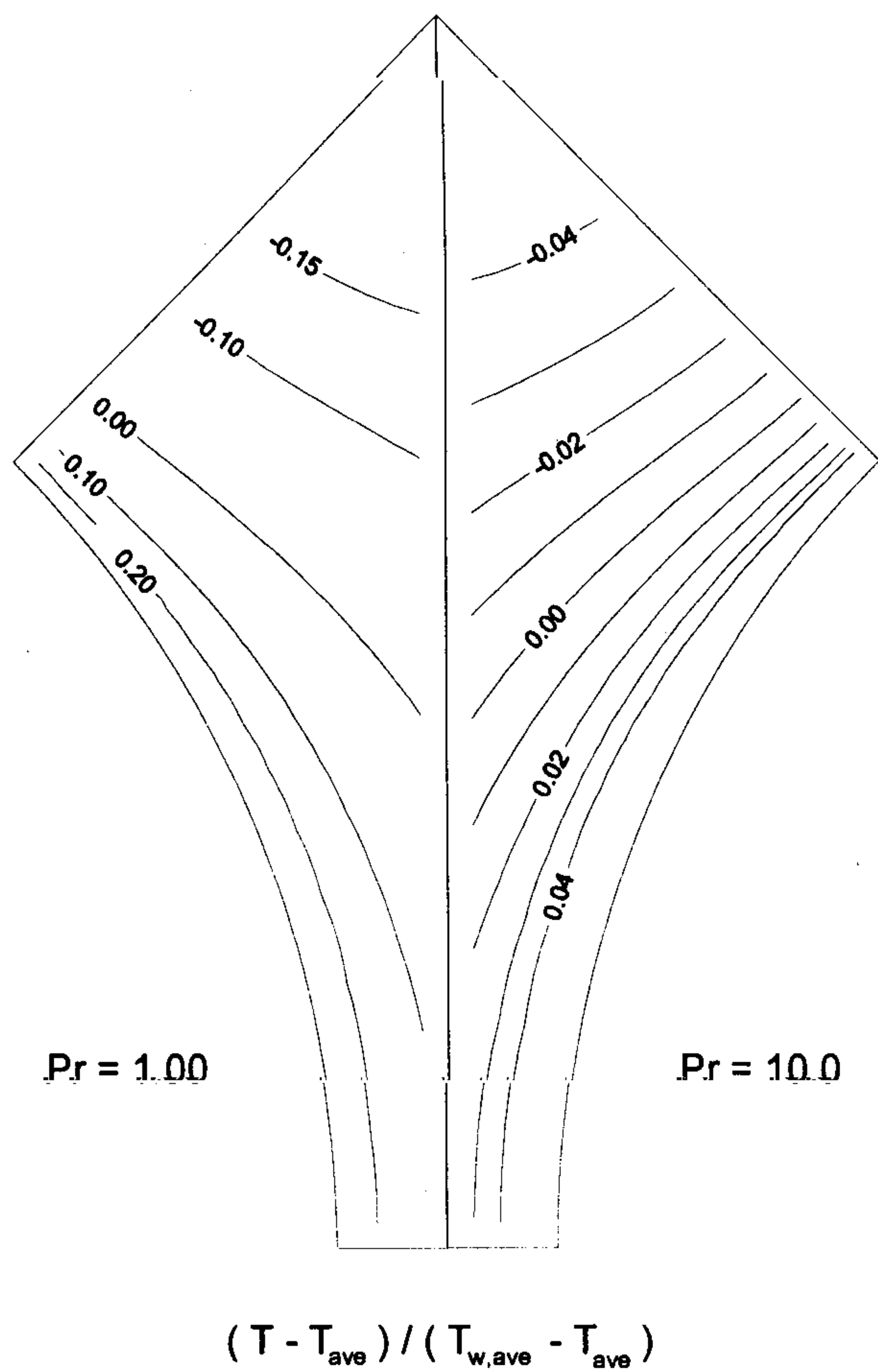


Fig. 3-6b. Temperature contour in a square array
 ($P/D = 1.10$, $Re = 105,000$)

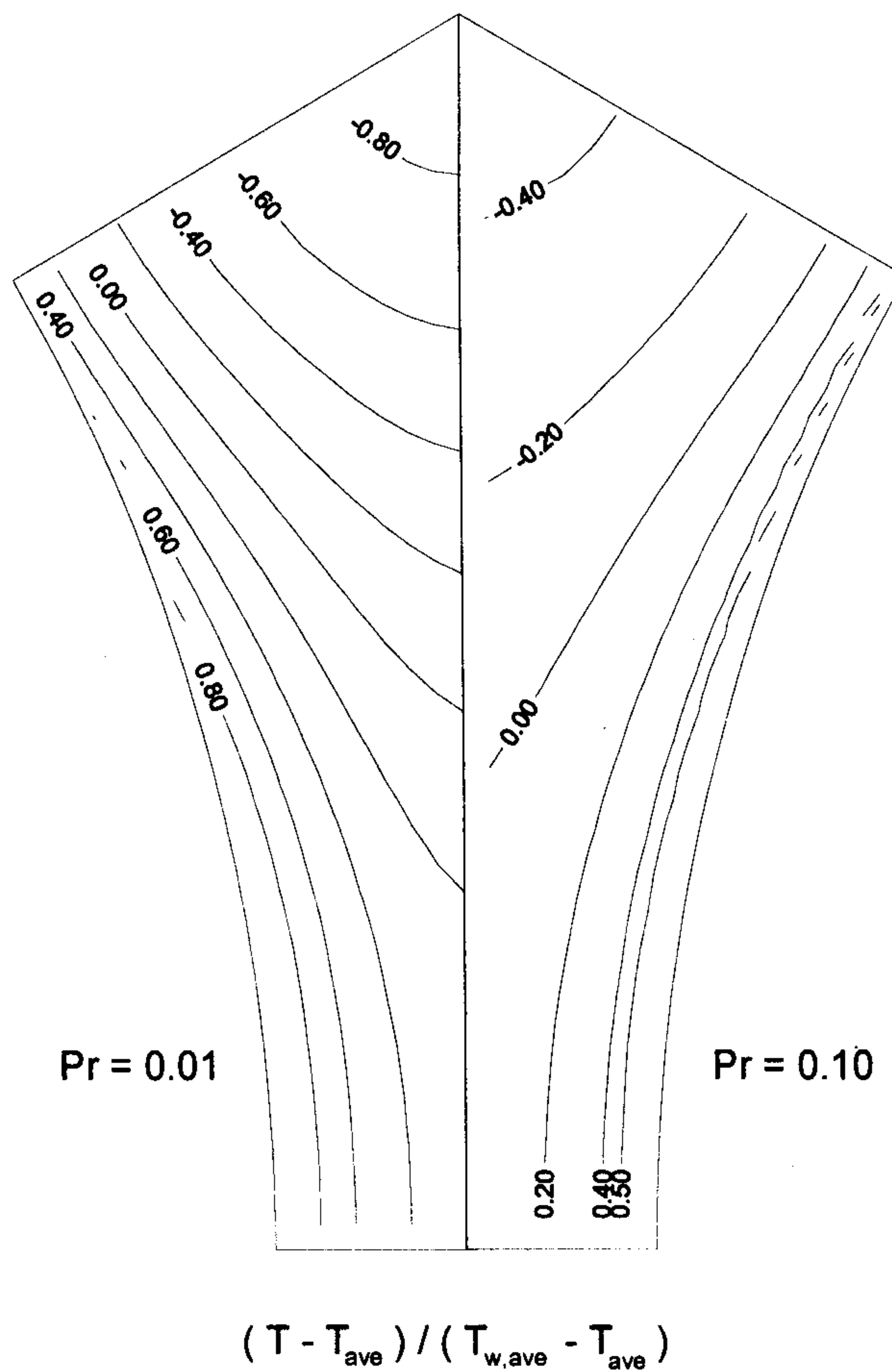


Fig. 3-7a. Temperature contour in a triangular array
 ($P/D = 1.10$, $Re = 103,000$)

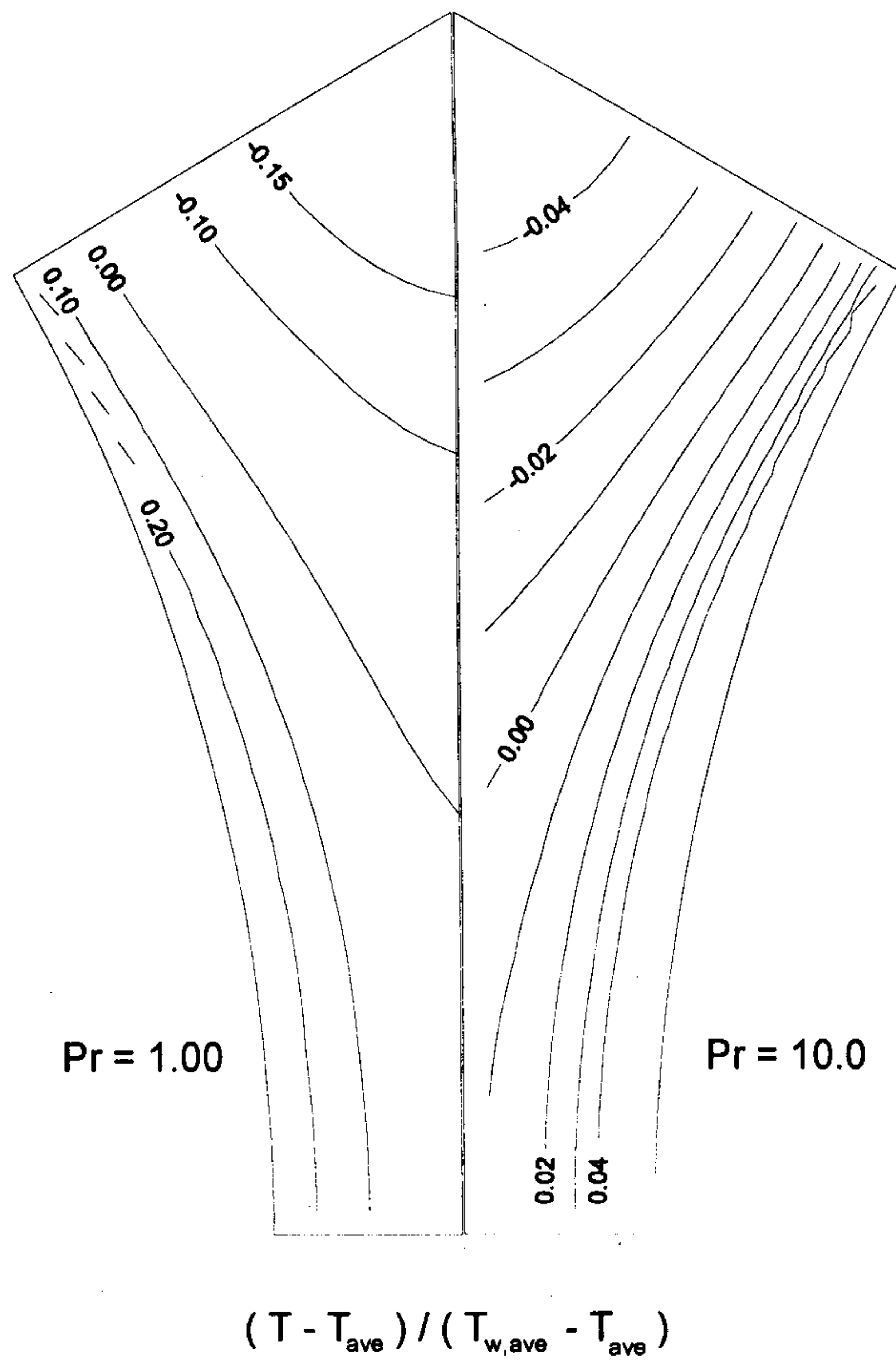
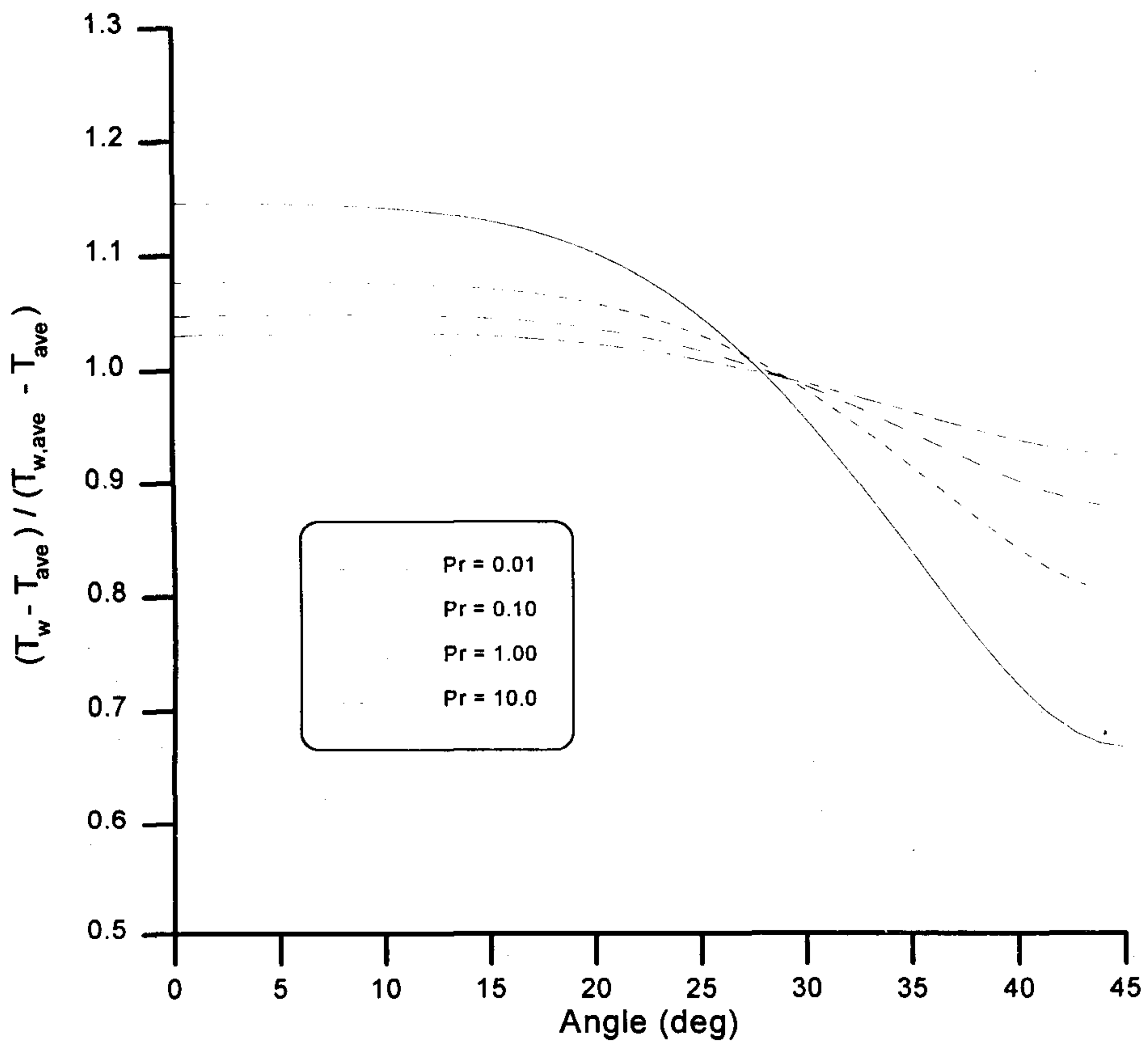


Fig. 3-7b. Temperature contour in a triangular array
 ($P/D = 1.10$, $Re = 103,000$)

Prandtl 수는 0.01에서 10까지 변화시켜 계산하였다. 사각 및 삼각 배열에 따른 온도 분포의 두드러진 차이는 관찰되지 않았으나, Prandtl 수의 영향은 매우 크다는 것을 알 수 있었다. Prandtl 수가 작은 경우에는 유동장에 걸쳐 온도 변화가 크게 나타났으나, Prandtl 수가 10인 경우에는 온도 변화가 매우 미미하였다.

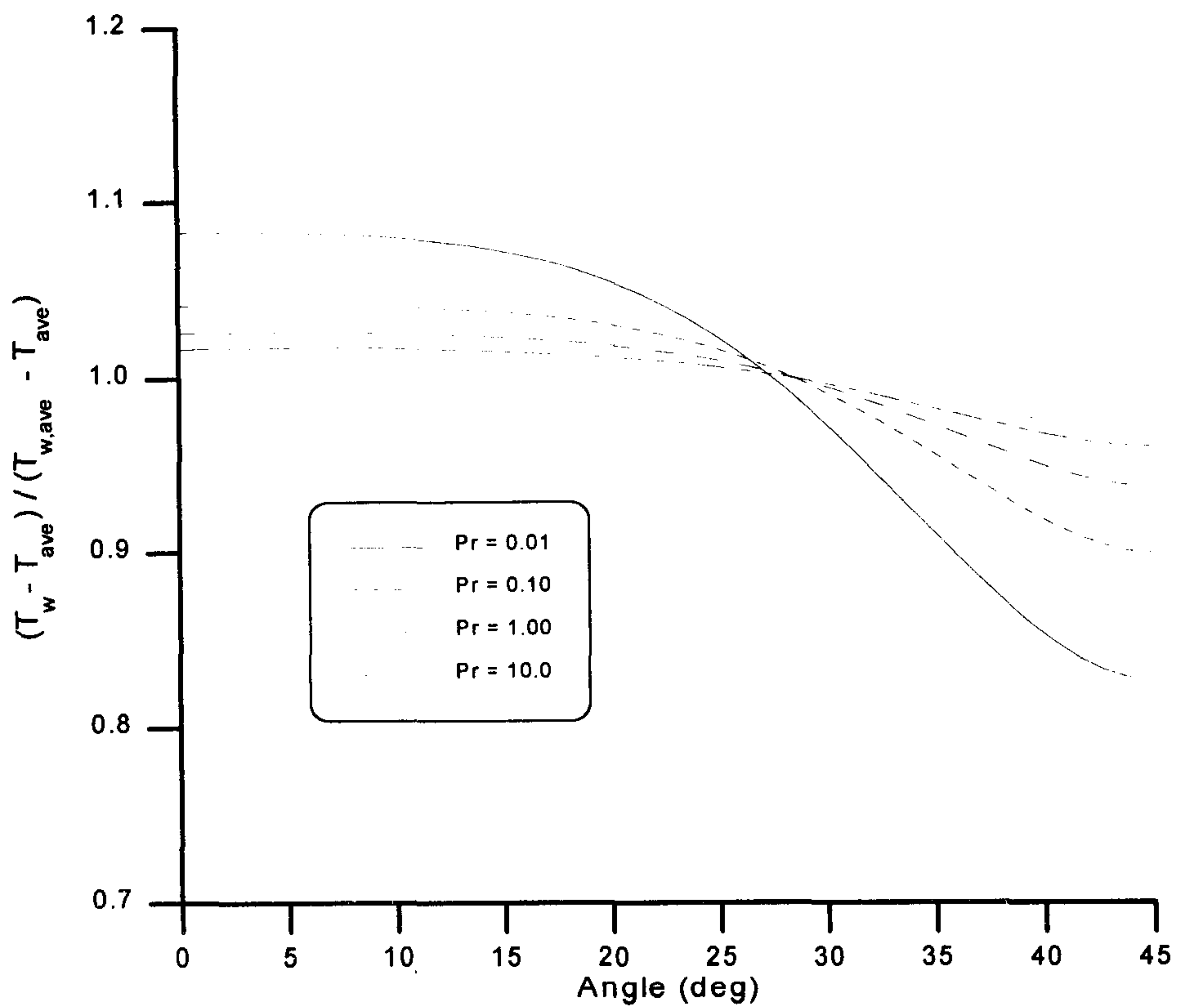
사실상 이러한 Prandtl 수의 효과는 봉 표면에서의 온도 분포에도 영향을 미친다. 앞서 언급했듯이 유로가 좁은 부분에서는 Prandtl 수에 따라 상당히 심각한 온도 분포가 얻어질 수 있다. 이를 살펴보기 위하여 P/D와 Prandtl 수에 따른 봉 표면에서의 온도 분포를 그림 3-8과 3-9에 나타내었다. 그림 3-8과 3-9는 각각 사각 및 삼각 배열에 대한 것으로, 전반적인 거동은 매우 유사하나 온도 변화의 폭에 다소 차이를 보이고 있다. 사각 및 삼각 배열 모두, P/D가 작을수록 표면 온도 변화의 폭이 크며, P/D = 1.30 정도에서는 거의 봉 표면 온도가 일정하게 나타났다. P/D = 1.10 에서는 삼각 배열의 경우가 보다 큰 봉 표면 온도차를 나타냈으나, P/D = 1.20 에서는 사각 배열의 경우에 온도차가 보다 크게 나타났다. 한편, 유동장 전체에 걸친 온도 분포에서와 마찬가지로 Prandtl 수가 작을수록 봉 표면에서의 온도 변화도 크게 나타났다. 따라서, 작동유체로 Prandtl 수가 매우 낮은 액체 금속을 선택한다면, 경우에 따라서는 봉 표면에서의 온도 불균일로 인한 단일 봉에서의 열응력이 재료의 건전성에 심각한 영향을 초래할 수도 있을 것으로 예상된다.

그림 3-10과 3-11은 각각 사각 및 삼각 배열에서 Reynolds 수가 100,000 정도일 때 P/D에 따른 국부 Nusselt 수의 변화를 보여주고 있다. 사각 봉 배열의 경우에 비해 삼각 봉 배열의 경우에 P/D가 국부 Nusselt 수 변화에 더 많은 영향을 미치는 것으로 나타났다.



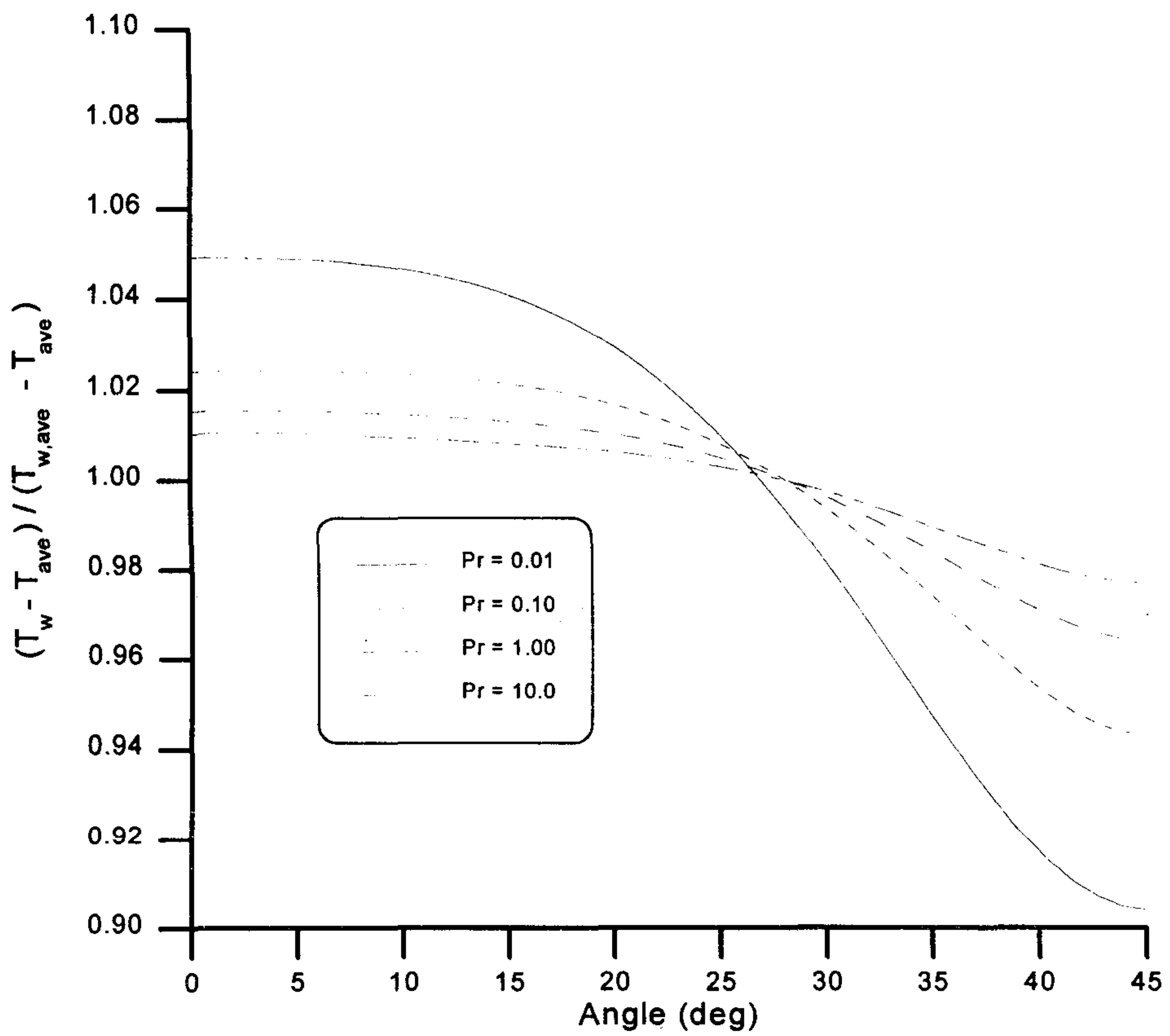
(a) $P/D = 1.10$, $Re = 105,000$

Fig. 3-8. Wall temperature variation for a square array



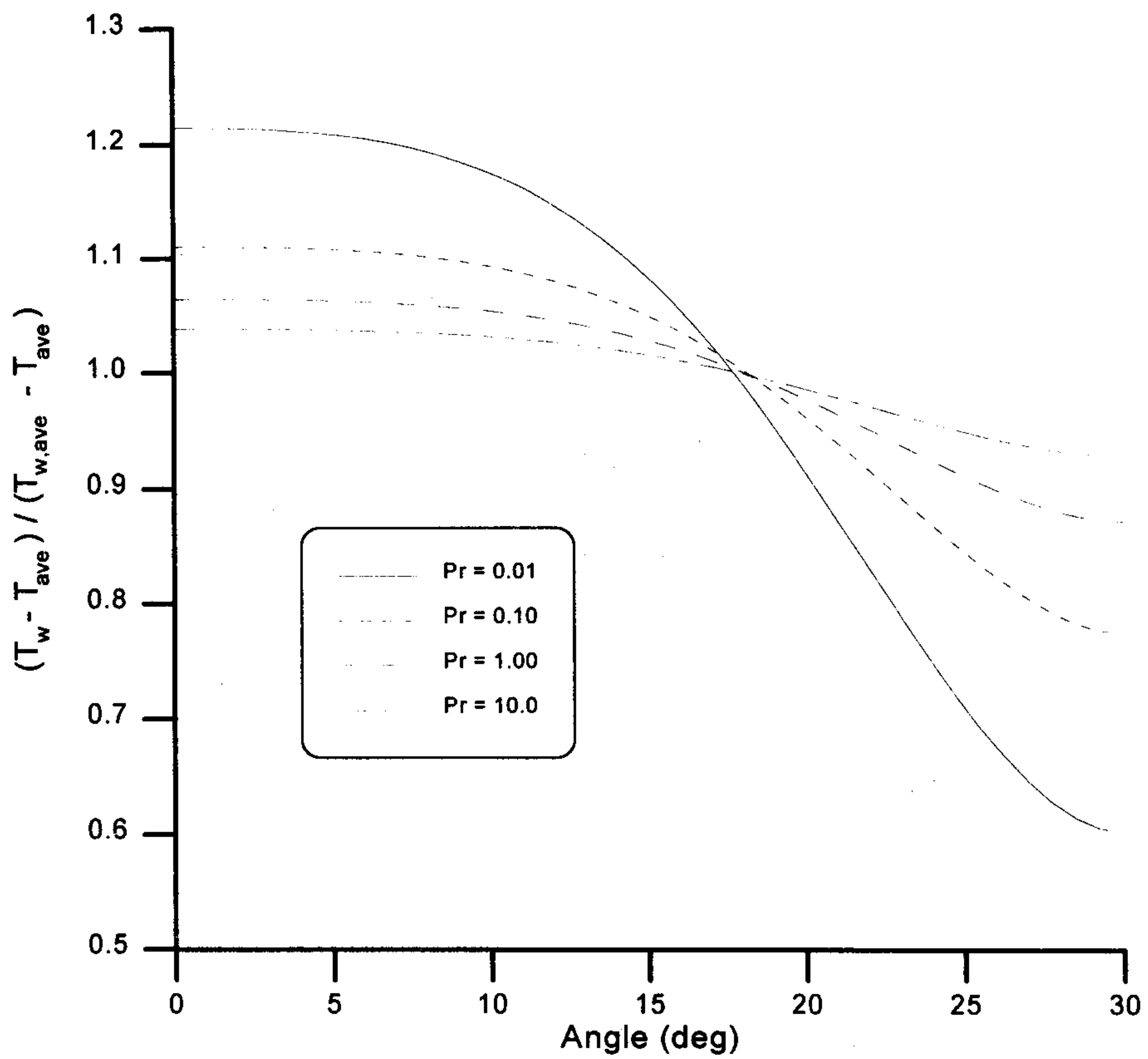
(b) $P/D = 1.20$, $Re = 105,000$

Fig. 3-8. Wall temperature variation for a square array



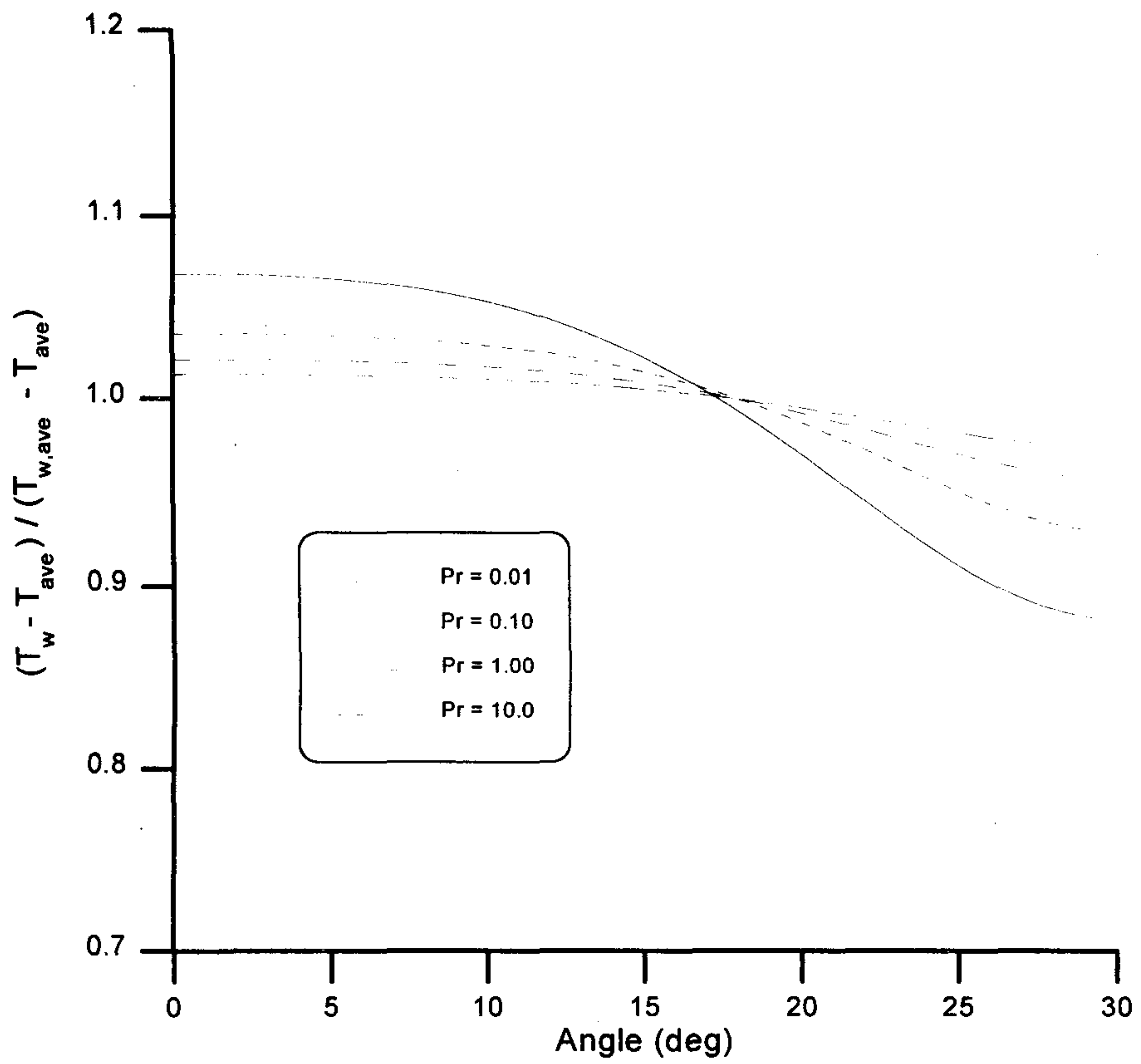
(c) $P/D = 1.30$, $Re = 107,000$

Fig. 3-8. Wall temperature variation for a square array



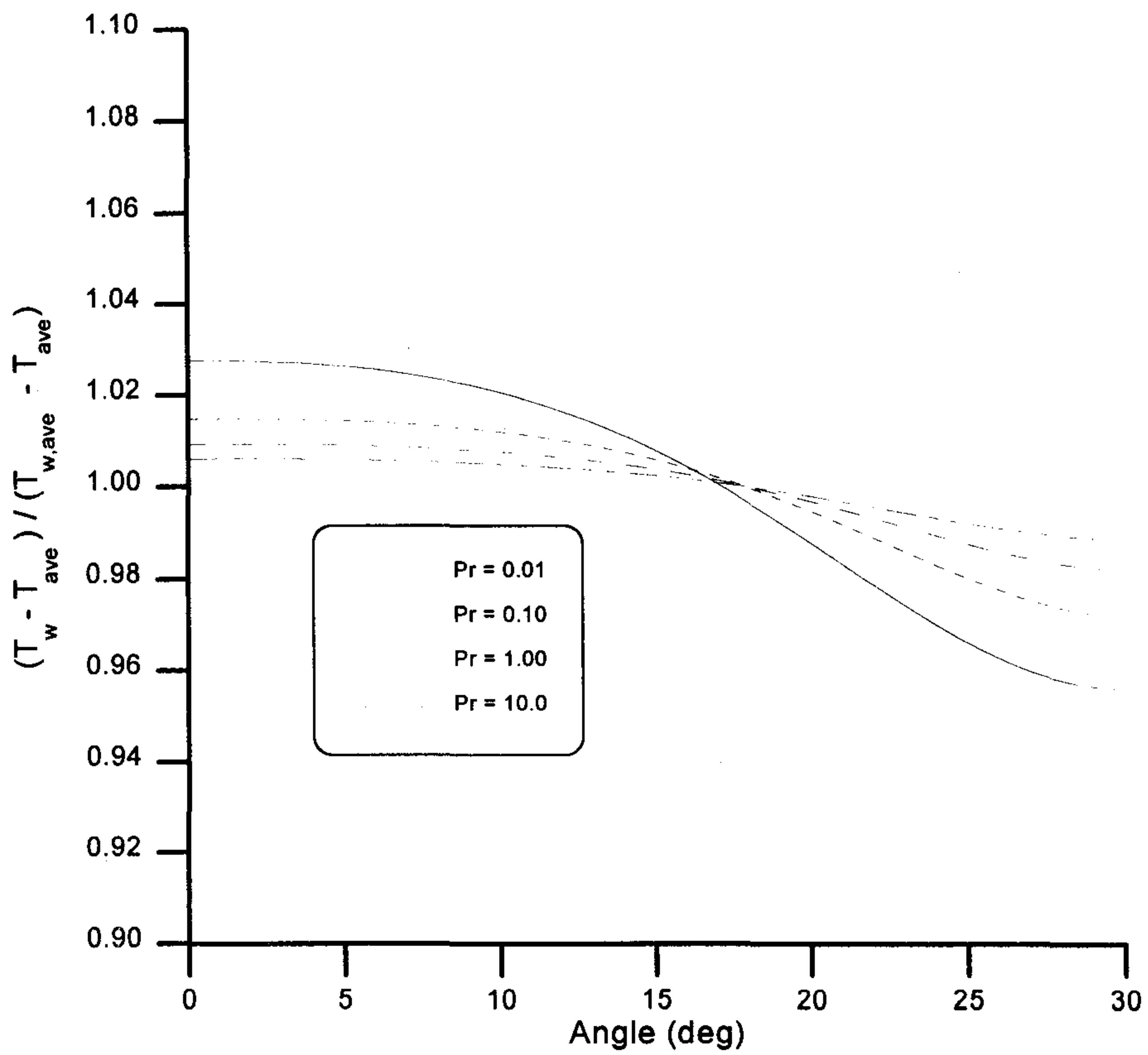
(a) $P/D = 1.10$, $Re = 103,000$

Fig. 3-9. Wall temperature variation for a triangular array



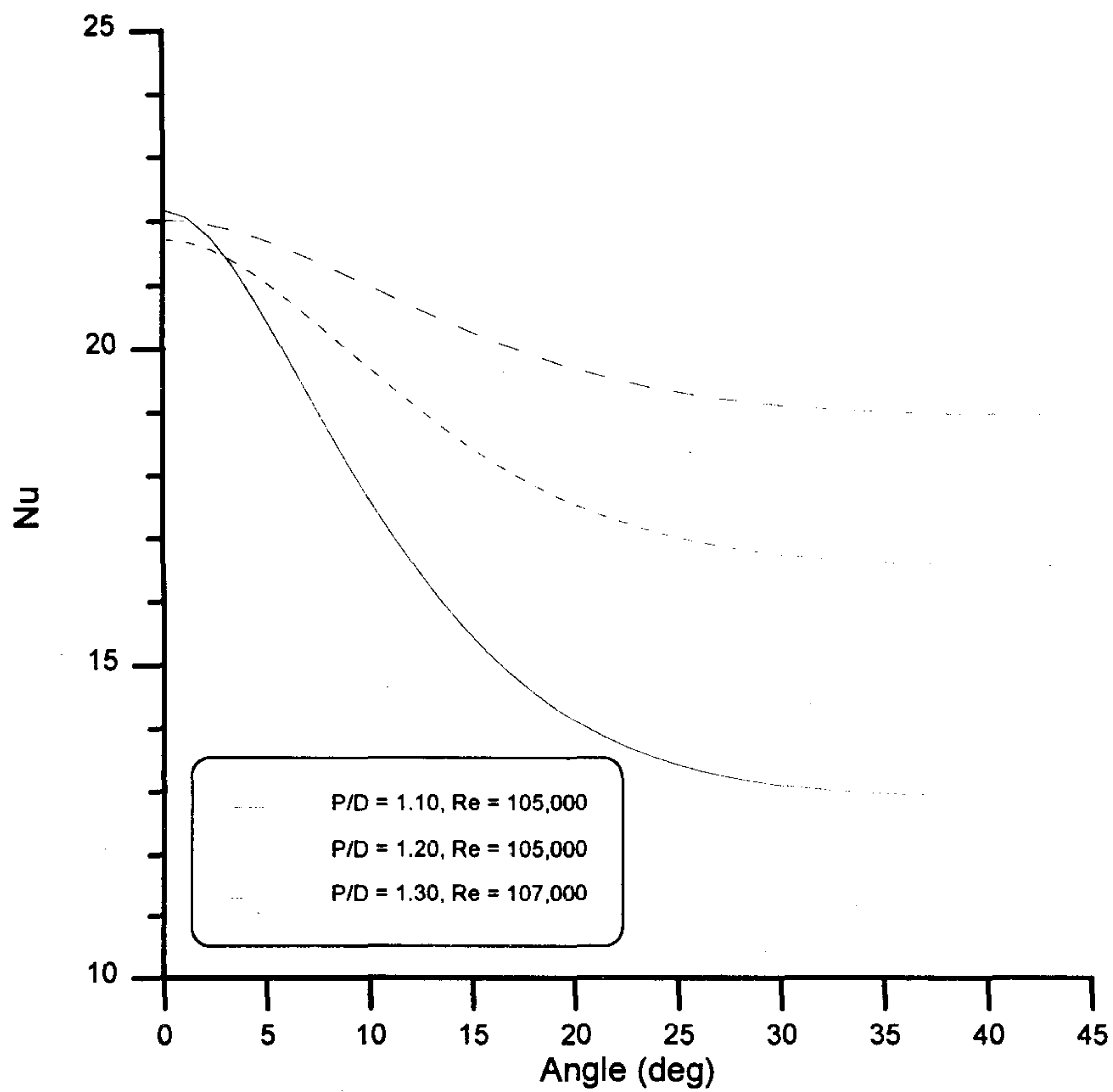
(b) $P/D = 1.20$, $Re = 105,000$

Fig. 3-9. Wall temperature variation for a triangular array



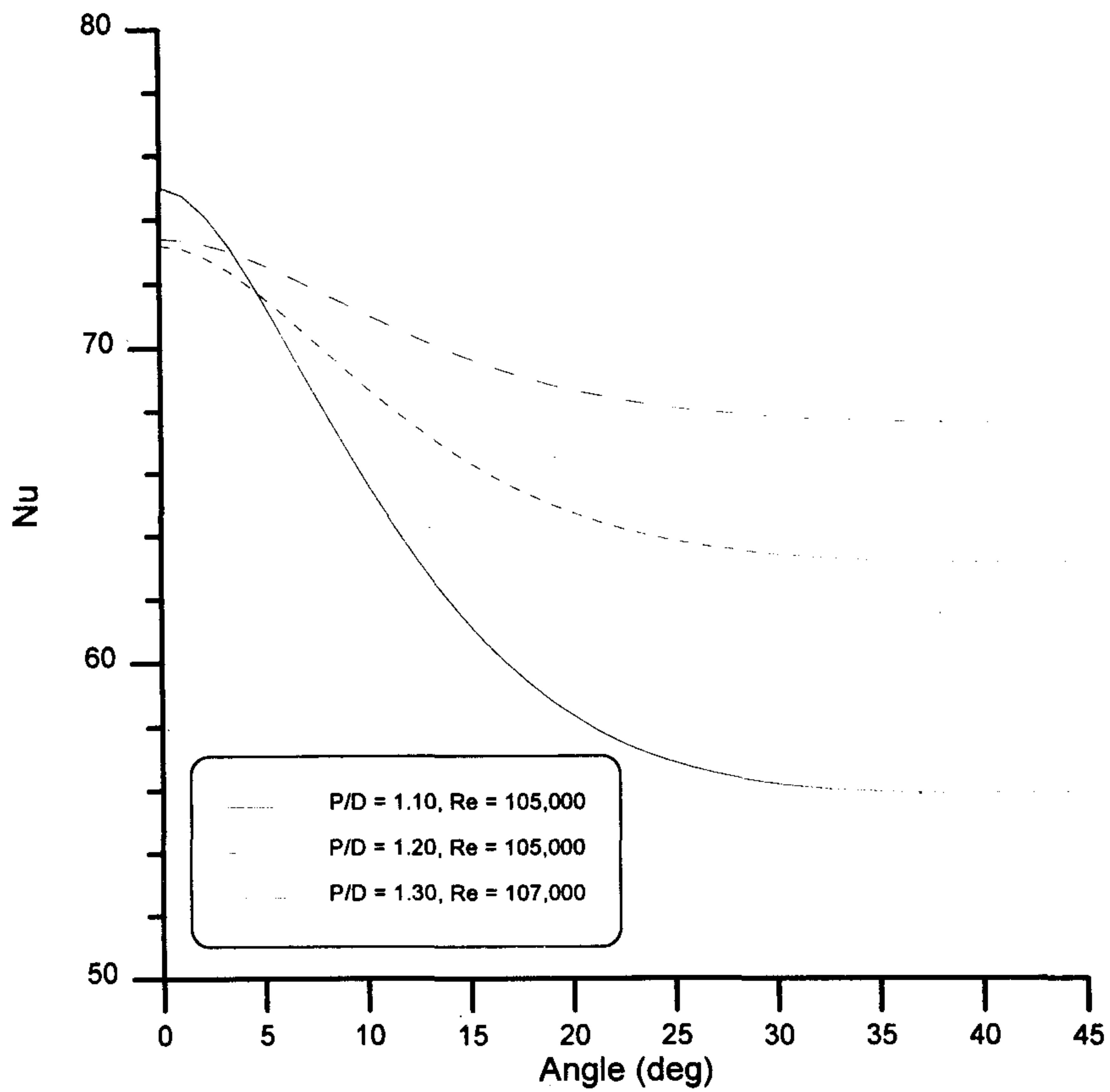
(c) $P/D = 1.30, Re = 107,000$

Fig. 3-9. Wall temperature variation for a triangular array



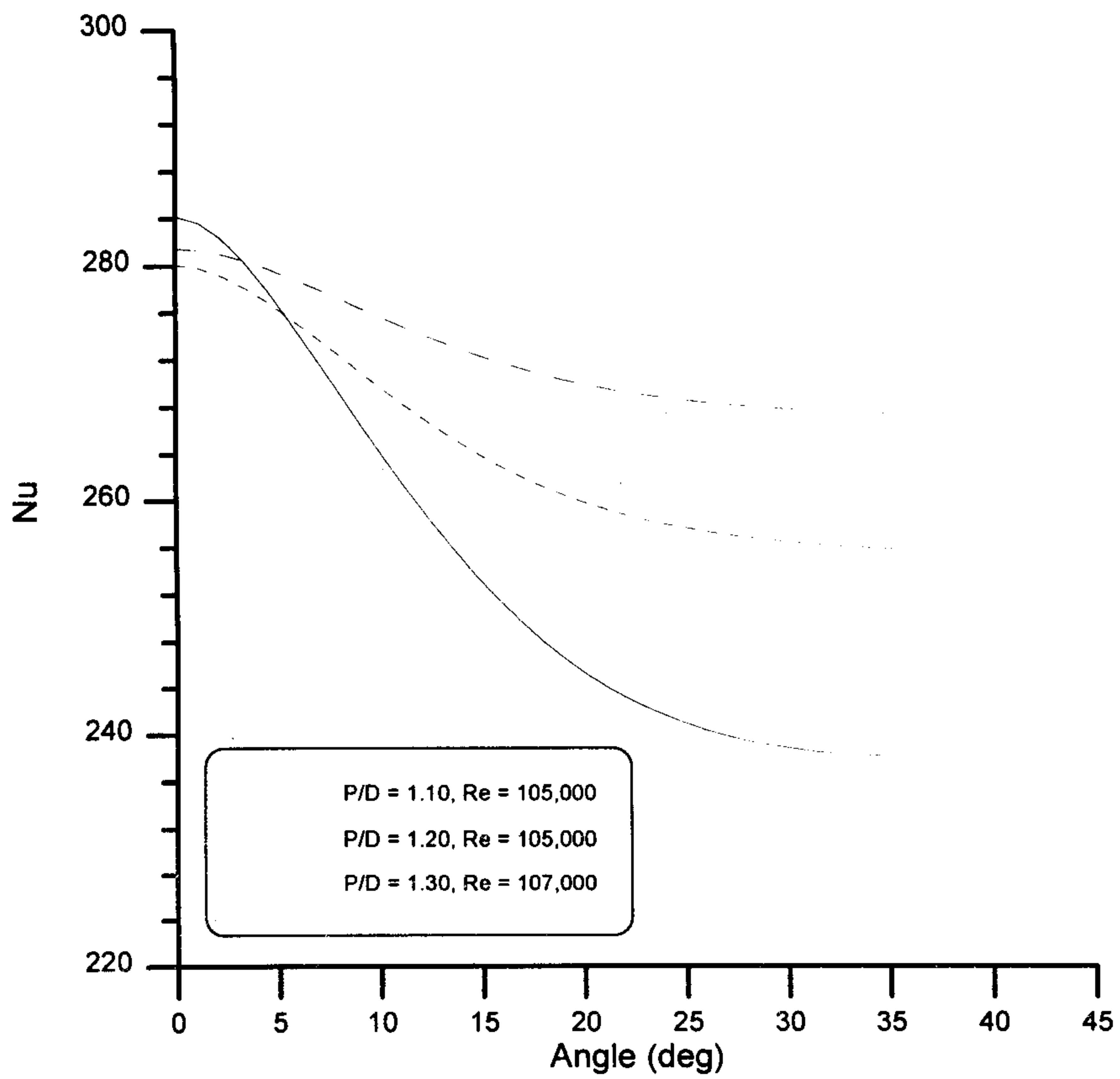
(a) $Pr = 0.01$

Fig. 3-10. Local Nusselt number variation for a square array



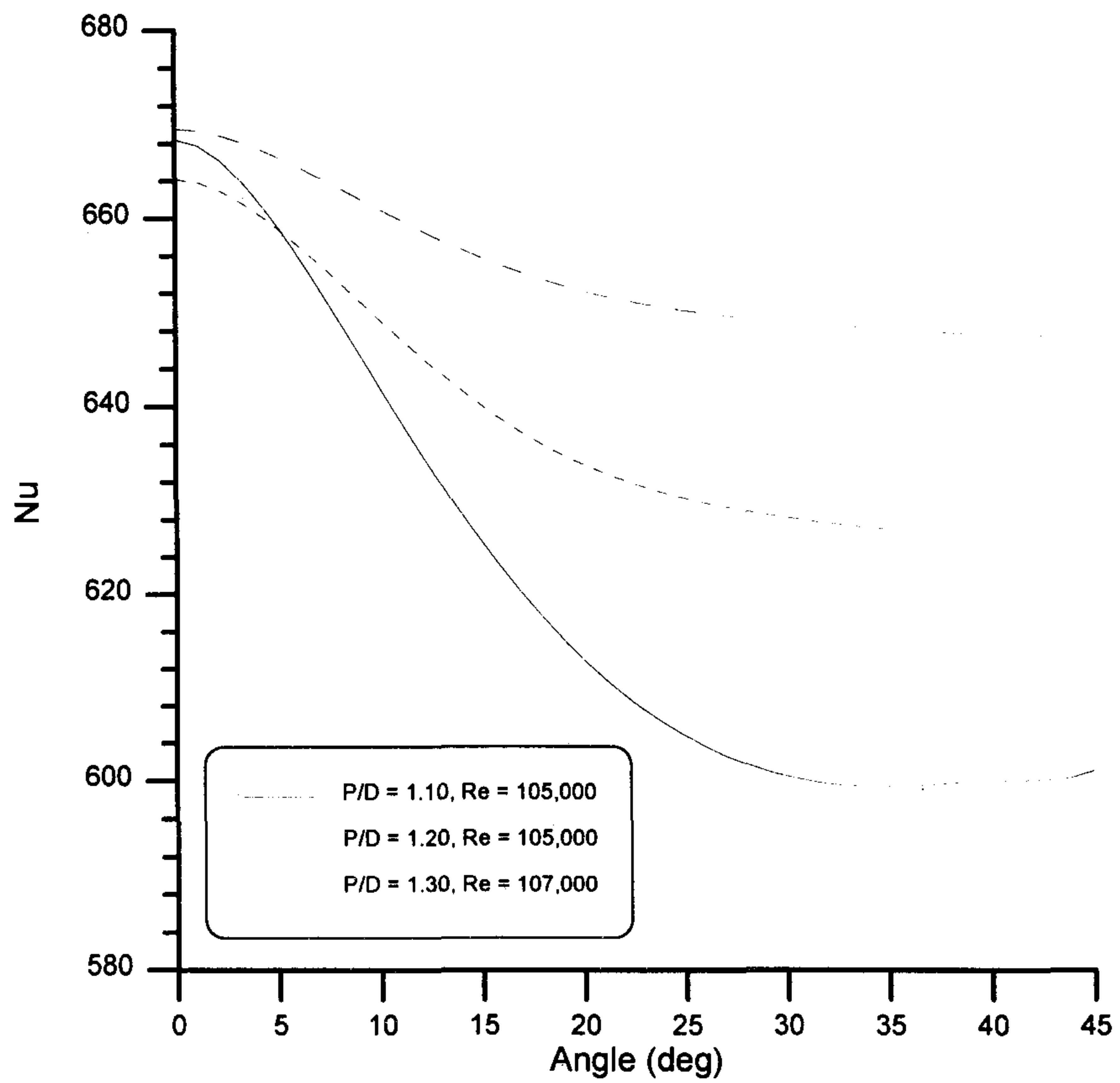
(b) $Pr = 0.10$

Fig. 3-10. Local Nusselt number variation for a square array



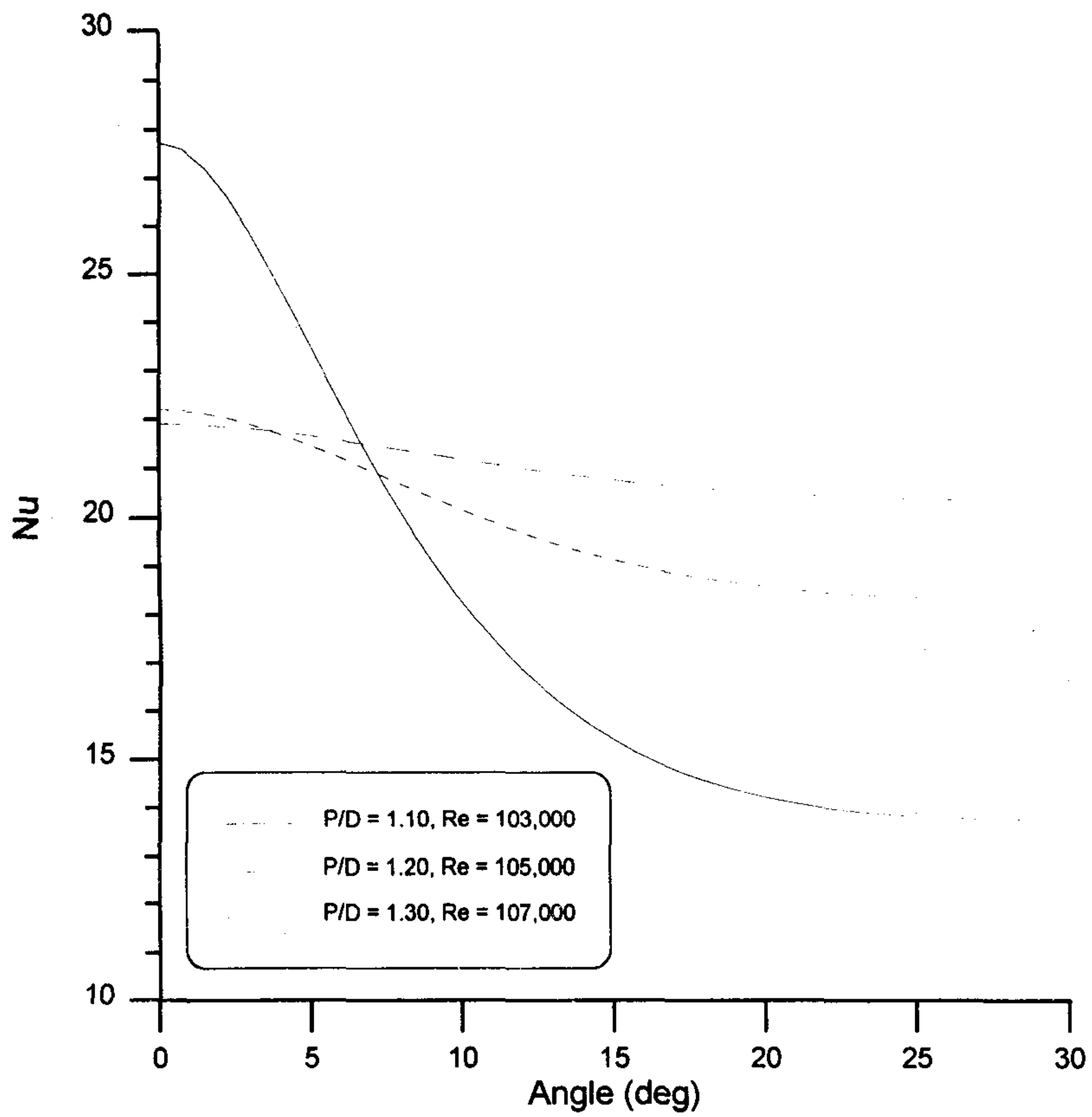
(c) Pr = 1.00

Fig. 3-10. Local Nusselt number variation for a square array



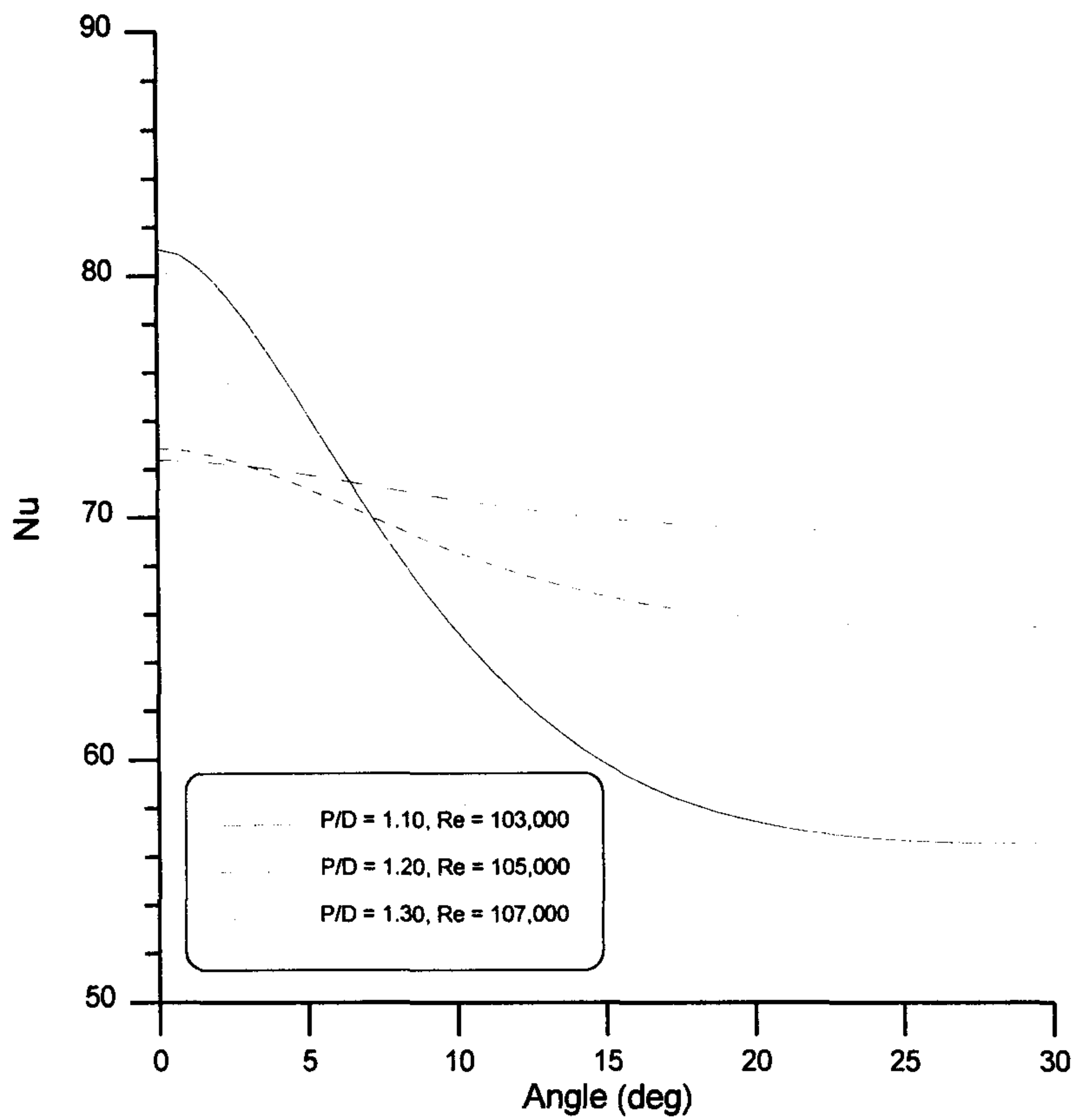
(d) $Pr = 10.0$

Fig. 3-10. Local Nusselt number variation for a square array



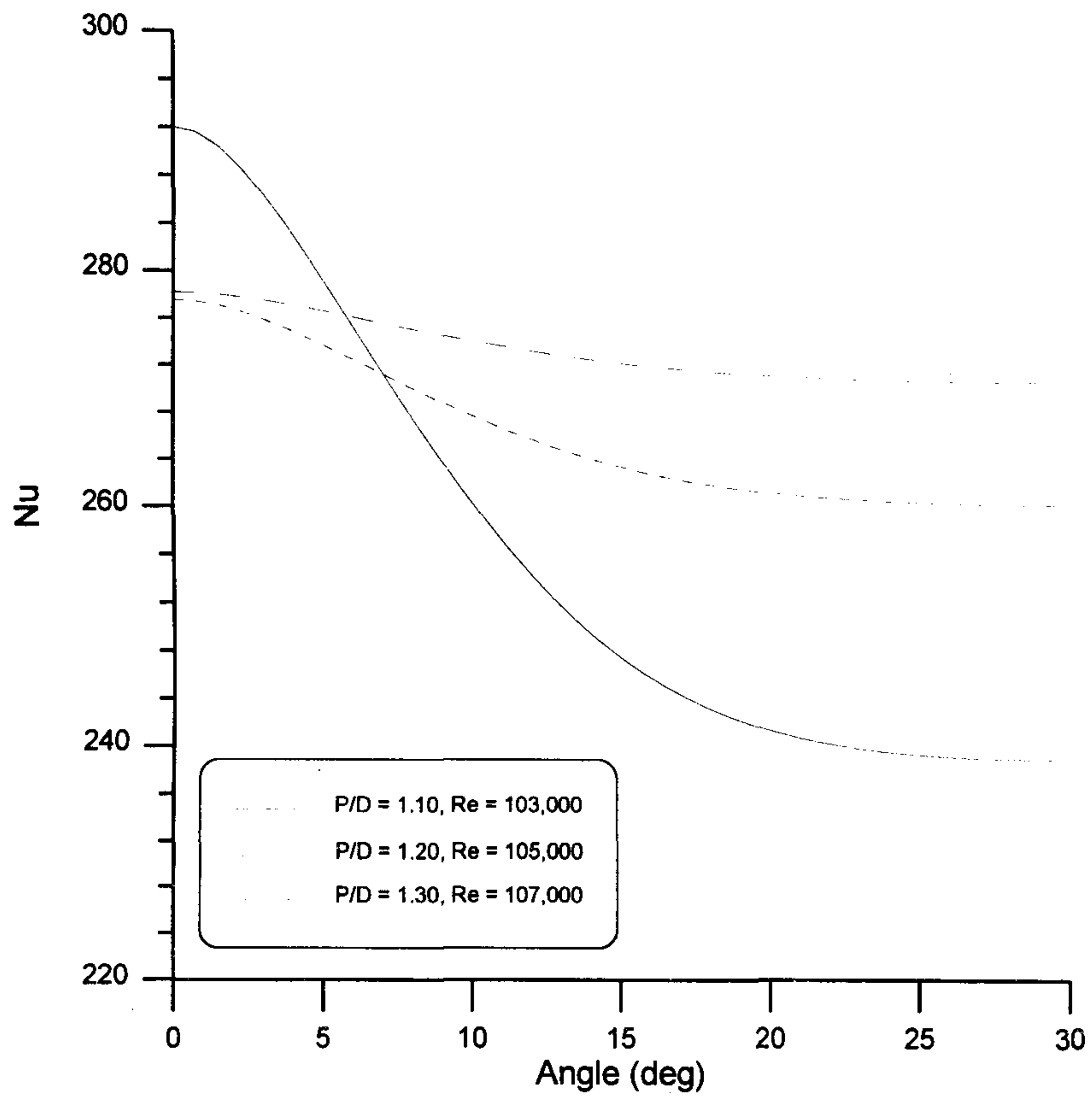
(a) $Pr = 0.01$

Fig. 3-11. Local Nusselt number variation for a triangular arra



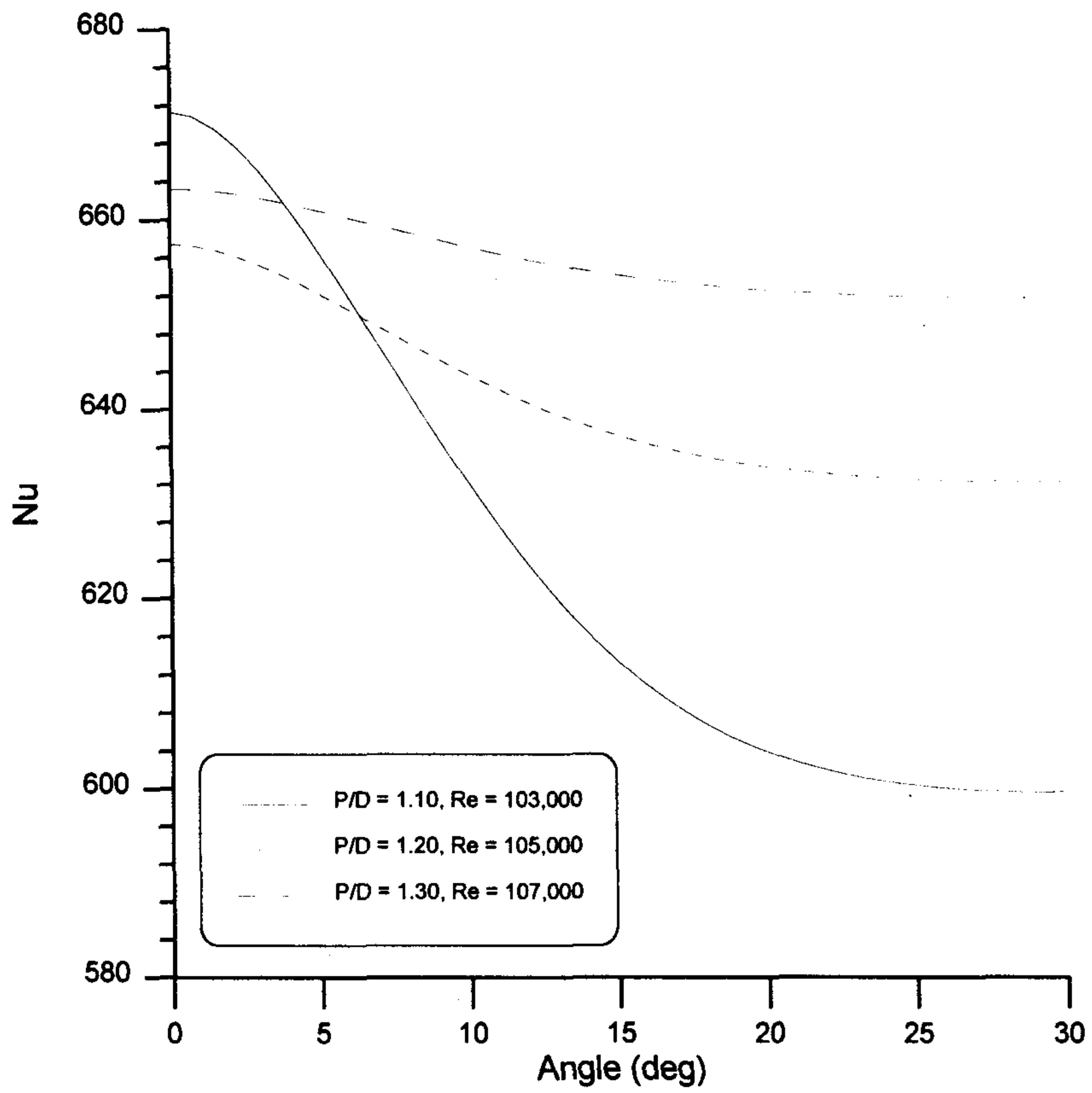
(b) $Pr = 0.10$

Fig. 3-11. Local Nusselt number variation for a triangular arra



(c) $Pr = 1.00$

Fig. 3-11. Local Nusselt number variation for a triangular array



(d) $Pr = 10.0$

Fig. 3-11. Local Nusselt number variation for a triangular arra

그림 3-12는 Peclet 수의 변화에 따른 평균 Nusselt 수의 변화를 보여주고 있다. Nusselt 수가 봉다발의 배열에는 크게 의존하지 않음을 알 수 있다. 그리고 전체적인 거동은 Peclet 수에 따라 Nusselt 수가 거의 선형적으로 증가하는 것으로 나타났다.

나. 혼합을 해석

이상의 코드를 이용하여 사각-봉배열 유동장에서의 난류혼합을 예측하기로 한다. 혼합되는 물리량으로 운동량이나 화학 물질이나 열과 같은 피동 오염 물질(Passive contaminant) 등을 생각할 수 있다. 그런데 운동량이 혼합되는 경우는 완전히 발달된 유동장으로 취급하는데 문제가 있으며, 실질적으로 열의 혼합이 중요하므로 열의 혼합을 계산하였다.

앞에서는 단위 부수로를 다루었지만 이번에는 인접한 두 부수로 사이에서 발생하는 현상을 다루어야 하므로 그림 3-13과 같이 단위 부수로 4개가 결합된 문제영역을 설정하여 계산한다.

열의 혼합이 관측될 수 있도록 에너지 방정식의 벽면 경계조건으로 각도에 따라 선형적으로 변화하는 열속 조건을 부여하였다. 열유동장에 대한 해석 결과로부터 혼합율을 계산하는 과정은 부록 4에 정리하였다.

사실상 부수로 사이에 발생하는 온도차는 핵연료봉 열속의 불균등한 분포에 기인한다고 보는 것이 타당하다. 따라서 본 연구에서는 인접 부수로 간에 온도차를 발생시키기 위하여 봉 둘레를 따라 열속이 선형적으로 변화한다는 경계조건을 부여하였으며, 평균 열속에 대한 상대적인 열속 변화량을 0.1로 가정하였다.

그림 3-14는 코드 계산 결과와 평가식을 간극 Stanton 수의 향으로 비

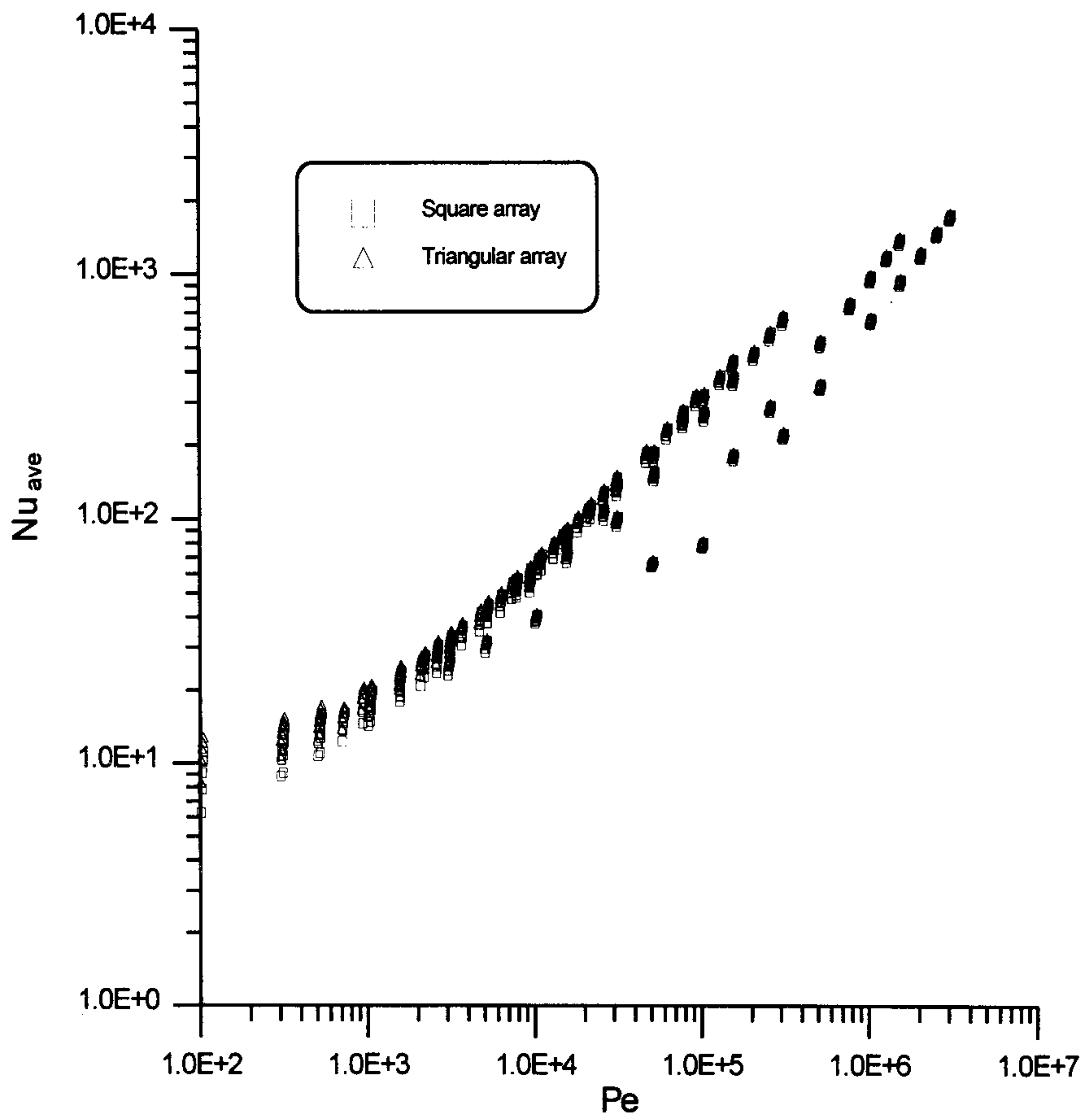


Fig. 3-12. Nusselt number variation according to Peclet number

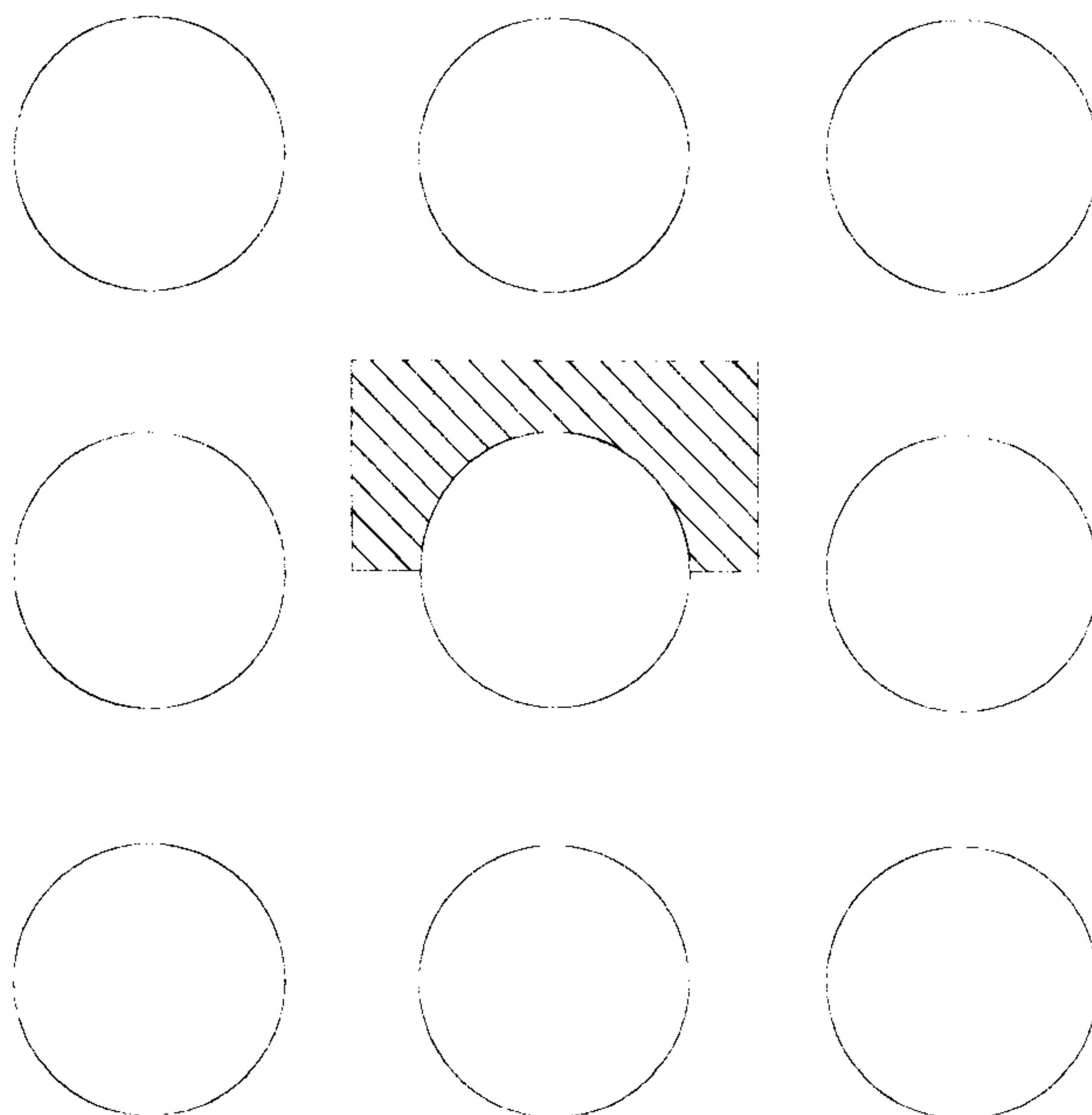


Fig. 3-13. Calculation domain for turbulent mixing between subchannels

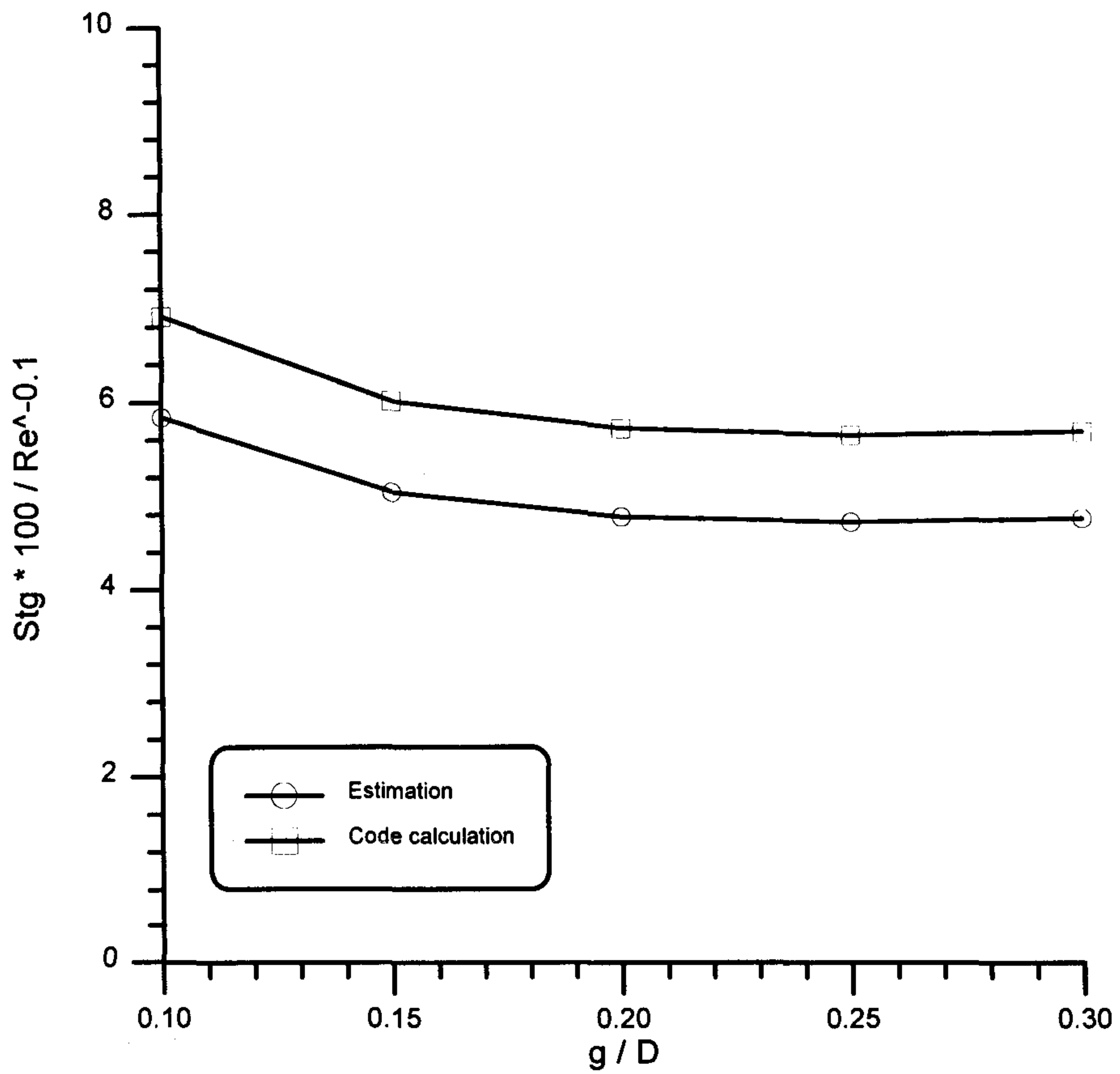


Fig. 3-14a. Comparison of code calculation and estimation in a square array for $Re = 100,000$ ($Pr = 0.001$).

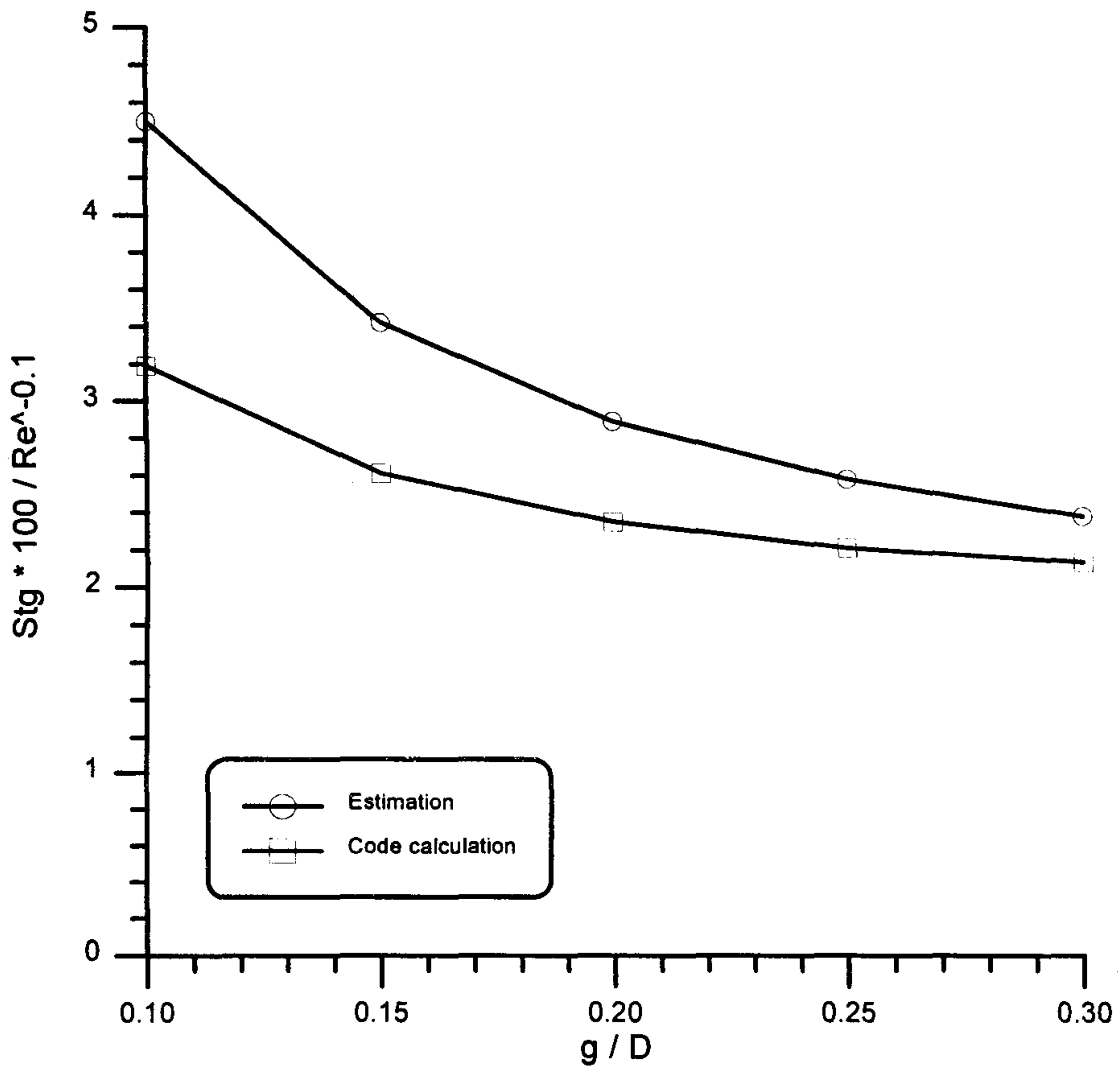


Fig. 3-14b. Comparison of code calculation and estimation in a square array for $Re = 100,000$ ($Pr = 0.01$).

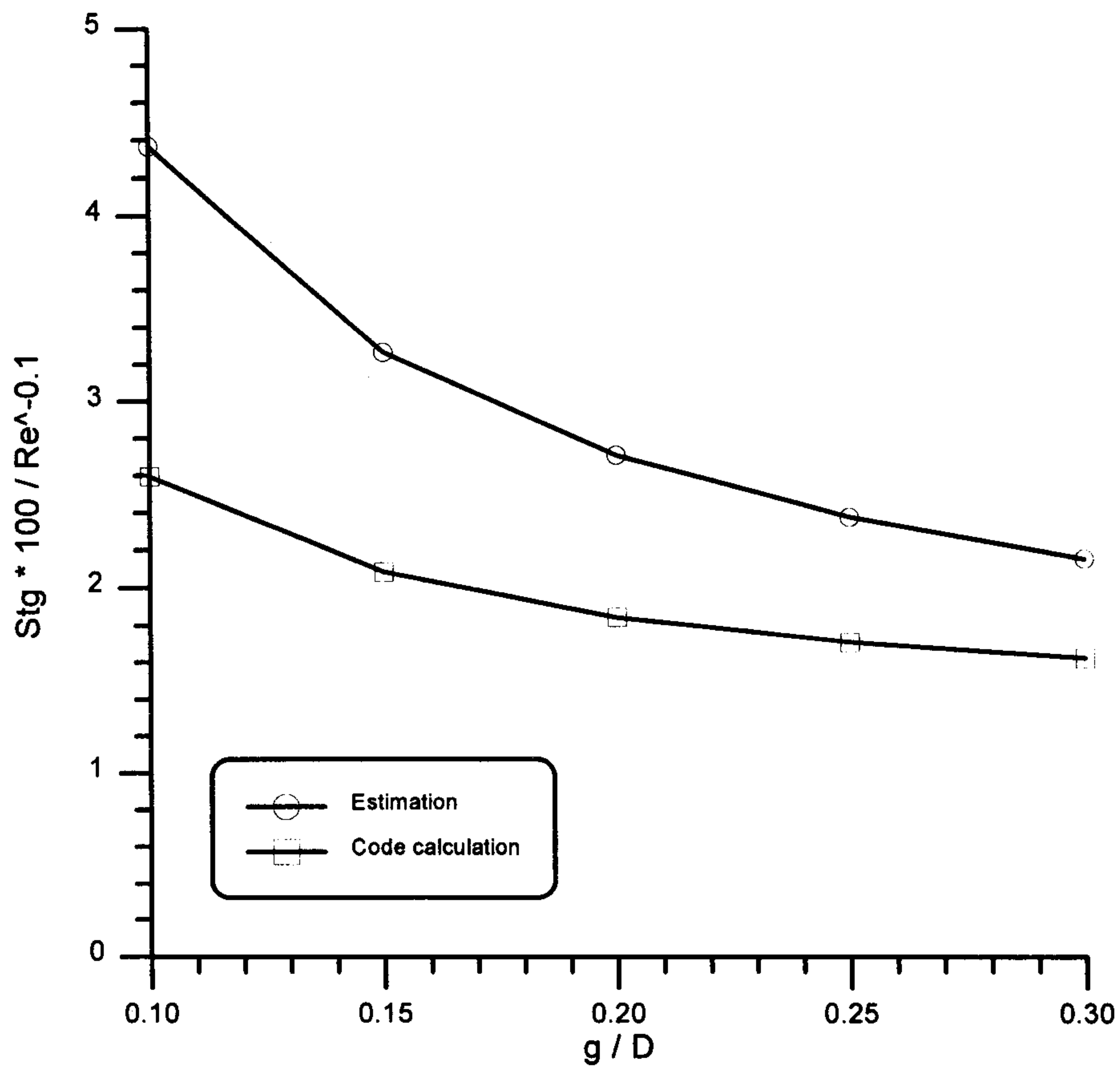


Fig. 3-14c. Comparison of code calculation and estimation in a square array for $Re = 100,000$ ($Pr = 0.1$).

교한 것을 보여주고 있다. 간극 크기에 따른 변화 거동이나 크기 모두가 서로 잘 일치함을 알 수 있다. Prandtl 수가 0.001인 경우에는 코드 계산이 평가식에 비해 크게 나타났으나, Prandtl 수가 0.01 이상인 경우에는 평가식이 코드 계산에 비해 크게 예측하고 있다. Prandtl 수가 작을수록 난류 Prandtl 수가 큰 값을 갖는 것으로 알려져 있으므로, 이러한 반전은 난류 Prandtl 수 모형에 기인하는 것으로 판단된다.

한편, 그림 3-15는 사각 봉배열에서 Reynolds 수가 간극 Stanton 수에 미치는 영향을 보여주고 있다. Prandtl 수가 작을수록 간극 Stanton 수는 Reynolds 수에 많은 영향을 받으며, Prandtl 수와 Reynolds 수가 동시에 작은 값을 가지면 즉, Peclet 수가 작으면 간극의 크기에 따른 거동이 다르게 나타난다는 것을 보여주고 있다. Peclet 수가 작은 경우에는 간극의 크기가 증가함에 따라 혼합율이 증가할 수 있음을 알 수 있는데 이는 분자 운동에 의한 열전달이 유동맥동에 의한 열전달에 비해 보다 활발해지기 때문이다.

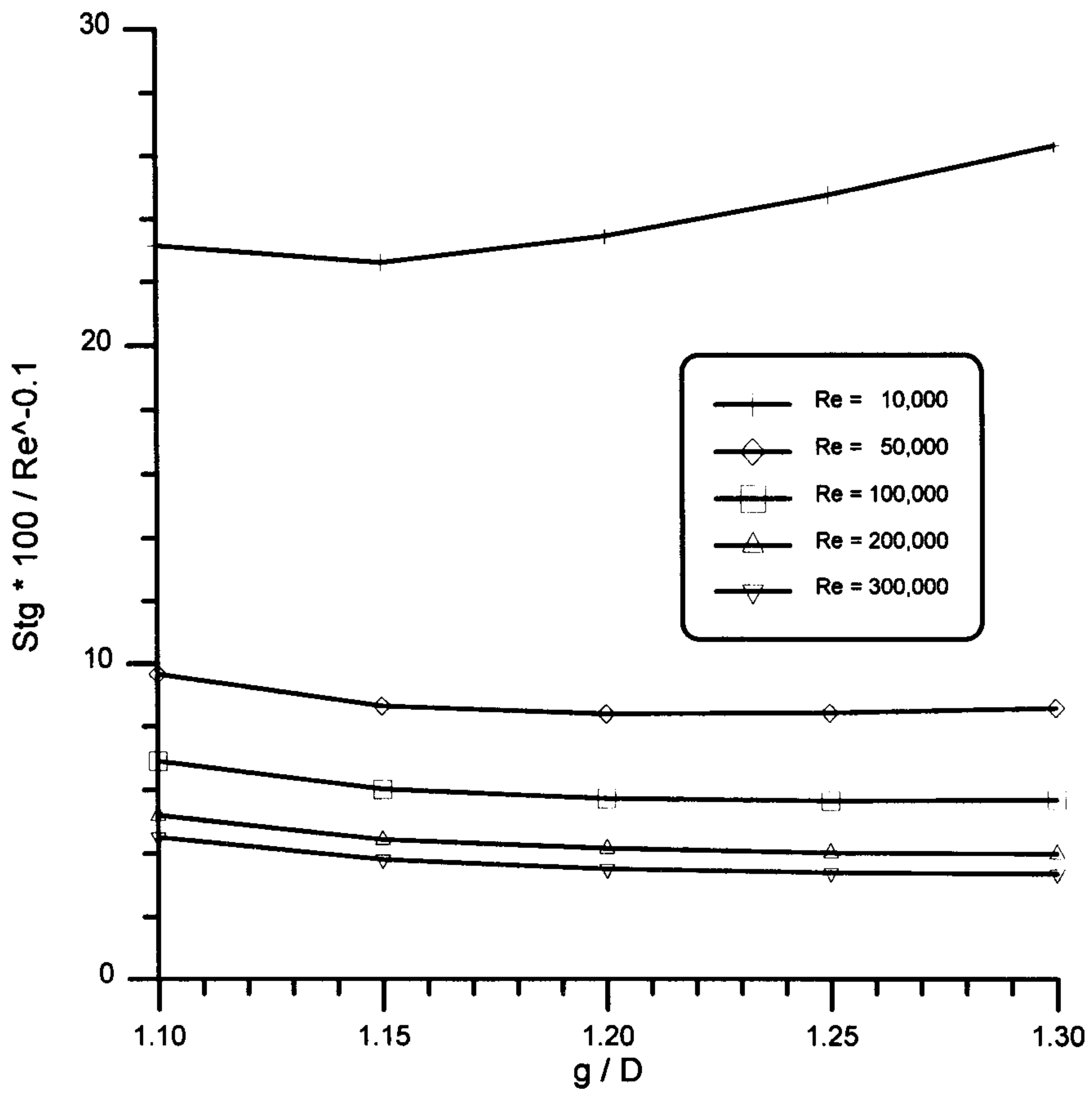


Fig. 3-15a. Effect of Reynolds number on gap Stanton number in a square array ($Pr = 0.001$).

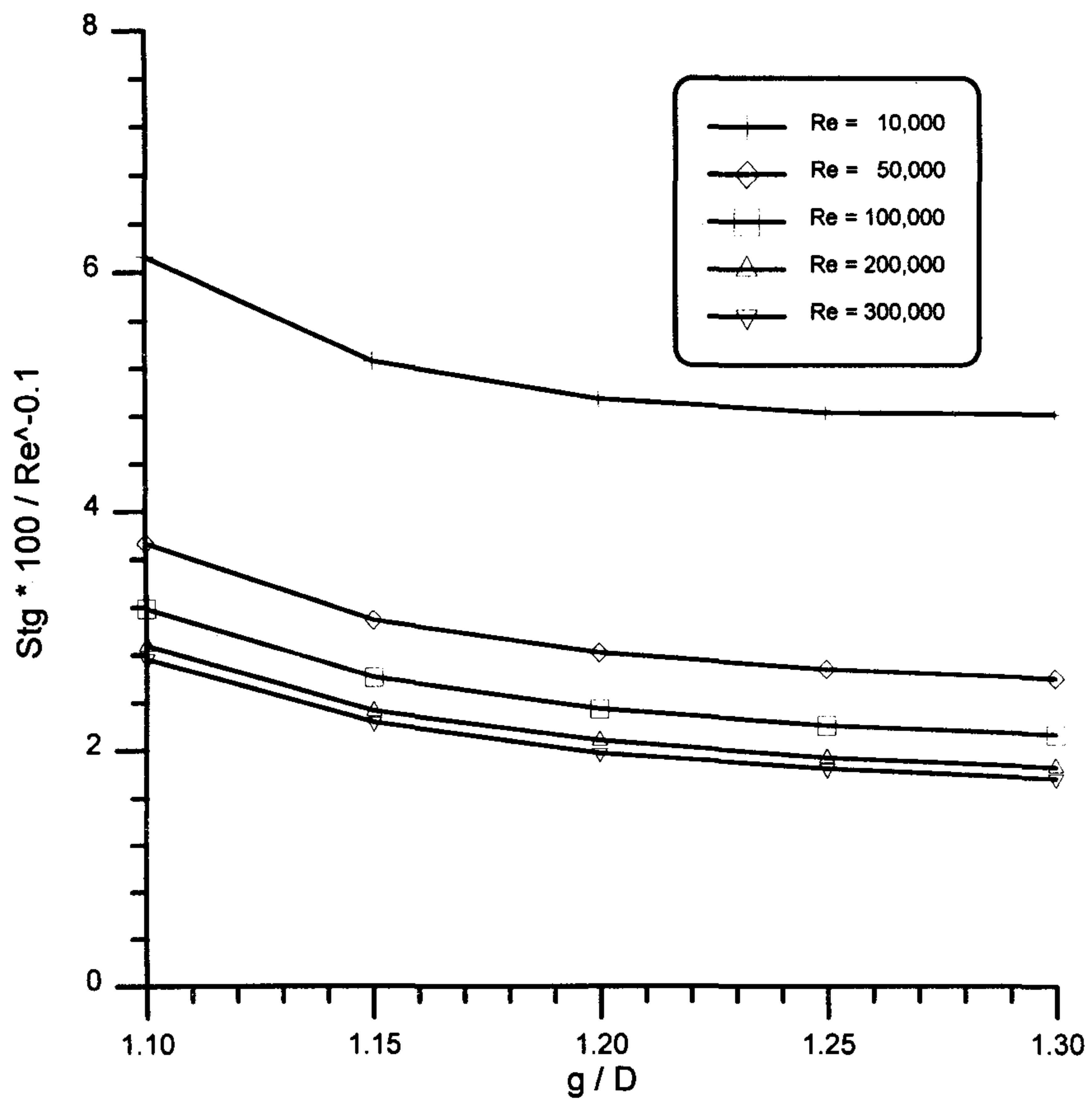


Fig. 3-15b. Effect of Reynolds number on gap Stanton number in a square array ($Pr = 0.01$).

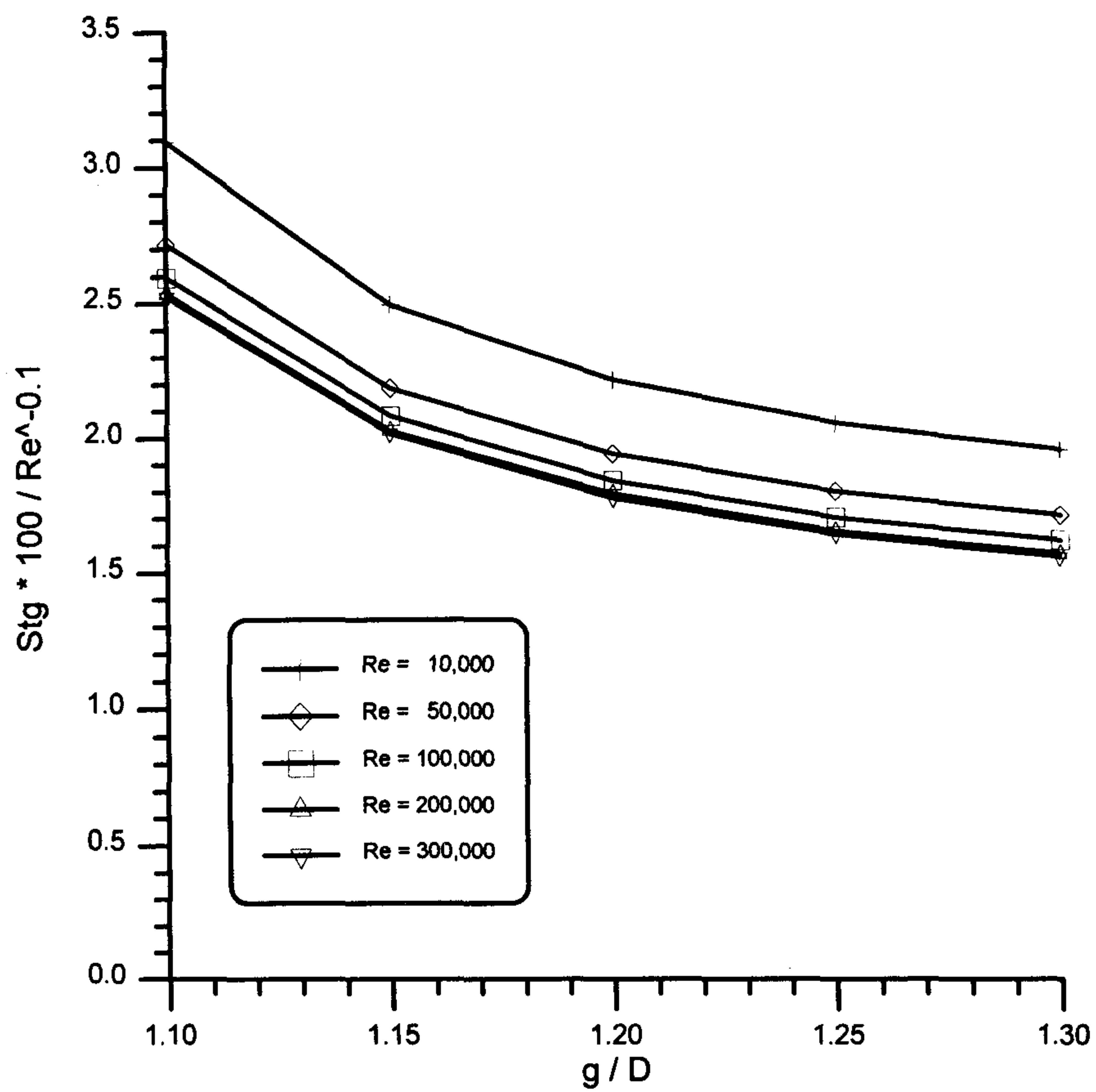


Fig. 3-15c . Effect of Reynolds number on gap Stanton number in a square array ($Pr = 0.1$).

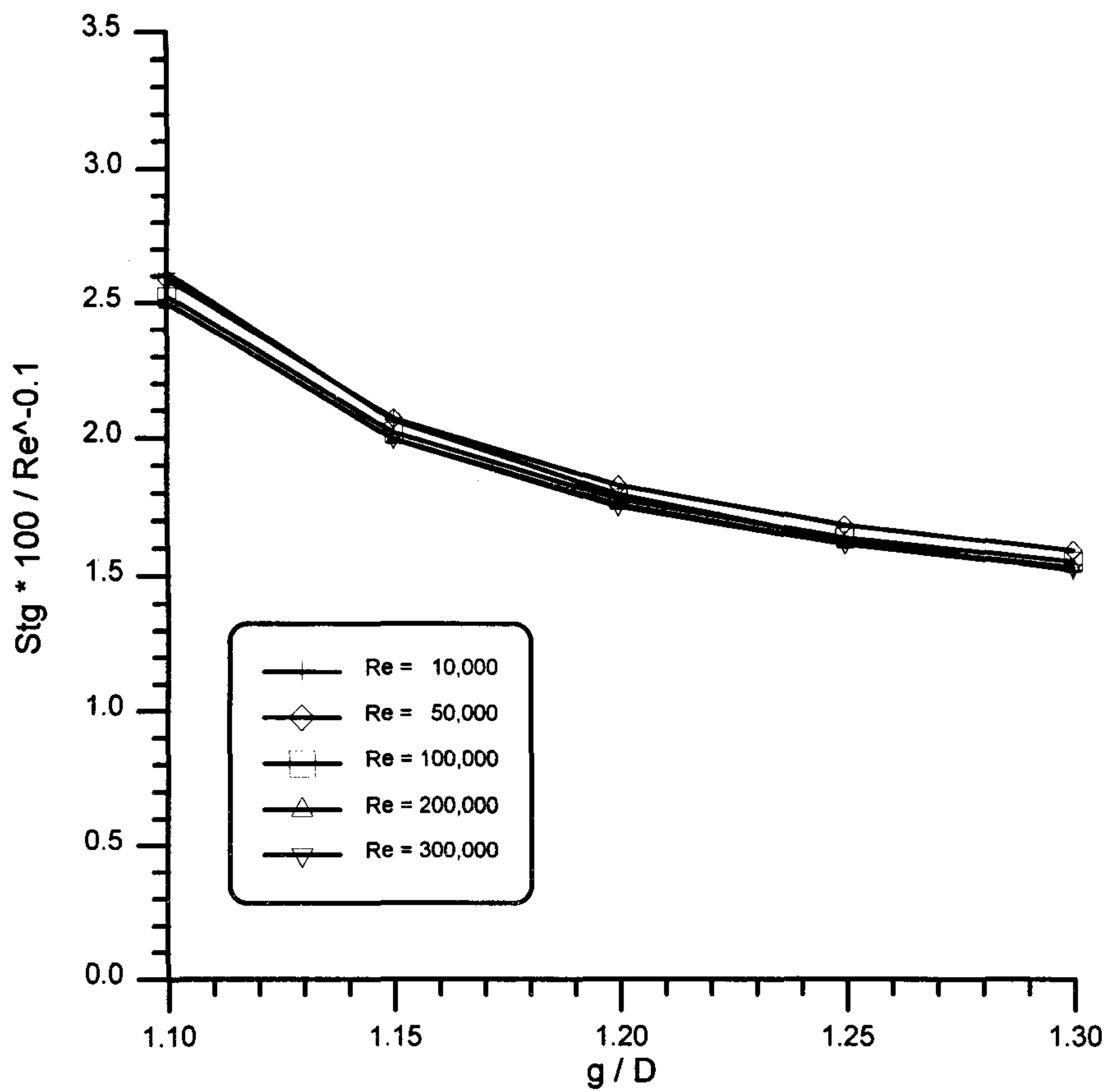


Fig. 3-15d. Effect of Reynolds number on gap Stanton number in a square array ($Pr = 1.0$).

3 절 결 론

원자로의 핵연료집합체는 대체로 봉다발(Rod bundle) 구조를 갖는다. 봉다발 유동장에서는 이차유동(Secondary flow)이 존재하고 난류확산이 강한 비등방성을 나타낸다는 점에서 원형관이나 평판과 같이 단순한 기하구조를 갖는 유동장과 큰 차이를 나타낸다.

부수로(Subchannel)들은 독립적으로 유로를 형성하는 것이 아니라 인접 부수로에 개방되어 있어 질량, 운동량 및 에너지의 교환 또는 혼합이 자유롭기 때문에 열수력학적 거동을 정확히 예측하는데 많은 어려움이 있다. 더욱이, 대부분의 열수력 해석 코드들이 채택하고 있는 방식은 Lumped parameter 법으로, 이 방법에서는 부수로 사이에서 발생하는 복잡한 상호작용을 모형화하기 위하여 많은 경험 변수를 필요로 한다. 이들 중 가장 중요한 것은 부수로 사이의 혼합량을 결정하는 난류혼합 매개변수(Turbulent mixing parameter)로 알려져 있다.

부수로 사이에서 발생하는 난류혼합의 원인을 파악하기 위한 많은 시도가 있었다. 난류확산 만으로 설명하기에는 실험적으로 관측되는 혼합량이 너무 컸으며, 혼합율이 대체로 간극의 크기에 둔감한 경향을 보이는 현상을 해석할 수 없었다. 그리고 난류혼합의 주요 원인을 이차유동으로 이해하려는 노력도 있었지만, 이차유동은 단위 부수로 내에 갇히기 때문에 혼합에 그다지 기여를 하지 않는 것으로 나타났다. 그러나 에너지 스펙트럼의 측정을 통해 부수로 사이에 순환하며 거의 주기적인 유동맥동(Cyclic and almost periodic flow pulsation) 현상이 존재한다는 사실이 확인되면서부터 난류혼합의 주요 원인으로 부각되었다. 유동맥동 현상은 간극의 크기가 작아질수록 더욱 강력해지는 것이 관측되어, 실험적으로 드러난 난류혼합의

거동을 설명할 수 있게 되었다. 유동맥동 현상은 난류의 불규칙적인 속성으로 인해 인접한 부수로 유동장이 서로 밀고 밀리는 과정을 반복하면서 발생하는 것으로 이해된다.

한편, 기존의 난류혼합에 대한 연구들은 대부분 Prandtl 수가 1 근처인 유체 유동에 대한 것으로 액금로(LMFBR : Liquid Metal Fast Breeder Reactor)나 핵변환로(Nuclear Transmutation Reactor)와 같이 Prandtl 수가 매우 낮은 액체금속을 냉각재로 사용하는 원자로의 열수력 설계 및 해석에는 적용에 문제가 있다. 따라서 본 연구에서는 Prandtl 수가 난류혼합에 미치는 영향을 유동맥동 현상을 기초로 전통적인 척도평가론(Scale analysis)에 의거해 평가하였다.

난류 열확산을 층류와 난류가 기여하는 부분으로 구분하고 난류 부분을 다시 등방성 난류 부분과 유동맥동이 기여하는 부분으로 구분하여 유동맥동이 기여하는 부분을 척도평가하였다. Prandtl이 시도했던 방식과 마찬가지로 난류확산을 속도척도와 길이척도의 곱으로 표현하고 유동맥동의 척도를 평가하였다. 우선, 부수로 사이의 유동맥동을 서로 반대 방향으로 타원 궤도를 그리며 회전하는 가상적인 두개의 유동으로 모형화 하였다. 회전 유동은 유동맥동의 주 진동수에 해당하는 주기를 가지며, 간극을 중심으로 인접한 두 부수로의 중심 부분까지 영향을 미친다고 가정하였다. 이러한 가상적인 회전 유동의 길이 및 속도척도로부터 유동맥동에 의한 난류 열확산 기여도를 구하였다. 그리고 층류 및 등방성 난류가 난류혼합에 기여하는 정도를 함께 평가하여 난류혼합을 평가식을 유도하였다.

흔히 난류혼합량을 정량화하는데 난류혼합에 관계된 유효 혼합속도(Effective mixing velocity)를 이용한다. 따라서 층류, 등방성 난류, 그리고 유동맥동의 효과가 고려된 유효 혼합속도를 정의하고 평가식을 유도하여 난류혼합율을 정량적으로 결정하였다. 평가식을 여러 형태의 무차원수로 표

현하고 실험 상관식과 비교하여 평가식의 예측 능력을 검증하였다.

또한, 본 연구에서는 난류혼합을 수치적으로 해석하기 위하여 유한요소법을 이용한 열유동장 해석 코드를 사용하였다. 난류모형으로는 Lam-Bremhorst[16] 저-Reynolds 수 $k-\epsilon$ 모형을 사용하였으며, 유동장을 정확히 묘사하고 난류혼합을 모형화하기 위하여 와류확산의 비등방성을 포함하였다. 비등방성 인자는 Kim and Park의[17] 연구에서 유동맥동 현상에 기초해 유도된 평가식을 사용하였다.

본 연구를 통해 Prandtl 수의 효과가 고려된 난류혼합을 평가식을 유도하였으며, 유도된 평가식은 Prandtl 수가 1 근처인 물을 냉각재로 사용하는 경수로나 중수로에서부터 Prandtl 수가 매우 낮은 액체금속을 냉각재로 사용하는 액금로나 핵변환로까지 다양한 원자로의 열수력 설계 및 해석에 유용하게 사용될 수 있을 것이다.

여 백

제 4 장 연구개발목표 달성도 및 대외기여도

본 연구의 목표는 Prandtl 수가 난류혼합에 미치는 영향을 해석하고 Prandtl 수의 효과가 고려된 난류혼합을 평가식을 유도하는 것이다. 기존의 난류혼합에 대한 연구가 대부분 물이나 공기 등 Prandtl 수가 1 근처인 유체 유동에 대한 것으로 액금로나 핵변환로와 같이 액체금속을 냉각재로 사용하는 경우에는 적용이 곤란하다는 점에 착안하여 Prandtl 수가 난류혼합에 미치는 영향을 분석함으로써 다양한 형태의 원자로에 대한 열수력 설계 및 해석에 사용될 수 있는 난류혼합을 평가식을 유도하였다. 난류혼합의 주요원인으로 지목되고 있는 유동맥동 현상과 분자 운동 및 등방성 난류 운동에 대한 척도평가(Scale analysis)를 통해 각각이 난류혼합에 기여하는 부분을 정량화 함으로써 난류혼합을 유효 혼합속도(Effective mixing velocity) 형태로 결정하였다.

Prandtl 수가 낮은 유체 유동에 대한 난류혼합 실험은 매우 어려워 실험 자료가 극히 제한적이어서 유도된 평가식을 많은 실험자료와 비교하지는 못했으나, 러시아에서 수행된 실험 자료와 비교한 결과 타당성을 확인할 수 있었으며, 부수로 유동장에 대한 수치해석 결과와도 만족할만한 비교 결과를 얻었다. 그리고 여러 난류혼합 실험 자료와 비교하여 유용성이 입증되었으나 Prandtl 수의 효과가 고려되지 않은 Kim and Park의[14] 평가식과도 비교하여, 난류혼합에 Prandtl 수가 절대적인 영향을 미치며 기존의 상관식이 저 Prandtl 수 유체유동에 대한 난류혼합을 예측에 실패한다는 것을 확인하였다.

따라서, 본 연구에서 개발된 난류혼합을 평가식은 다양한 냉각재에 대한 열수력 설계 및 해석에 유용하게 사용될 수 있을 것으로 판단되며 특히,

사용후핵연료의 장수명 핵종 소멸 처리를 위해 연구가 진행되고 있는 핵변환로에서 냉각재의 선정 및 핵연료 설계에 기여할 수 있을 것으로 생각된다.

또한 본 연구에서 난류혼합을 정량화하기 위해 사용된 척도평가론이 난류혼합 현상을 설명하는데 유용하게 사용될 수 있음을 보여주고 있으므로 봉다발 유동장 뿐만 아니라 다른 형태의 기하구조를 갖는 유동장의 난류 현상 해석에도 도움을 줄 수 있을 것이며 특히, 유동맥동을 타원운동을 하는 가상유동으로 모형화하는 방법은 유동맥동이 기여할 수 있는 난류 구조의 해석에도 기여할 수 있으리라 판단된다.

제 5 장 연구개발 결과의 활용계획

본 연구에서 개발된 난류혼합을 평가식은 다양한 Prandtl 수 유체에 적용이 가능하므로 기존의 원자로 열수력 설계 및 해석에 사용될 수 있을 뿐만 아니라 냉각재의 선정, 핵연료 설계 등 새로운 원자로의 열수력 설계에도 유용하게 사용될 수 있을 것이다.

한편, 3 장에서도 논의되었듯이 난류 Prandtl 수는 난류혼합을 결정하는데 있어 중요한 매개변수이다. 특히, Prandtl 수가 낮은 유체 유동에 대해서는 Reynolds 유추(Reynolds' analogy)가 성립하지 않으므로 난류 Prandtl 수를 1 정도의 값을 갖는다고 보기 어렵게 때문에 적절한 난류 Prandtl 수의 모형이 개발될 필요가 있다. 원형관에 대해서는 Prandtl 수의 효과가 고려된 난류 Prandtl 수 모형 개발에 상당한 성과가 있는 것으로 보이나 봉다발 유동장에 대한 연구 성과는 알려진 바가 없다. 따라서 원형관 유동장에 대한 모형이 봉다발 유동장에 대해서도 유용한 지에 대한 평가가 이루어져야 하며 봉다발 구조에 적합한 난류 Prandtl 수 모형 개발이 필요하다.

여 백

제 6 장 참고문헌

- [1] W. T. Sha, "An Overview on Rod-bundle Thermal-hydraulic Analysis," Nuclear Engineering and Design, Vol. 62, 1980, pp. 1-24.
- [2] 정문기, 양선규, "핵연료집합체 부수로내의 열수력현상에 관한 연구(A Study on the Thermal Hydraulics in Rod Bundles)," KAERI/AR-299/89, 한국원자력연구소, 1989.
- [3] N. E. Todreas, "Nuclear Systems I - Thermal Hydraulic Fundamentals," Hemisphere Publishing Co., 1990.
- [4] 황대현, 박종률, 전태현, 홍성덕, 권혁성, "노심 열수력장 및 임계열속 해석 체제 개선(Improvement of Analysis System for Core Thermal Hydraulic Field and CHF)," KAERI/RR-980/90, 한국원자력연구소, 1991.
- [5] J. D. Hooper, "Development Single Phase Turbulent Flow through a Square-Pitch Rod Cluster," Nuclear Engineering and Design, Vol. 60, 1980, pp. 365-379.
- [6] W. J. Seale, "Turbulent Diffusion of Heat between Connected Flow Passages, Part I: Outline of Problem and Experimental Investigation," Nuclear Engineering and Design, Vol. 54., 1979, pp. 183-195.

- [7] W. J. Seale, "Turbulent Diffusion of Heat between Connected Flow Passages, Part II: Predictions Using the 'k- ϵ ' Turbulence Model," *Nuclear Engineering and Design*, Vol. 54., 1979, pp. 197-209.
- [8] K. Rehme, "The Structure of Turbulence in Rod Bundles and the Implications on Natural Mixing between the Subchannels," *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Vol. 35, 1992, pp. 567-581.
- [9] D. S. Rowe, B. M. Johnson, J. G. Knudsen, "Implications Concerning Rod Bundle Crossflow Mixing Based on Measurements of Turbulent Flow Structure," *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Vol. 17, 1974, pp. 407-419.
- [10] S. V. Möller, "On Phenomena of Turbulent Flow through Rod Bundles," *Experimental Thermal and Fluid Science*, Vol. 4, 1991, pp. 25-35.
- [11] S. V. Möller, "Single-Phase Turbulent Mixing in Rod Bundles," *Experimental Thermal and Fluid Science*, Vol. 5, 1992, pp. 26-33.
- [12] X. Wu, A. C. Trupp, "Experimental Study on the Unusual Turbulence Intensity Distributions in Rod-to-Wall Gap Regions," *Experimental Thermal and Fluid Science*, Vol. 6, 1993, pp. 360-370.
- [13] X. Wu, A. C. Trupp, "Spectral Measurements and Mixing

Correlation in Simulated Rod Bundle," International Journal of Heat and Mass Transfer, Vol. 37, 1994, pp. 1277-1281.

[14] S. Kim, G. C. Park, "Estimation of Anisotropic Factor and Turbulent Mixing Rate in Rod Bundles Based on Flow Pulsation Phenomenon," Nuclear Technology, Vol. 117, No. 3, pp. 340-352, 1997.

[15] H. Tennekes, J. L. Lumley, "A First Course in Turbulence," The MIT Press, 1973.

[16] C. K. G. Lam, K. Bremhorst, "A Modified Form of the k - ϵ Model for Predicting Wall Turbulence," Journal of Fluids Engineering, Vol. 103, 1981, pp. 456-460.

[17] S. Kim, G. C. Park, "Analysis of Turbulent Mixing in Rod Bundles with an Anisotropic Turbulent Diffusion Model Based on the Flow Pulsation Phenomenon," Nuclear Technology, Vol. 122, No. 3, 1998. (in press)

[18] F. M. White, "Fluid Mechanics," McGraw-Hill Kogakusha, LTD., 1979.

[19] F. M. Wang, Y. T. Chew, B. C. Khoo, K. S. Yeo, "Computation of Turbulent Flow in a Square Duct : Aspects of the Secondary Flow and Its Origin," Computers Fluids, Vol. 23., 1994, pp. 157-176.

- [20] K. Rehme, "The Structure of Turbulent Flow through a Wall Subchannel of a Rod Bundle," Nuclear Engineering and Design, Vol. 45., 1978, pp. 311-323.
- [21] K. Rehme, "The Structure of Turbulent Flow through Rod Bundles," Nuclear Engineering and Design, Vol. 99, 1987, pp. 141-154.
- [22] J. H. Rust, "Nuclear Power Plant Engineering," Haralson Publishing Company, 1979.
- [23] D. S. Rowe, "Measurement of Turbulent Velocity Intensity and Scale in Rod Bundle Flow Channels," BNWL-1736, Battelle Pacific Northwest Laboratories, 1973.
- [24] J. D. Hooper, K. Rehme, "Large-Scale Structural Effects in Developed Turbulent Flow through Closely-Spaced Rod Arrays," Journal of Fluid Mechanics, Vol. 145, 1984, pp. 305-337.
- [25] N. E. Todreas, M. S. Kazimi, "Nuclear Systems II - Elements of Thermal Hydraulic Design," Hemisphere Publishing Co., 1990.
- [26] J. T. Rogers, W. R. Tarasuk, "A Generalized Correlation for Natural Turbulent Mixing of Coolants in Fuel Bundles," Transactions of the American Nuclear Society, Vol. 11, 1968, pp. 346-347.

- [27] V. R. Skinner, A. R. Freeman, H. G. Lyall, "Gas Mixing in Rod Clusters," *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Vol. 12, 1969, pp. 265-278.
- [28] L. Ingesson, B. Kjellström, "On gas Mixing in Rod Bundles," *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Vol. 13, 1970, pp. 429-431.
- [29] W. J. Seale, "The Effect of Subchannel Shape on Heat Transfer in Rod Bundles with Axial Flow," *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Vol. 24, 1981, pp. 768-770.
- [30] J. T. Rogers, R. G. Rosehart, "Mixing by Turbulent Interchange in Fuel Bundles - Correlations and Influences," *ASME Paper 72-HT*, 1972, pp. 1-13.
- [31] J. T. Rogers, A. E. E. Tahir, "Turbulent Interchange Mixing in Rod Bundles and the Role of Secondary Flows," *ASME Paper 75-HT-31*, 1975.
- [32] D. S. Rowe, "COBRA IIIC : A Digital Computer Program for Steady-State and Transient Thermal Hydraulic Analysis of Rod Bundle Nuclear Fuel Elements," *BNWL-1965*, 1973.

- [33] M. Roidt, M. J. Pechersky, R. A. Markley, B. J. Vegter, "Determination of Turbulent Exchange Coefficients in a Rod Bundle," *Journal of Heat Transfer*, 1974, pp. 172-177.
- [34] F. S. Castellana, W. T. Adams, J. E. Casterline, "Single-phase Subchannel Mixing in Simulated Nuclear Fuel Assemblies," *Nuclear Engineering and Design*, Vol. 26, 1974, pp. 242-249.
- [35] S.-K. Cheng, N. E. Todreas, "Hydrodynamic Models and Correlations for Bare and Wire-Wrapped Hexagonal Rod Bundles - Bundle Friction Factors, Subchannel Friction Factors and Mixing Parameters," *Nuclear Engineering and Design*, Vol. 92, 1986, pp. 227-251.
- [36] S.-R. Wu, K. Rehme, "An Experimental Investigation on Turbulent Flow through Symmetric Wall Subchannels of Two Rod Bundles," *Nuclear Technology*, Vol. 89, 1990, pp. 103-115.
- [37] A. V. Zhukov, P. L. Kirillov, A. P. Sorokin, N. M. Matjukhin, "Transverse Turbulent Momentum and Energy Exchange in the Channels of Complicated Form," *Heat Transfer 1994, Brighton*, Vol. 4, 1994, pp. 327-332.
- [38] Bogoslovskaya, G.P., Sorokin, A.P., Kirillov, P.L., Zhukov, A.V., Ushakov, P.A., Titov, P.A., "Experimental and Theoretical Studies into Transverse Turbulent Transfer of Momentum and Energy in

Complex-Shaped Channels," High Temperature - USSR, Vol. 34, No. 6, 1996, pp. 903-908.

[39] Sadatomi, A. Kawahara, Y. Sato, "Prediction of Single-phase Turbulent Mixing Rate between Two Parallel Subchannels Using a Subchannel Geometry Factor," Nuclear Engineering and Design, Vol. 162, 1996, pp. 245-256

[40] J. W. Elders, "The Dispersion of Marked Fluid in Turbulent Shear Flow," Journal of Fluid Mechanics, Vol. 5, 1959, p. 545.

[41] Meyer, L., Rehme, K., "Periodic Vortices in Flow through Channels with Longitudinal Slots or Fins," Tenth Symposium on Turbulent Shear Flows, Pennsylvania State University, PA, Aug. 14-16, 1995, pp. P1-55 - P1-60.

[42] B. E. Launder, D. B. Spalding, "Lectures in Mathematical Models of Turbulence," Academic Press INC., 1979.

[43] W. Slagter, "Finite Element Solution of Axial Turbulent Flow in a Bare Rod Bundle Using One-Equation Turbulence Model," Nuclear Science and Engineering, Vol. 82, 1982, pp. 243-259.

[44] W. M. Kays, M. E. Crawford, Convective Heat and Mass Transfer, 3rd edn. McGraw-Hill, New York, 1993.

- [45] B. Weigand, J. R. Ferguson, M. E. Crawford, "An Extended Kays and Crawford Turbulent Prandtl Number Model," *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Vol. 40, 1997, pp. 4191-4196.
- [46] C. C. Patel, W. Rodi, G. Scheuerer, "Turbulence Models for Near-Wall and Low Reynolds Number Flow : A Review," *AIAA Journal*, Vol. 23, 1984, pp. 1308-1319.
- [47] A. J. Baker, "Finite Element Computational Fluid Mechanics," McGraw-Hill Book Company, 1985.
- [48] M. Jaeger, G. Dhatt, "An Extended $k-\varepsilon$ Finite Element Model," *International Journal for Numerical Methods in Fluids*, Vol. 14, 1992, pp. 1325-1345.
- [49] W. J. Seale, "Measurements and Predictions of Fully Developed Turbulent Flow in a Simulated Rod Bundle," *Journal of Fluid Mechanics*, Vol. 123, 1982, pp. 399-423.
- [50] R. Martinuzzi, A. Pollard, "Comparative Study of Turbulence Models in Predicting Turbulent Pipe Flow, Part I : Algebraic Stress and $k-\varepsilon$ Models," *AIAA Journal*, Vol. 27, 1989, pp. 29-36.

인 용 부 호

a_x, a_y	velocity coefficients
A	cross-sectional area
b	shape factor
C	arbitrary proportional constant
C_{eff}	proportional constant for effective mixing velocity
c_p	specific heat
$C_\mu, C_{\varepsilon 1}, C_{\varepsilon 2}$	turbulent model constants
D	rod diameter
D_H	hydraulic diameter
f	friction factor
f_p	principal frequency of flow pulsation
$f_{\varepsilon 1}, f_{\varepsilon 2}$	damping factor
g	gap thickness
G	mass flux
h	enthalpy
k	turbulent kinetic energy
l	mixing length
ℓ	Neumann boundary condition operator

\mathcal{L}	differential equation operator
L_x, L_y	length scales of flow pulsation
M_{ij}	mixing Stanton number
n	anisotropic factor
Nu	Nusselt number
p	pressure
P	rod pitch
Pe	Peclet number
P_k	turbulent kinetic energy production rate
Pr	Prandtl number
Pr_T	turbulent Prandtl number
P_w	wetted perimeter
q''	heat flux
Q_g	heat transfer rate across the gap
r	radial coordinate
R	rod radius
Re	Reynolds number based on hydraulic diameter
Re_D	Reynolds number based on rod diameter
St_g	gap Stanton number
Str	Strouhal number
T	temperature

u_i	velocity fluctuation of i direction
u^*	friction velocity
U	mean axial velocity
U_{eff}	effective mixing velocity
U_{FP}	maximum velocity of flow pulsation
U_i	mean velocity of i direction
U_x, U_y	velocity scales of flow pulsation
$\overline{u_i u_j}$	Reynolds stress
v_x, v_y	velocity of hypothetical circulating flows
v_{ij}'	lateral velocity fluctuation
W	wall pitch
W_{ij}'	mixing rate per unit length
$W_{ij}'^D$	mixing rate per unit length for mass
$W_{ij}'^H$	mixing rate per unit length for heat
$W_{ij}'^M$	mixing rate per unit length for momentum
x_i	coordinate of i direction
y	normal distance from the wall
Y	mixing factor
\hat{y}	profile length
z_{FP}	hypothetical path length of flow pulsation

Greek

α, β, γ	empirical constant
α_H	eddy heat diffusivity
β_M	turbulent mixing parameter or thermal diffusion coefficient (TDC)
Γ	diffusion coefficient
δ	centroid to centroid distance
δ_{ij}	Kronecker delta
Δ	mesh size
ε	dissipation rate of turbulent kinetic energy
θ	azimuthal coordinate
λ	thermal conductivity
λ_{ij}	nondimensional mixing parameter
μ	viscosity
ν	molecular kinematic viscosity
ν_0, ν_c	eddy viscosity for circular tube
ν_{ij}	anisotropic eddy viscosity
ν_T	eddy viscosity
ρ	density
σ	boundary of problem domain

σ_k	Prandtl number for turbulent kinetic energy
σ_ϵ	Prandtl number for turbulent kinetic energy dissipation rate
τ	problem domain
τ_w	wall shear stress
ϕ	arbitrary physical quantity
Φ	energy spectrum

Subscript

ave	average value
i, j	Cartesian index (3 for axial direction) or index denoting subchannel i, j
N	normal to the wall
P	parallel to the wall
x	parallel to the wall
y	normal to the wall
w	wall

Superscript

L	laminar flow
T	turbulent flow

Symbol

overbar	average
prime	fluctuation
super +	dimensionless variable nondimensionalized with u^* and ν

부록 1. ϵ 의 벽면 경계조건

ϵ 에 대한 벽면 경계조건은 다음과 같이 주어진다.

$$\epsilon^+ = \frac{\partial^2 k^+}{\partial y^{+2}}$$

여기에서, 상첨자 + 는 각 변수가 무차원화 되었음을 나타낸다. 무차원화에 사용된 기저 변수는 마찰속도 u^* 와 동점성 계수 ν 이다. 그리고 y^+ 는 위의 기저 변수로 무차원화된 벽면 수직 방향 좌표계이다. 이하에서는 편의상 상첨자 + 를 생략하기로 한다.

Taylor 전개를 통해

$$k_{w+1} = k_w + \left. \frac{\partial k}{\partial n} \right|_w \Delta_w + \left. \frac{\partial^2 k}{\partial n^2} \right|_w \frac{\Delta_w^2}{2} + O(\Delta_w^3)$$

$$k_{w+2} = k_{w+1} + \left. \frac{\partial k}{\partial n} \right|_{w+1} \Delta_{w+1} + \left. \frac{\partial^2 k}{\partial n^2} \right|_{w+1} \frac{\Delta_{w+1}^2}{2} + O(\Delta_{w+1}^3)$$

을 얻을 수 있다. 여기에 벽면 근처에서 난류량들이 일반적으로

$$k^+ = Ay^{+2} + By^{+3} + \dots$$

$$\epsilon^+ = 2A + 4By^+ + \dots$$

의 경향을 갖는다는 사실을 이용하고(단, A, B 는 실험 상수이다)[4]

$$k_w = 0, \quad \left. \frac{\partial k}{\partial n} \right|_w = 0, \quad \left. \frac{\partial^2 k}{\partial n^2} \right|_w = \epsilon_w$$

의 관계식을 사용하면

$$\epsilon_w = \frac{3k_{w+1}}{k_{w+2} - k_{w+1}} \epsilon_{w+1}.$$

을 얻을 수 있다.

부록 2. 유한요소 공식화 표현식

1. 축 방향 운동량 방정식 :

$$([\text{충류확산}] + [\text{난류확산}I]) \{U_3\} = \{\text{압력구배}\} - [\text{난류확산}II] \{U_3\}$$

2. 에너지 방정식 :

$$\begin{aligned} &([\text{충류확산}] + [\text{난류확산}I]/Pr_T) \{T\} \\ &= \{\text{축방향대류}\} - ([\text{난류확산}II]/Pr_T) \{T\} \end{aligned}$$

3. 난류 운동 에너지 방정식 :

$$\begin{aligned} &([\text{충류확산}] + [\text{난류확산}I]/\sigma_k + [\text{에너지소산}]) \{k\} \\ &= \{\text{에너지생성}\} - ([\text{난류확산}II]/\sigma_k) \{k\} \end{aligned}$$

4. 난류 운동 에너지 소산율 :

$$\begin{aligned} &([\text{충류확산}] + [\text{난류확산}I]/\sigma_\epsilon + [\text{소산율소산}]) \{\epsilon\} \\ &= \{\text{소산율생성}\} - ([\text{난류확산}II]/\sigma_\epsilon) \{\epsilon\} \end{aligned}$$

위 식에서 각 항은 다음과 같다.

$$[\text{충류확산}] = \nu \int \left(\frac{\partial \phi_i}{\partial x_1} \frac{\partial \phi_j}{\partial x_1} + \frac{\partial \phi_i}{\partial x_2} \frac{\partial \phi_j}{\partial x_2} \right) d\tau$$

$$[\text{난류확산}I] = \int \left(\nu_{10} \frac{\partial \phi_i}{\partial x_1} \frac{\partial \phi_j}{\partial x_1} + \nu_{20} \frac{\partial \phi_i}{\partial x_2} \frac{\partial \phi_j}{\partial x_2} \right) d\tau$$

$$[\text{난류 확산 III}] = \int \nu_a \left(\frac{\partial \phi_i}{\partial x_1} \frac{\partial \phi_j}{\partial x_2} + \frac{\partial \phi_j}{\partial x_1} \frac{\partial \phi_i}{\partial x_2} \right) d\tau$$

$$[\text{에너지 소산}] = \int \frac{\varepsilon}{k} \phi_i \phi_j d\tau$$

$$[\text{소산율 소산}] = C_{\varepsilon 1} \int f_{\varepsilon 1} \frac{\varepsilon}{k} \phi_i \phi_j d\tau$$

$$\{\text{압력 구배}\} = - \int \phi_i \frac{\partial P}{\partial x_3} d\tau$$

$$\{\text{축방향 대류}\} = - \int \phi_i U_3 \frac{\partial T}{\partial x_3} d\tau$$

$$\{\text{에너지 생성}\} = \int \phi_i P_k d\tau$$

$$\{\text{소산율 생성}\} = C_{\varepsilon 2} \int f_{\varepsilon 2} \frac{\varepsilon}{k} \phi_i P_k d\tau$$

여기에서 ν_{10} , ν_{20} , ν_a 는 부록 3을 참조한다.

부록 3 비등방성 와류점성 계수의 좌표 변환

비등방성 인자를 벽면에 수직인 방향의 와류점성 계수에 대한 수평한 방향 성분의 비로 평가하였으므로, 데카르트 좌표계(Cartesian coordinate)에서 사용할 때에는 좌표계의 변환을 고려하여야 한다.

$$U_r = U_1 \cos \theta + U_2 \sin \theta, \quad U_\theta = -U_1 \sin \theta + U_2 \cos \theta$$

이므로, Reynolds 응력은

$$\begin{aligned} \overline{u_r u_3} &= \overline{u_1 u_3} \cos \theta + \overline{u_2 u_3} \sin \theta \\ &= \nu_{11} \frac{\partial U_3}{\partial x_1} \cos \theta + \nu_{22} \frac{\partial U_3}{\partial x_2} \sin \theta \\ &= \nu_r \frac{\partial U_3}{\partial r} = \nu_r \left(\frac{\partial U_3}{\partial x_1} \cos \theta + \frac{\partial U_3}{\partial x_2} \sin \theta \right) \\ \overline{u_\theta u_3} &= -\overline{u_1 u_3} \sin \theta + \overline{u_2 u_3} \cos \theta \\ &= -\nu_{11} \frac{\partial U_3}{\partial x_1} \sin \theta + \nu_{22} \frac{\partial U_3}{\partial x_2} \cos \theta \\ &= \nu_\theta \frac{\partial U_3}{r \partial \theta} = \nu_\theta \left(-\frac{\partial U_3}{\partial x_1} \sin \theta + \frac{\partial U_3}{\partial x_2} \cos \theta \right) \end{aligned}$$

으로 표현될 수 있다. 따라서,

$$\nu_{11} = \nu_r \cos^2 \theta + \nu_\theta \sin^2 \theta + (\nu_r - \nu_\theta) \sin \theta \cos \theta \frac{\partial U_3 / \partial x_2}{\partial U_3 / \partial x_1}$$

$$\nu_{22} = \nu_r \sin^2 \theta + \nu_\theta \cos^2 \theta + (\nu_r - \nu_\theta) \sin \theta \cos \theta \frac{\partial U_3 / \partial x_1}{\partial U_3 / \partial x_2}$$

을 얻는다. 비등방성 인자 $n = \nu_\theta / \nu_r$ 을 도입하면

$$\nu_{11} = \nu_r \left\{ \cos^2 \theta + n \sin^2 \theta - (n-1) \sin \theta \cos \theta \frac{\partial U_3 / \partial x_2}{\partial U_3 / \partial x_1} \right\}$$

$$\nu_{22} = \nu_r \left\{ \sin^2 \theta + n \cos^2 \theta - (n-1) \sin \theta \cos \theta \frac{\partial U_3 / \partial x_1}{\partial U_3 / \partial x_2} \right\}$$

을 얻을 수 있다.

수치계산 시 위 식을 직접 사용하면 반복 계산 과정에서 와류점성 계수가 음이 되는 경우가 발생할 수 있다. 이를 피하기 위해서 와류점성 계수를 각각 두 항으로 분리하자.

$$\nu_{10} \equiv \nu_r (\cos^2 \theta + n \sin^2 \theta), \quad \nu_{20} \equiv \nu_r (\sin^2 \theta + n \cos^2 \theta)$$

$$\nu_{11} = \nu_{10} + \nu_a \frac{\partial U_3 / \partial x_2}{\partial U_3 / \partial x_1}, \quad \nu_{22} = \nu_{20} + \nu_a \frac{\partial U_3 / \partial x_1}{\partial U_3 / \partial x_2}$$

$$\nu_a \equiv \nu_r (n-1) \sin \theta \cos \theta$$

수치계산 시에는 난류확산항 중에서 ν_{10} , ν_{20} 부분 만 Stiffness matrix에 포함시키고 ν_a 부분은 Load vector에 포함시킨다[부록 2 참조]. 이는 와류점성 뿐만 아니라 모든 스칼라 물리량의 난류확산 계수에도 동일하게 적용될 수 있다.

부록 4. 부수로 사이의 혼합율 표현식

부수로 i 및 j 에 대한 에너지 수지식은 각각

$$q_i'' P_{wi} dx_3 + G_i A_i c_p T_i - \left(G_i A_i c_p T_i + \frac{\partial}{\partial x_3} (G_i A_i c_p T_i) dx_3 \right) - W_{ij}' c_p (T_i - T_j) dx_3 = 0$$

$$q_j'' P_{wj} dx_3 + G_j A_j c_p T_j - \left(G_j A_j c_p T_j + \frac{\partial}{\partial x_3} (G_j A_j c_p T_j) dx_3 \right) + W_{ij}' c_p (T_i - T_j) dx_3 = 0$$

이다. 여기에서 q'' 은 단위 면적당 열전달율, P_w 는 가열면 둘레길이, G 는 질량 유속, A 는 유동 단면적, W_{ij}' 은 단위 길이당 혼합율을 나타낸다. 그리고 하첨자 i, j 는 부수로 i 및 j 를 나타낸다.

축 방향을 따라 단면이 일정하고 유동장 및 온도장이 완전히 발달해 있다고 가정하면,

$$q_i'' P_{wi} - G_i c_p \frac{\partial T}{\partial x_3} - W_{ij}' c_p (T_i - T_j) = 0$$

$$q_j'' P_{wj} - G_j c_p \frac{\partial T}{\partial x_3} + W_{ij}' c_p (T_i - T_j) = 0$$

으로 쓸 수 있다. 이를 혼합율에 대해 정리하면

$$W_{ij}' = \frac{1}{2c_p(T_i - T_j)} \left((q_i'' P_{wi} - q_j'' P_{wj}) - (G_i - G_j) \frac{\partial T}{\partial x_3} \right)$$

을 얻을 수 있다. 그리고 두 부수로가 대칭이면,

$$W_{ij}' = \frac{P_w (q_i'' - q_j'')}{2c_p (T_i - T_j)}$$

이다.